AVANCES EN LA INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS PARA LA INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN

Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016

Francisco Javier Córdoba Gómez
Lope Alberto Ciro López
Juan Carlos Molina García
Compiladores

UNIVERSIDAD La Gran Colombia
Fundada en 1951

ITM Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

AVANCES EN LA INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS PARA LA INNOVACIÓN EN EDUCACIÓN

Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016

Francisco Javier Córdoba Gómez
Lope Alberto Ciro López
Juan Carlos Molina García
Compiladores

UNIVERSIDAD La Gran Colombia
Fundada en 1951

ITM Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

Congreso Latinoamericano de GeoGebra “Las TIC al servicio de la innovación educativa” (2016: Medellín, Colombia)

Avances en la integración de tecnologías para la innovación en educación : memorias del congreso latinoamericano de GeoGebra 2016 / compiladores Francisco Javier Córdoba Gómez, Lope Alberto Ciro López y Juan Carlos Molina García ; organiza Instituto Tecnológico Metropolitano con el apoyo de Universidad La Gran Colombia, Universidad del Valle y Corporación Universitaria Iberoamericana. – 1a ed. – Bogotá D.C.: Universidad La Gran Colombia, 2018.

492 páginas: ilustrado con gráficos y tablas; 17X14cm.

E-ISBN: 978-958-5405-39-4

1. Tecnología educativa – América Latina - Congresos, conferencias, etc. 2. Matemáticas – Enseñanza con ayuda de computadores - Congresos, conferencias, etc. 3. Métodos de enseñanza – Investigaciones - América Latina - Congresos, conferencias, etc. 4. GeoGebra (Programa para computador) I. Córdoba Gómez, Francisco Javier, compilador II. Ciro López, Lope Alberto, compilador III. Molina García, Juan Carlos, compilador IV. Instituto Tecnológico Metropolitano V. Universidad La Gran Colombia VI. Universidad del Valle VII. Corporación Universitaria Iberoamericana.

371.334 SCDD 20 ed. 372.70285 SCDD 20 ed.

VOAG – ADC Biblioteca Universidad La Gran Colombia

© 2018

Avances en la integración de tecnologías para la innovación en educación
Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016

Compiladores
Francisco Javier Córdoba Gómez
Lope Alberto Ciro López
Juan Carlos Molina García

E-ISBN: 978-958-5405-39-4

Diseño y Diagramación:
Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.S. - Xpress Kimpres
Bogotá, D.C., septiembre 2018

UNIVERSIDAD LA GRAN COLOMBIANA

Fundador
JULIO CÉSAR GARCÍA VALENCIA
(1884-1959)

Presidente
JOSÉ GALAT NOUMER

Rector
SANTIAGO JOSÉ CASTRO AGUDELO

Vicerrector Académico	Rodrigo Lupercio Riaño Pineda
Vicerrectora Administrativa	María del Pilar Galat Chediak
Secretario General	Marco Tulio Calderón Peñaloza
Decano Facultad Ciencias de la Educación	Daniel Alberto Cardona Gómez
Directora de Investigaciones	Beatriz Helena Robayo Castro

COMPILADORES

FRANCISCO JAVIER CÓRDOBA GÓMEZ

Ingeniero de Minas y Metalurgia y Licenciado en Matemáticas.
Especialista en Entornos Virtuales de Aprendizaje
Magíster en Educación
Maestro en Ciencias en Matemática Educativa
Director del Instituto GeoGebra de Medellín
Profesor Asociado de la Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas del Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín.

Ha servido cursos en el área de matemáticas en pregrado y ha sido profesor de maestría (Innovaciones Didácticas) en la Maestría en Ciencias: Innovaciones en Educación, del Instituto Tecnológico Metropolitano.

LOPE ALBERTO CIRO LÓPEZ

Profesor del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) de Medellín con una vasta experiencia docente. Sus estudios superiores tanto el pregrado como el posgrado (maestría y doctorado) fueron realizados en el campo de la física en la Universidad de Antioquia. Ha sido profesor de las cátedras de física mecánica, física de campos y física de ondas en la Universidad de Antioquia y actualmente es profesor de las mismas cátedras junto con la cátedra física matemática en el Instituto Tecnológico Metropolitano. Es miembro del grupo de investigación Gritad de la Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas del ITM en la línea de óptica. Ha realizado investigaciones en el campo de la óptica difractiva en el grupo de óptica y fotónica de la Universidad de Antioquia y ha sido coautor de artículos publicados en el mismo campo. Ha participado en eventos internacionales y encuentros nacionales de óptica realizados en Pamplona (2008), Barranquilla (2011)

y Medellín (2013) respectivamente, como también en el evento: Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016 realizado en Medellín.

JUAN CARLOS MOLINA GARCÍA

Matemático y Magíster en Educación. Profesor titular de la Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM). Autor de diversas ponencias, cursillos y talleres para eventos nacionales e internacionales en el campo de la educación y la formación en Ciencias Básicas. Se desempeña como líder de la línea de investigación en didáctica, medios y ambientes de enseñanza para el aprendizaje de las ciencias del ITM.

CONTENIDO

Os aportes teóricos de pesquisas e a utilização do geogebra..... 23
Celina A. A. P. Abar

¿Por que um professor de matemática deveria aprender a usar o geogebra? 27
Humberto José Bortolossi

Comprensión de la elipse e hipérbola por medio de secuencias didácticas con asistencia del geogebra 43
Luz Karime Díaz Trujillo, Jorge Hernán Aristizábal Zapata

Enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediado por entornos digitales para estudiantes con necesidades educativas 47
Jameson Leonardo Jiménez Gómez, Richard De Jesús Gil Herrera

Las Tic como herramienta de apoyo en la enseñanza de la matemática 51
Suyis Yajaira Lozano García

Una de las ecuaciones que cambió el mundo en geogebra: "Las series de fourier" 55
William Jiménez, Lida Fonseca, Alejandro Ferro

Los Parámetros de las funciones trigonométricas, desde una perspectiva variacional 59
Ferney Tavera Acevedo, Jhony Alexander Villa-Ochoa

Tangram como recurso dos tablets e geogebra..... 63
Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Objetos de aprendizagem no geogebra..... 67
Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald

¿Cómo incorporar actividades con geogebra en un ova mediado por exelearning?..... 71
Luis Ramón López Mendoza

La matemática como arte en el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos..... 75
Fernando González Aldana

Diseño de ambientes informáticos de aprendizaje: el caso de las funciones..... 79
Víctor Manuel Uribe Villegas, Alexander Arévalo Soto

Construcciones dinámicas 83
Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa

Construcción tridimensional de nudos topológicos a partir de geogebra: una perspectiva desde la clase de matemáticas 88
William Alfredo Jiménez Gómez, Cristian Andrés Rojas Jiménez

Geogebra para visualizar dominios dinámicos de funciones vectoriales..... 92
Clara Regina Moncada Andino, Deyanira Ochoa Vásquez, Enrique López Durán

El software geogebra y un problema de programación lineal..... 96
Juan Guillermo Arango Arango, Diana Yanet Gaviria Rodríguez, Joel Enoc Olaya Ariza

Modelo organizativo basado en la cooperación entre participantes de cursos online, masivos y Abiertos (Moocs) 100
María Luisa Sein-Echaluce, Javier Esteban-Escaño, Ángel Fidalgo-Blanco

Objetos de aprendizagem tridimensionais 104
Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa

Geogebra para docentes. Conocimiento del software y aplicaciones en el aula..... 108
Adolfo Galindo Borja

Formacion de profesores universitarios: construyendo el camino de geometría con geogebra 112
Teresa Braicovich, Marcia Oropeza, Patricia Caro

Diseño de actividades con geogebra para el cálculo del límite de una función 116
Luis Hernando Carmona Ramírez, Jorge Abel Castañeda Salazar

Desafíos De Los Nuevos Roles Docentes Con Tic 120
John Jairo García Mora, Margarita Patiño Jaramillo

La interpretación matemática del valor actual en un instrumento financiero básico del pasivo con geogebra 124
Diana Yanet Gaviria Rodríguez, Juan Guillermo Arango Arango, Joel Enoc Olaya Ariza

Dimensiones del trabajo independiente del estudiante que favorecen la innovación 128
Juan Carlos Molina García, Adriana Guerrero Peña

Campos vectoriales en geogebra 132
Christian Camilo López Mora, Joel Fernando Morera Robles, William Alfredo Jiménez Gómez

Implementación del curso herramientas de comunicación en internet para profesores del nivel medio superior, UAC 136
María Alejandra Sarmiento Bojórquez, Mayte Cadena González

Evolución de los libros interactivos digitales 141
Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Carlos Alberto Rojas Hincapié, Carlos Mario Restrepo Restrepo

Números Complejos En Geogebra 145
Gustavo Orlando Quintero Quintero, Christian Camilo López Mora

Naturaleza de los objetos de la geometría dinámica 149
Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa

Uso de geogebra como herramienta de modelación para un objeto que en movimiento describe una parábola 153
Margarita Patiño Jaramillo, John Jairo García Mora

Implementación de herramientas tic en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en tecnoacademia Neiva 157
Yira Marbalis Ortiz Medina, Jonatan Valencia Payan

Concurso matemática, fotografía y geogebra..... 161
Karina Amalia Rizzo

Geogebra como herramienta de modelación en física 165
Juan Guillermo Toro Martínez

Una propuesta para la enseñanza de la función exponencial en grado noveno, a través del diseño de tareas integrando geogebra... 169
Karen Gisel Campo Meneses, Julieth Hermelinda Meléndez Vela

Geogebra como apoio ao "ensino por questionamentos" para a aprendizagem por descobertas no ensino básico..... 173
Yuriko Yamamoto Baldin

Modelo de validación de un método de medición: proyecto de aula... 177
Juan Diego López Chavarriaga, Iliana María Ramírez

Incorporación de geogebra al currículo en el ámbito del modelo Tpack 181
John Jairo García Mora, Margarita Patiño Jaramillo

El semillero de investigación mathema kids: un club juvenil de geogebra que cuenta historias..... 185
Carlos Eduardo León Salinas

Uso de geogebra como herramienta para el aprendizaje basado en proyectos..... 189
Abigail Sarahi Trujillo Hernández, Jonathan Emmanuel Segura Flores

Demostración del método de Müller con Scripting y Spreadsheets en framework geogebra..... 194
Alexander Arias Londoño, Leonel Velásquez Torres, Luis Guillermo Zuleta González

Diseño Vectorial De Lentes Geométricas..... 198
Jairo Madrigal Argáez, Juan Carlos Molina García, Jorge Iván Usma Gutiérrez

Solución de ecuaciones diferenciales parciales mediante freefem .. 202
Marly Alexandra Mendoza, María Camila Graciano, Omar Darío Gutiérrez

Vinculación de herramientas tecnológicas en el desarrollo de un curso de matemáticas 205
José William Montes Ocampo

Aspectos fundamentales para el aprendizaje de la geometría proyectiva en cabri 3D..... 209
Miguel Ángel Méndez Herrera

Precisión y exactitud. Propuesta inicial sobre el estatus de los objetos de la geometría dinámica 213
Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa

Propuesta de un ambiente tecnológico para promover el aprendizaje de los conceptos relacionados a factorización..... 219
Christian Morales Ontiveros, Erika Cedeño Badillo

Explorando matemática con geogebra propuestas para el aula..... 223
Norma Susana Cotic

Experiencia de formación de profesores con geogebra. Análisis mediante la "foto de clase" de Stallings 227
Alexander Castrillón Yepes, Juan Esteban Palacio, Jhony Alexander Villa-Ochoa

Exploración de la función por tramos usando el periódico y geogebra 231
Ángela Katherine Trochez Tapia, Álvaro Javier Saa Vernaza

Modelación matemática de trayectorias de corte con geogebra, un caso paradigmático 235
Roberto Sánchez Pámanes, Ramiro Saldaña Acosta

Estudio de la tasa de variación para una aproximación a la derivada. Un ejemplo a través del uso del geogebra..... 239
Jhony Alexander Villa-Ochoa, Jaime Andrés Carmona-Mesa, Jesús Victoria Flores Salazar

Determinación de los escintores del triángulo y su relación con algunos puntos notables 244
Hernán Darío Ortiz Álzate

Diseño de recursos pedagógicos para el estudio de la multiplicación integrando tic en grado tercero 248
Yesid Fernando Pérez Bernal, Mauricio Rodríguez Agüiño, Maritza Pedreros Puente

Geogebra como herramienta para potenciar el desarrollo del concepto-imagen en estudiantes de cálculo..... 252
Hebder Fonseca Guerrero

Mediciones y trabajo de campo 256
Adriana Guerrero Peña, Juan Carlos Molina García, Iliana Ramírez Velásquez

Uso de material concreto y geogebra en nivel básico para practicar la multiplicación 260
Gloria Leticia Flores Ramírez, Alejandra Lorena López Carrasco, Abigail Sarahi Trujillo Hernández

Robótica educativa en el contexto de enseñanza del teorema de Pitágoras 265
Ingrid Durley Torres, Oscar Saavedra, Daniel Alejandro Rojas

Propuesta de un modelo para el aprendizaje autorregulado 269
Iliana María Ramírez Velásquez, Adriana Guerrero

La incidencia de los objetos interactivos de aprendizaje, en la comprensión de las matemáticas escolares 273
Jorge Cardeño Espinosa

Solución de problemas bidimensionales de programación lineal con geogebra y excel 277
Jorge Iván Usma, Jairo Madrigal Argaez, Omar Darío Gutiérrez

Usando o geogebra em dispositivos móveis para explorar invariantes geométricos na sala de aula..... 281
Humberto José Bortolossi, Edilson José Curvello Machado

Exercícios de geometria espacial com o geogebra 3D para dispositivos móveis 285
Humberto José Bortolossi, Rogério Vaz De Almeida Junior

Modelación con geogebra de fenómenos naturales para ilustrar relaciones entre conceptos físicos y funciones matemáticas..... 289
Miguel Pinto Herrera, Alberto Piedrahita Ospina, Yolanda Álvarez Ríos

Diseño vectorial de lentes acoplados en un sistema óptico compuesto 293
Jairo Madrigal Argáez, Jorge Iván Usma Gutiérrez, Giovanni Barrera Torres

Coordenadas De Un Vector Con Geogebra 297
Irma Zulema Martínez, Silvia Coria

Modelo de innovación estadística: la curva en S 301
Jhon Darío López Rojas, Diego Alejandro Guerrero Peña, Manuel Alejandro Domínguez Guerrero

Desarrollo de un aplicativo web para la solución de ejercicios de movimiento horizontal uniformemente acelerado..... 306
Duber Fernando Montoya Agudelo, Christian David Zuluaga Escobar, Carlos Andrés Restrepo G.

Elementos conceptuales para la construcción de objetos audiovisuales para un curso virtual de matemáticas básicas 310
Alberto Piedrahita-Ospina, Yolanda Álvarez-Ríos, Jorge Agudelo-Quiceno

Desarrollo del pensamiento matemático a partir de la retroalimentación del error 314
Sandra Milena Mejía Martínez, Fabio Augusto Rincón Solano, Francisco Javier Córdoba Gómez

El Geogebra y el geoplano en la enseñanza de la geometría..... 318
Marger Da Conceição Ventura Viana

Comprensión de las razones trigonométricas mediante el software geogebra en el modelo De Van Hiele..... 322
Javier Antonio Ríos Rivera, Anuar De Jesús Oyola Charry

Enseñanza de la estadística en programas de ingeniería usando geogebra 326
Rafael Meléndez, Stevenson Bolívar

Operacões fundamentais com números complexos no software geogebra 329
Rafael Silva Ribeiro

El papel de la simetría en los diversos campos del saber 334
Pablo Felipe Ardila Rojo, Francisco Javier Córdoba Gómez

Recursos didácticos en la enseñanza del álgebra lineal 338
Pablo Felipe Ardila Rojo, Francisco Javier Córdoba Gómez

Bilingüismo y prácticas en el aula: políticas nacionales de bilingüismo 341
Paola Andrea Restrepo Marín

Aplicación en realidad aumentada enfocada a las matemáticas..... 345
Freddy Giovanny Quintero Vacca, Nicoll Jenniffer Contreras Vargas

Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación 349
Nicol Jenniffer Contreras Vargas, Freddy Giovanny Quintero Vacca

Actividad relacionada con función cuadrática para evidenciar habilidades de visualización y procesos de generalización..... 353
Nicol Jenniffer Contreras Vargas, Julián David Martínez Torres

Ondas viajeras y estacionarias en una dimensión con geogebra..... 357
Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López

Enseñanza virtual de las matemáticas en la educación secundaria .. 361
Adolfo León Obando Santamaría

Creación de libros geogebra y creación y administración de grupos geogebra 367
Rodolfo Fernández De Lara Hadad

Grafos con geogebra en formación del profesorado 371
Teresa Braicovich, Marcia Oropeza, Patricia Caro

Graficar Sólidos Empleando Geogebra 375
Angie Solís Palma

Curso virtual: geogebra 3D en moodle. Instituto geogebra Tolima .. 379
Adolfo Galindo Borja, Faber Moreno

Funciones trigonométricas no circulares 383
Doris Álvarez Quintero, Alexander Sarria Borbón

Secuencia didáctica para el aprendizaje de matemáticas en educación básica, con el uso de geogebra..... 387
Luis Ramón López, Hilda Patricia Escobar, Yenny Rocío Leguizamón

Diseño y uso de ovas en exelearning, con construcciones y actividades en geogebra..... 391
Luis Ramón López Mendoza

Taller intermedio de geometría dinámica con geogebra..... 395
Oswaldo Rodríguez Díaz

Libro interactivo geogebra 399
Carlos Alberto Rojas Hincapié, Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Héctor Javier Herrera Mejía

Funciones trigonométricas desde la circunferencia unitaria al triángulo rectángulo. Propuesta didáctica usando geogebra..... 403
Hamlet Humberto Castillo Alvino, Jorge Alejandro Blanco García

Taller de iniciación: familiarízate con geogebra 407
Diana H. Bueno Carreño, Hendel Yaker Agudelo, Leonel Alcides Monroy Guzmán

Un modelo simplificado de los mecanismos y el pensamiento dinámico de la matemática 411
José Carlos León Ríos, Lutzgardo Saavedra Sánchez Dávila

Solución de sistemas de ecuaciones lineales con excel..... 415
Omar Darío Gutiérrez, Adriana María Soto, Miriam Janet Gil

Situaciones problema que movilizan conceptos algebraicos mediadas por Geogebra 419
John Jairo Múnera Córdoba

Construcciones con botones y casillas de entradas, el paso a un nivel intermedio en geogebra..... 423
Alexander Parra

Diseño de objetos de aprendizaje para factorizar funciones con solución en los números racionales 427
Carlos Mario Restrepo Restrepo, Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Héctor Javier Herrera Mejía

Las representaciones visuales con geogebra: el pensamiento espacial..... 431
Carlos Mario Restrepo Restrepo, Héctor Javier Herrera Mejía, Carlos Alberto Rojas Hincapié

Explorando elementos notables de triángulos con geogebra..... 435
Edilma Judith Díaz Bonilla, Mercedes Raquel Velásquez

Inovando atividades de geometría para a aprendizagem por descobertas no ensino básico..... 439
Yuriko Yamamoto Baldin

Geometría hiperbólica: una primera aproximación por medio de geogebra 443
Jordan Alejandro Cuchigay González, Jairo Castrellón Torres, David Velandia Beltrán

Reconstrucción de superficies cuádricas 447
José Carlos León Ríos, Ronald Quesada Córdova

Criando jogos através do geogebra: uma proposta para o ensino de estatística no ensino fundamental 451
Leandro Mendonça Do Nascimento, Luciane De Souza Velasque, Rafael Ferreira Da Costa Leite

Interpretação geométrica dos números irracionais..... 455
Rafael Silva Ribeiro, André Oliveira Souza

Diseño de instrumento para la enseñanza de la ley probabilística de los grandes números 459
Jesús Evenson Pérez Arenas

Aplicaciones de geogebra al estudio de oscilaciones y ondas..... 463
Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López

De la representación aritmética, geométrica y algebraica: el problema del hexarecto..... 469
Yancel Orlando Soto Hernández, Andrés Sebastián Soto Saray

Deducción del comportamiento de las ecuaciones cónicas por estudiantes de preuniversitario..... 473
Jennyffer Stefania Martínez Quimbayo

Una experiencia con geogebra en maestros..... 477
Edilma Judith Díaz Bonilla, Gisell J. Ortega, Daniel Vásquez S.

Animación del método de Newton y Scripting en geogebra..... 481
Alexander Arias Londoño, Fredy De Jesús Pérez Carmona

Método de Bairstow con funciones y Scripting en geogebra 485
Alexander Arias Londoño, Fredy De Jesús Pérez Carmona

Desarrollo de software de escritorio para calcular ejercicios de cinemática e interpretar su respuesta numérica..... 489
Tainer Felipe Anaya, Sebastián Vallejo, Christian David Zuluaga Escobar

Criando jogos através do geogebra: uma proposta para o ensino de estatística no ensino fundamental 493
Leandro Mendonça Do Nascimento, Luciane De Souza Velasque, Rafael Ferreira Da Costa Leite

Análise de variância no software geogebra aplicado no ensino de funções..... 497
Rafael Silva Ribeiro, André Oliveira Souza

Análisis gráfico de oscilaciones y ondas mediante geogebra 501
Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López

Resumen

La innovación educativa se ha convertido en las últimas décadas en un proceso que alienta a la reflexión sobre las prácticas educativas, en todos los niveles, y los roles que deben asumir los diferentes actores del proceso educativo frente a los acelerados cambios tecnológicos y generacionales que las sociedades vienen experimentando y que inciden directamente en la estructura, la organización y el funcionamiento del sistema educativo en su conjunto.

Una manera de emprender procesos de innovación es precisamente conocer lo que están haciendo en otros contextos otras personas e instituciones, para identificar potenciales elementos que puedan servir de guía para hacer lo propio. En el siguiente texto y de manera sintética, se encuentran diferentes experiencias y actividades de innovación que han venido trabajando estudiantes, profesores e investigadores en diferentes áreas. Estas experiencias pueden tener o no un alto componente tecnológico en su estructura. Lo importante es identificar en ellas la innovación como elemento central que aporta valor agregado al proceso de aprendizaje y enseñanza.

Además de lo anterior, se espera que la lectura de los diferentes trabajos anime a los lectores a establecer contacto con los autores y de esta forma se vayan gestando redes y comunidades de aprendizaje que permitan un trabajo colaborativo y de intercambio entre pares.

Palabras clave: innovación educativa, tecnología educativa, recursos didácticos, GeoGebra.

Abstract

In the last decades, innovation in education has become a process that encourages reflection on educational practices at all levels and the roles that the different actors of the educational process must take to face the accelerated technological and generational changes that societies are experiencing and that directly affect the structure, organization and functioning of the education system as a whole.

One way to undertake innovation processes is to know what other people and institutions are doing in other contexts, in order to identify potential elements that can serve as a guide to do the same. In the following text and in a very summarized way, there are different experiences and innovation activities that have been working by students, teachers and researchers in different areas. These experiences may or may not have a high technological component in their structure. What is most important is to identify innovation as a central element that adds value to the process of learning and teaching.

In addition to the above, it is expected that the reading of the different works will encourage the readers to establish contact with the authors and in this way, networks and learning communities begin to grow and that allow a collaborative work and exchange between peers.

Keywords: innovation in education, educational technology, didactic resources, GeoGebra.

CONFERENCIAS

OS APORTES TEÓRICOS DE PESQUISAS E A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA

Celina A. A. P. Abar
Programa de Estudos Pós Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
abarcaap@gmal.com, abarcaap@pucsp.br

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palavras chave: teorias da educação matemática, tecnologias da informação e comunicação

Resumo

Apresentamos nesta palestra algumas teorias para refletir sobre como o trabalho do professor pode ser desenvolvido orientado pela seguinte questão: de que modo algumas teorias podem dar suporte a atividades mediadas pelo GeoGebra?

1. Introdução

A Educação Matemática é um sistema social complexo e heterogêneo que inclui teoria, desenvolvimento e prática relativa ao ensino e aprendizagem da Matemática e inclui também a Didática da Matemática como subsistema. A complexidade dos objetos matemáticos junto à complexidade de seu processo de ensino e aprendizagem são duas das razões da existência de uma pluralidade de teorias em Educação Matemática. O fato dos processos de

ensino e aprendizagem serem muito complexos, resulta que os problemas que os professores de matemática enfrentam em sua atividade profissional sejam origem de muitas perguntas e de categorias diferentes relacionadas a muitos aspectos. Agregado a este contexto estão presentes as tecnologias que contribuem para a construção do conhecimento, uma melhor aprendizagem e só tem sentido com relação às metodologias utilizadas.

2. Objetivo

Nosso trabalho na linha de pesquisa Tecnologias da Informação e Educação Matemática é direcionado por três aspectos:

1. o professor, nos dias atuais, deve desenvolver seu trabalho na escola fazendo uso de recursos tecnológicos para dar suporte às suas atividades e assim sua formação deve ser contínua e acompanhar o desenvolvimento das tecnologias.

2. é essencial que o professor conheça estratégias de ensino e aprendizagem que possibilitem ao aluno independência para que ele possa desenvolver seus próprios mecanismos de conjecturas e resolução de problemas com o uso de programas computacionais específicos em especial o GeoGebra.

3. É importante também conhecer teorias e pesquisas que dêem suporte a essas estratégias e podem servir de alicerce para a prática docente deste professor.

Assim, trazemos algumas teorias que possam subsidiar o trabalho do professor.

3. Teorias apresentadas

A 1ª. Teoria denominada Technological Pedagogical Content Knowledge (TPCK) a vem dos autores Mishra e Koehller (2006) que aborda o conhecimento necessário ao professor para integrar a tecnologia em sua prática e como este conhecimento pode ser desenvolvido. No modelo proposto pelos

autores os componentes: conteúdo, pedagogia e tecnologia existem em um permanente estado de equilíbrio dinâmico, isto é, não podem ser vistos de forma isolada e uma mudança em um deles tem que ser "compensada" por mudanças nos outros dois.

A 2ª. Teoria vem de Rabardel (1995) denominada de Gênese Instrumental que estuda os aspectos próprios que existem no artefato e no instrumento e os processos que envolvem a transformação progressiva do artefato em instrumento. Conforme Rabardel (1995), a Gênese Instrumental tem duas dimensões: Instrumentação (orientada para o sujeito): caracteriza a instrumentação como um processo pelo qual as especificidades e as potencialidades de um artefato vão condicionar as ações de um sujeito para resolver um dado problema e Instrumentalização (orientada para o artefato): tem relação com o enriquecimento das propriedades do artefato em um processo pelo qual o sujeito modifica, adapta ou produz novas propriedades, personalizando o artefato de acordo com suas necessidades, por exemplo, quando o indivíduo personaliza o computador: acessibilidade dos programas, barra de menus, formato de tela, dentre outras.

A 3ª. Teoria vem de Raymond Duval denominada de Registros de Representação Semiótica. Segundo Duval (2010), para estudar a aquisição do conhecimento matemático deve-se considerar os vários registros de representação semiótica. As representações de um conceito matemático apenas representam uma parte do mesmo e, assim, o tratamento e a conversão das diferentes representações do conceito é que permitirão sua apropriação. No GeoGebra todas as janelas (gráficas 2D e 3D, algébrica, CAS, Planilha) podem ser vistas ao mesmo tempo, permitindo a construção de um ambiente para possíveis conversões de diferentes registros semióticos que podem ajudar na apropriação de objetos matemáticos. Além disso, os movimentos dinâmicos são elementos-chave nas variações simultâneas dos registros para a construção e associação dos significados matemáticos entre os conceitos propostos nas intervenções didáticas.

A 4ª. Teoria Transposição Didática é atribuída a Chevallard (1991) e se desenvolve em diferentes etapas, pois se inicia com o conhecimento científico (o saber matemático), caminha para os textos pedagógicos (saber a ensinar) e finaliza com o conhecimento da prática pedagógica (saber ensinado).

Na 5ª. Teoria sobre as funções da demonstração (Balacheff e Villiers), o software GeoGebra é um importante recurso pois permite criar situações para que sejam manipuladas e exploradas pelos alunos na verificação de suas conjecturas. No contexto das ideias de demonstração, segundo Balacheff (2000) os professores percebem a dificuldade dos alunos em compreender a sua necessidade, fato indicado também por investigações em Educação Matemática. Os alunos acabam não reconhecendo esta necessidade principalmente quando se trata de um fato visualmente observável, pois não reconhecem a função da demonstração (Villiers, 2001).

4. Referências

Balac , N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A. Tradução de: Pedro Gómes.

Chevallard, Y. (1991). *La Transpostion Didactique–du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensee Sauvage Éditions, Grenoble.

Duval, R. (2009). Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais. (Fascículo 1). Livraria da Física, São Paulo.

Mishra, P. & Koehller, M. (2006) Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108* (6), 1017-1054.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Trad. Heidi Wood. Paris. Armand Colin.

De Villiers, M. (2001). Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. *Educação e Matemática–APM, 62*, 31-36.

¿POR QUE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA DEVERIA APRENDER A USAR O GEOGEBRA?

Humberto José Bortolossi
Universidade Federal Fluminense & Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro, Brasil
hjbortol@vm.uff.br

Linea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundaria/Formación docente.

Palavras-chave: desenvolvimento profissional, GeoGebra, tecnologias no ensino de matemática.

Resumo

Será que realmente vale a pena para um professor de matemática aprender a usar o GeoGebra? Neste trabalho, apresentamos uma seleção de exemplos que dão uma resposta afirmativa a essa pergunta.

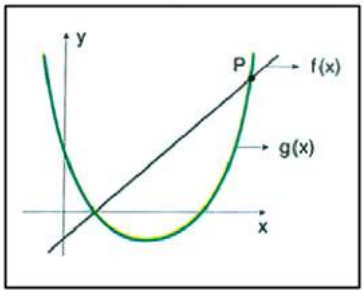
1. Introdução

O uso de computadores no ensino da matemática é um tópico que é considerado já há algum tempo (o tema já aparece, por exemplo, no ICME-1 realizado em 1969 na França). Com a queda nos preços, o aumento no poder de processamento e o advento da Internet, os computadores (incluindo *tablets e smartphones*) ficaram mais acessíveis e populares, ganhando lugar em nossos lares e em nossas escolas. Por outro lado, o uso deste tipo de tecnologia nos cursos de formação inicial de professores ainda é

tímido, apesar dos esforços da comunidade acadêmica nessa questão (ver, por exemplo, Abboud-Blanchard (2016), Baldin (2003), Barton (2009) e Grugeon et al. (2010)). Será que realmente vale a pena para um professor de matemática aprender a usar recursos tecnológicos e, em particular, o GeoGebra, para ensinar matemática? Neste trabalho, vamos apresentar uma seleção de exemplos que dão uma resposta afirmativa a essa pergunta. Dividiremos os exemplos em cinco categorias: produção de material didático, geometria espacial, matemática dinâmica, poder computacional e representações múltiplas.

2. Produção de material didático

A imagem à esquerda da Figura 1 foi digitalizada de um livro didático do Ensino Médio publicado no Brasil. O autor afirma que é uma parábola a curva que é gráfico da função *g*. Contudo, como o GeoGebra nos mostra na imagem à direita da Figura 1, este não é o caso.



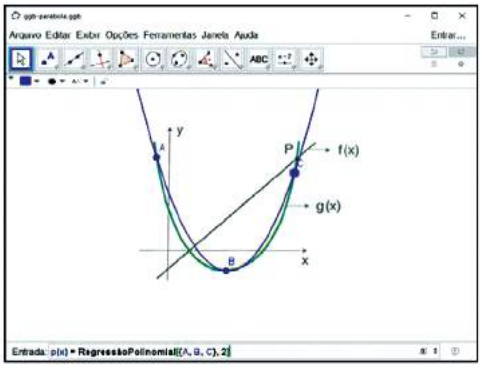


Figura 1: Uma parábola?

De fato, não é raro encontrar textos didáticos impressos com desenhos com erros matemáticos. Na Internet, imagens matemáticas inconsistentes também se proliferam. Por exemplo, na Figura 2, obtida da Internet, há uma ilustração de um corte transversal de uma suposta antena parabólica mas, usando a ferramenta "Cônica por Cinco Pontos" do GeoGebra, percebemos que este corte transversal é mais próximo de uma elipse do que uma parábola. O desenho da Internet está errado!

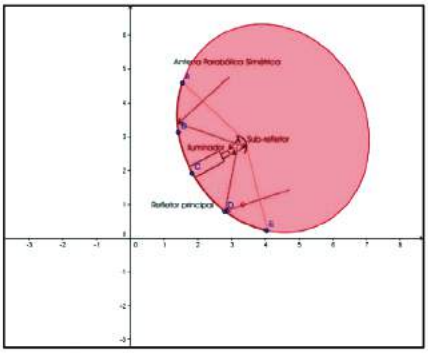


Figura 2: O perfil de uma antena parabólica ou uma antena elíptica?

Do mesmo modo que se é preciso ter muito cuidado e selecionar informações criteriosamente na Internet, essas mesmas preocupações são válidas para imagens. Enquanto que muitos professores ilustram suas listas de exercícios, provas e apostilas com imagens fotocopiadas de livros ou obtidas da Internet, o uso de um *software* como o GeoGebra permite ao professor gerar e adaptar suas próprias imagens com maior flexibilidade e com a garantia da consistência matemática. Aprender a usar o GeoGebra dará ao professor autonomia na produção de seu próprio material didático! Aqui, contudo, vale uma observação importante: toda tecnologia tem suas limitações e é fundamental que o professor tenha consciência dessas limitações. Por exemplo, a Figura 3 exibe o gráfico da função $f(x) = 1/x$ gerado com o GeoGebra.

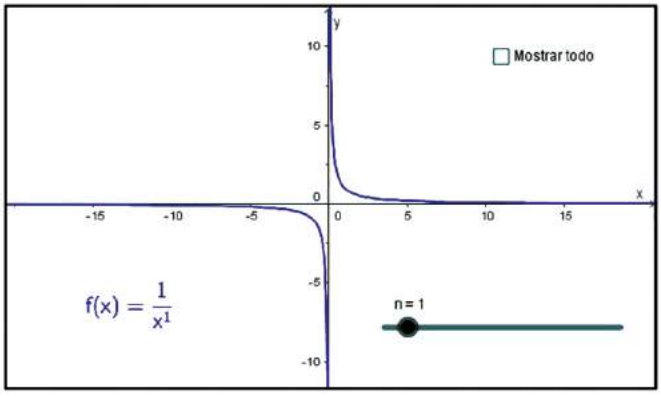


Figura 3: O gráfico da função $f(x) = 1/x$ gerado pelo GeoGebra.

Um aluno desavisado pode pensar que os números reais maiores do que 15 são todos zeros da função *f*, pois os pontos do gráfico de *f* cujas abscissas são maiores do que 15 estão sobre o eixo *x*. É preciso ter em mente que o GeoGebra não apresenta o gráfico da *f*. Pontos, segmentos, triângulos, círculos e gráficos são entes matemáticos abstratos que não existem no "mundo real". O que o GeoGebra faz é apresentar modelos aproximados destes objetos abstratos. Apesar de aproximados e com suas limitações, esses modelos são úteis, uma vez que eles oferecem uma maneira de acessar, estudar e compreender os objetos abstratos que representam.

3. Geometria espacial

Estudar geometria espacial a partir de representações bidimensionais de figuras tridimensionais pode ser uma tarefa difícil. Por exemplo, a própria natureza das projeções em perspectivas pode gerar ambiguidades: ambos o segmento de reta que liga o vértice *A* do cubo ao ponto médio *B* de uma de suas arestas na Figura 4 (c) e o caminho poligonal *APQB* na Figura 4 (b), quando vistos de um mesmo determinado ponto de vista, podem produzir uma mesma imagem: a Figura 4 (a).

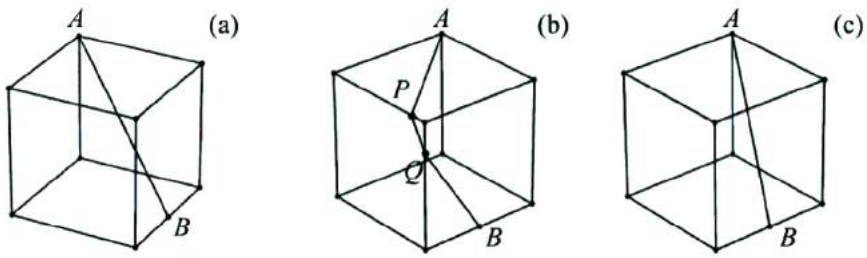


Figura 4: Ambiguidade em projeções em perspectiva.

Um outro exemplo clássico que mostra a dificuldade de se interpretar figuras tridimensionais a partir de representações bidimensionais é dado pela "Pirâmide de Huffman". Observe que a imagem à esquerda na Figura 5 aparenta ser um tronco de pirâmide. Contudo, ao se prolongar as arestas laterais, vê-se que estes prolongamentos não são concorrentes como seria esperado. Moral: a "Pirâmide de Huffman" não é um tronco de pirâmide alguma.

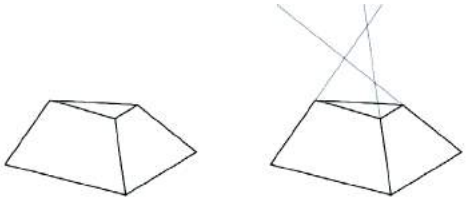


Figura 5: A Pirâmide de Huffman.

As peculiaridades da Geometria Espacial podem enganar até mesmo matemáticos profissionais. Grünbaum (1985) aponta que a logomarca da *Mathematical Association of America*, um icosaedro regular, ficou desenhada de maneira errada por vários anos. Na Figura 6, as três retas da imagem à direta são paralelas em um icosaedro regular.

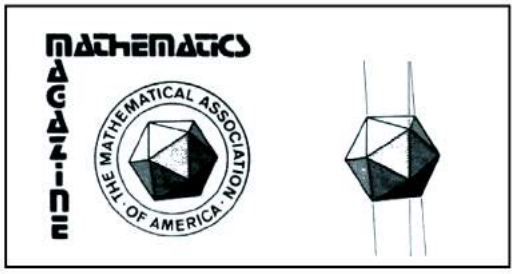


Figura 6: Um icosaedro?

Em uma projeção ortogonal, estas retas continuariam paralelas e, em uma projeção em perspectivas, as retas deveriam convergir para um ponto de fuga. Na logomarca, nenhuma das duas situações ocorre. Com a versão 3D do GeoGebra, objetos tridimensionais podem ser desenhados com a consistência matemática esperada (Figura 7).

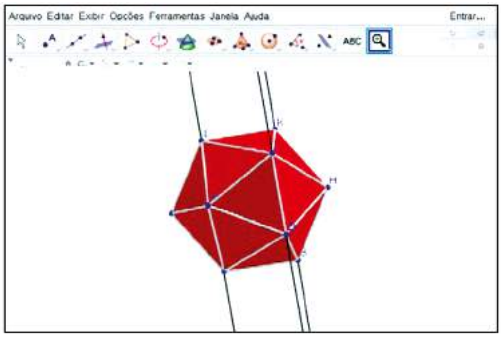


Figura 7: Um icosaedro!

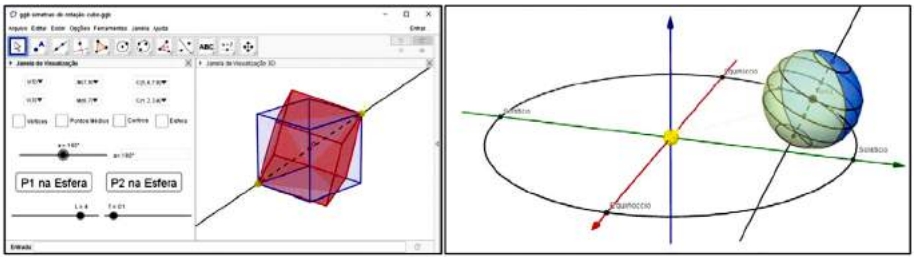


Figura 8: Simetrias de rotação do cubo e estações do ano.

4. Matemática dinâmica

Conforme já apontado por Gravina (1996), em geral, os alunos apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundem propriedades do desenho com propriedades do objeto geométrico representado, ou seja, misturam a componente figural associada ao desenho com a componente conceitual, aquela que define o objeto por meio das suas propriedades intrínsecas. Essa confusão tem origem nos livros didáticos que geralmente iniciam seus assuntos com definições verbais acompanhadas de desenhos "prototípicos" onde, por exemplo, quadrados e retângulos são desenhados quase sempre com os lados paralelos às bordas da folha e os triângulos, na sua maioria, são acutângulos e quase sempre estão desenhados com sua base na "horizontal" e altura na "vertical" (Figura 9, lado esquerdo). Isto leva nossos alunos a não reconhecerem desenhos destes mesmos objetos em outras posições (Figura 9, lado direito).

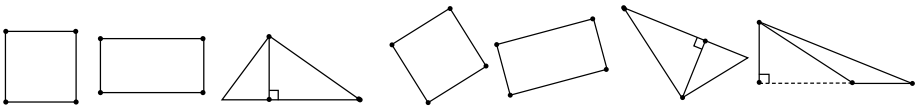


Figura 9: Figuras geométricas em posições prototípicas e não prototípicas.

Mais ainda: os exemplos e exercícios propostos são, em geral, aqueles cujas soluções são baseadas em operações aritméticas do tipo "calcule" ou em equações "determine o valor de *x*", de modo que, para os alunos, a posição relativa do desenho quanto a borda da página, o traçado particular do segmento, a operação aritmética ou a equação utilizada passam a fazer parte das características do objeto estabelecendo desequilíbrios na formação dos conceitos e na dedução de propriedades. Assim, a fim de

se evitar que características de representação sejam confundidas com as propriedades matemáticas dos objetos geométricos, deve-se passar para um tratamento de "desenhos em movimento" onde particularidades da representação desapareçam quando impomos ao desenho movimentos de translação, rotação, entre outros. Neste sentido, os *softwares* de Geometria Dinâmica e, em particular, o GeoGebra são excelentes instrumentos! Para uma sequência de exercícios com "desenhos em movimento", recomendamos Machado (2015). Naturalmente, o recurso de movimento pode ser usado para se criar atividades lúdicas [como a "Coreografia Matemática" (https://goo.gl/qJS050) que usa diferentes funções reais para simular os diferentes movimentos dos braços de um menino dançando] ou animações [como o clássico problema da escada (https://goo.gl/LCoqCP)] (Figura 10).

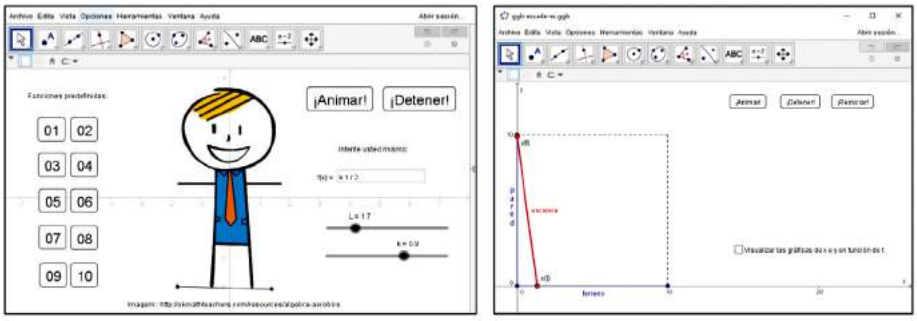


Figura 10: Coreografia Matemática e a animação do problema da escada.

5. Poder computacional

O poder computacional disponível mesmo em *smartphones* e *tablets* permitem explorar tópicos que não seriam possíveis de outra maneira. Considere, por exemplo, a Janela CAS do GeoGebra. Ao contrário do que ocorre com as calculadoras usuais, com a Janela CAS é possível obter respostas exatas, isto é, sem aproximações. Métodos numéricos de precisão arbitrária (ou seja, com o número de dígitos limitado apenas pela memória da máquina) também estão disponíveis. As tarefas matemáticas típicas incluem: cálculos aritméticos, simplificações de expressões algébricas, substituições de símbolos em expressões, resoluções de equações e sistemas de equações lineares e não lineares, cálculos matriciais, cálculos de derivadas e integrais, resoluções

de equações diferenciais ordinárias, etc. Como este tipo de recurso pode ser usado em sala de aula? Na Escola Básica, os alunos aprendem que o número de permutações de um conjunto com 1000 elementos é 1000!, mas raramente eles têm a oportunidade de ver a representação decimal deste número e perceber o quão grande ele é (Linha 1 da Figura 11). O comando ValorNumérico[] permite calcular aproximações decimais de números reais com um número arbitrário de dígitos. Com ele, os alunos podem estudar questões de periodicidade de números racionais (Linha 3 da Figura 11) e até mesmo contrapor (Linha 2 da Figura 11) fatos equivocados, como a ideia errônea de que ϖ é exatamente igual a 3,14. Para mais exemplos do uso das Janela CAS na Escola Básica, recomendamos Bortolossi, Pesco & Rezende (2012). Observamos que a Janela CAS também pode ser usada por professores para conferir respostas ou adequar exercícios com algum propósito (como calibrar os coeficientes de uma equação para uma prova de modo que ela tenha soluções inteiras).

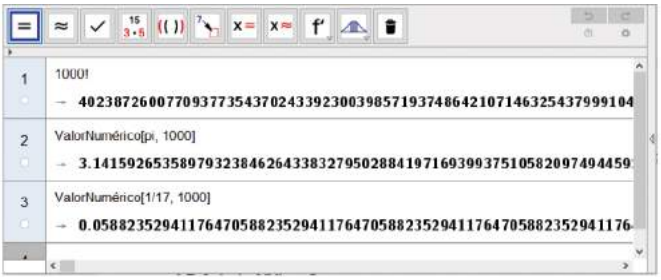


Figura 11: A Janela CAS do GeoGebra.

Um outro exemplo do uso do poder computacional do GeoGebra se refere às simulações. Em Probabilidade, o GeoGebra possui geradores de números pseudo aleatórios pré-definidos para as distribuições uniforme, normal, Poisson e binomial. Com estes geradores, é possível construir simulações como a exibida na Figura 12 (https://goo.gl/lOHe20), em Probabilidade Geométrica (Bortolossi, 2006), que sorteia pontos uniformemente distribuídos no cubo unitário e conta aqueles que estão dento da esfera inscrita no cubo. Como o volume da esfera dividido pelo volume do cubo é igual a ϖ/6, a divisão do número de pontos dentro da esfera pelo número total de pontos sorteados multiplicada por 6 dará uma aproximação de ϖ. Outros exemplos em Estatística e Probabilidade podem ser encontrados em Bortolossi (2016).

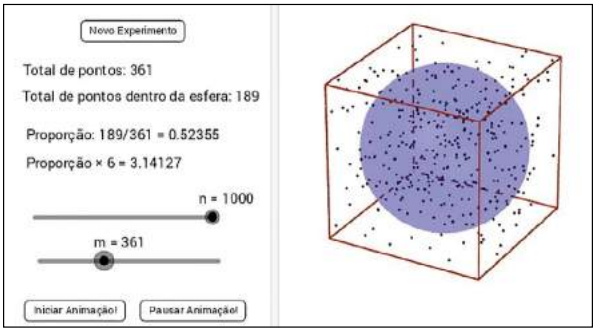


Figura 12: Figuras geométricas em posições prototípicas e não prototípicas.

Ainda na linha de simulações, indicamos dois outros exemplos que procuram explorar números racionais e irracionais em um contexto geométrico. A imagem à esquerda na Figura 15 ilustra um simulador de bilhar em uma mesa quadrada (https://goo.gl/J8w8pR). O aluno deve investigar que propriedade deve ter o ângulo de lançamento da bola a partir do vértice *A* de modo a bola, em algum momento, seja encaçapada em dos quatros vértices *A*, *B*, *C* e *D*. Por sua vez, a imagem à direita na Figura 15 ilustra um simulador de um movimento epicíclico (justaposição de movimentos circulares) (https://goo.gl/jquFwz) com dois círculos. A proposta é investigar que condições os raios e as velocidades angulares dos movimentos circulares devem satisfazer de forma que o movimento resultante seja periódico. Tais investigações seriam difíceis de serem realizadas sem o auxílio de um computador.

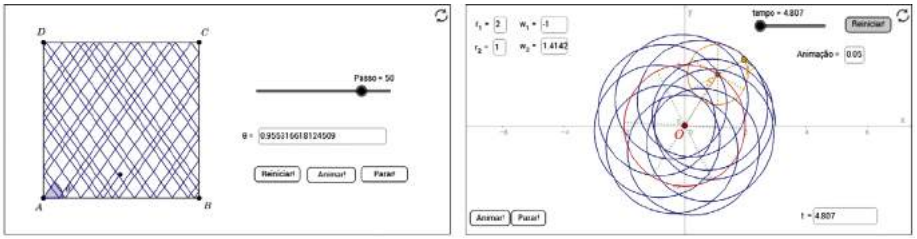


Figura 14: Múltiplos registros no GeoGebra.

6. Múltiplas representações

Uma das fortes características didáticas que, talvez, tenha tornado o GeoGebra tão popular seja a sua capacidade de representações múltiplas: um mesmo objeto pode, em geral, ser representado e acessado algebricamente, geometricamente, numericamente (por exemplo, via dados em uma planilha eletrônica) e, mais recentemente, de forma sonora. Segundo Duval (2006), as representações múltiplas são essenciais para o aprendizado matemático:

> De um ponto de vista epistemológico, existe uma diferença básica entre a matemática e os outros domínios do conhecimento científico. Os objetos matemáticos, em contrate aos fenômenos da astronomia, física, química, biologia, etc., nunca são acessíveis pela percepção ou por instrumentos (microscópios, telescópios, aparelhos de medição). A única maneira de se ter acesso e lidar com eles é por meio do uso de sinais e representações semióticas. (p. 107)

Mesmo se um único registro de representação é suficiente do ponto de vista matemático, do ponto de vista cognitivo a atividade matemática envolve a mobilização simultânea de pelos menos dois registros de representação ou a possibilidade de se mudar, a qualquer momento, de um registro para outro. (p. 126)

Bortolossi (2012) apresenta um conjunto de atividades que, por meio de registros numéricos, gráficos, algébricos e sonoros, explora a conexão entre sons e funções trigonométricas (um prelúdio à Teoria de Fourier). A Figura 13 ilustra duas construções deste trabalho. Na imagem à esquerda, o estudante pode alterar os valores (registros) numéricos dos coeficientes A (amplitude), k (frequência) e C (fase) da função $y = A\,\mathrm{sen}(2\,k\,\varpi\,x + C)$ (registro algébrico). O gráfico (registro geométrico) será alterado e o som correspondente à esta onda será reproduzido (registro sonoro). O ponto fundamental aqui é levar o aluno a perceber a relação entre estes vários registros (se o valor do coeficiente A aumenta, o que acontece com a expressão da função? E com o seu gráfico? E com o som produzido?) Na imagem à direita na Figura 13, duas ondas senoidais são superpostas de forma a simular os sons de um teclado de telefone. O estudo da superposição pode ir além: cancelamentos de sons e batimentos na afinação

de instrumentos musicais. Todos os detalhes podem ser encontrados em Bortolossi (2012).

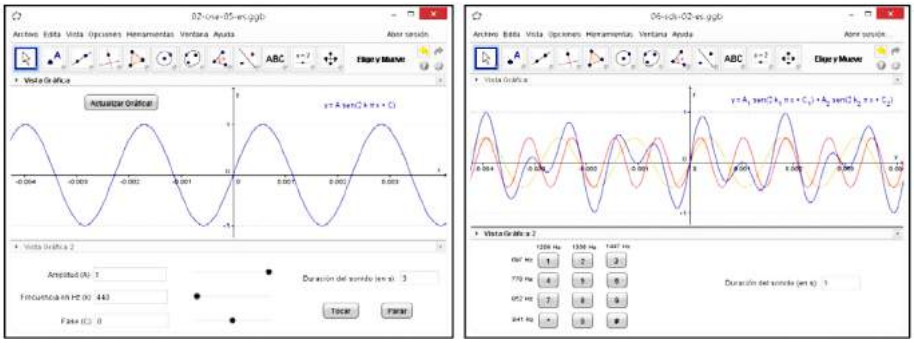


Figura 13: Múltiplos registros no GeoGebra.

7. Considerações finais

É importante que o leitor tenha em mente que o uso de recursos digitais não é a solução de todos os problemas de ensino e aprendizagem em matemática. Um *software* educacional, como o GeoGebra, é apenas mais um entre muitos instrumentos que o professor tem a sua disposição. Um professor se parece muito com um médico: como pacientes diferentes frequentemente podem receber tratamentos diferentes dependendo de suas características, turmas de alunos diferentes podem demandar abordagens diferentes. Dependendo da turma, usar material concreto ou fazer um trabalho em grupo pode ser muito melhor do que usar recursos digitais. Aqui, cabe ao professor identificar os sintomas e usar os instrumentos adequados. Quanto mais instrumentalizado, mais capacitado estará o professor e, neste contexto, como vimos nos vários exemplos dados nas seções anteriores, recursos digitais se colocam como uma excelente opção em muitos casos. Tecnologia é inevitável (Figura 14). Cabe a nós conhecê-la, saber suas potencialidades e limitações.

Figura 14: *Smartphones*, *tablets* e seus sensores: grande potencial educacional!

Terminamos este texto com duas frases sobre tecnologia e ensino. A primeira é da referência OECD (2015): "Tecnologia pode amplificar um ensino de primeira, mas tecnologia de primeira não pode substituir um ensino de segunda.". A segunda frase é do economista Gustavo Ioschpe na Revista Veja: "O melhor *software* em educação continua sendo, disparado, o cérebro de um bom professor.".

8. Referências bibliográficas

Abboud-Blanchard, M. (2016). Digital Technology and Mathematics Education: The Teacher Perspective in Mathematics Education Research—A Long and Slow Journey Still Unfinished. In: Hodgson, B. R., Kuzniak, Alain & Lagrange, J.-B. *The Didactics of Mathematics: Approaches and Issues: A Homage to Michèle Artigue*. Springer-Verlag.

Baldin, Y. Y. (2003). Preparing Future Mathematics Teachers To Teach with Technology. *Electronic Proceedings of the 8th Asian Technology Conference in Mathematics*, Taiwan.

Barton, S. (2009). Developing a course for preservice teachers demonstrating valid uses of technology for solving mathematical problems. *ICTCM Conference proceedings*, volume 21, New Orleans, USA.

Bortolossi, H. J. (2006). Números (Pseudo) Aleatórios, Probabilidade Geométrica, Métodos de Monte Carlo e Estereologia. *Projeto Klein em Língua Portuguesa*. Disponível em: http://goo.gl/Sg6slQ.

Bortolossi, H. J. (2012). Saberes e Trabalho: Matemática. In: Cazorla, I. M., Aragão, R. C. & Pitombo, N. C. S. (Eds.). *EM-Ação: Ensino Médio em Ação; Terceiro Ano, Volume 2.* Secretaria da Educação, Instituto Anísio Teixeira, Bahia, Brasil. Disponível em: https://goo.gl/KIV0Vt.

Bortolossi, H. J. (2016). O Uso do Software Gratuito GeoGebra no Ensino e na Aprendizagem de Estatística e Probabilidade. *VIDYA*, v. 36, n. 2, p. 429-440. Disponível em: https://goo.gl/Zj6Nwr.

Bortolossi, H. J., Pesco, D. U. & Rezende, W. M. (2012). Computação Simbólica no Ensino Médio com O *Software* Gratuito GeoGebra. *Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra*, Montevideo, Uruguay. Disponível em: https://goo.gl/dUPQHq.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in A Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 61, p. 103-131.

Grugeon, B. et al. (2010). Teacher Education Courses in Mathematics and Technology: Analyzing Views and Options. In: Hoyles, C. & Lagrange, J.-B. (Eds.). *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study*. Springer-Verlag.

Grünbaum, B. (1985). Geometry Strikes Again. *Mathematics Magazine*, v. 58, n. 1, p. 12-17.

Machado, E. J. C. (2015), *Explorando invariantes geométricos com o GeoGebra: Uma seleção para a sala de aula.* Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense, Brasil. Disponível em: https://goo.gl/wKxlCb.

OECD (2015). *Students, Computers and Learning: Making The Connection*. PISA, OECD Publishing. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en.

PONENCIAS

COMPRENSIÓN DE LA ELIPSE E HIPÉRBOLA POR MEDIO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS CON ASISTENCIA DEL GEOGEBRA

Luz Karime Díaz Trujillo, Jorge Hernán Aristizábal Zapata.
Universidad del Quindío, Colombia.
dtkari@yahoo.es, jhaz@uniquindio.edu.co.

Línea: Investigación en Didáctica de la Matemática

Palabras clave: secuencias didácticas, situaciones didácticas, ingeniería didáctica, sistemas de geometría dinámica.

Resumen

El presente trabajo hace parte de un estudio realizado con el fin de analizar cómo se genera el aprendizaje de las secciones cónicas: elipse e hipérbola en estudiantes de grado décimo y determinar las dificultades que se presentan en este proceso. La investigación fue de tipo cualitativa interpretativa, basada en el marco teórico de situaciones didácticas y la metodología de ingeniería didáctica. Para su desarrollo se diseñaron secuencias didácticas con la asistencia del sistema de geometría dinámica "Geogebra". La recolección de datos se realizó a través de cuestionarios, entrevistas, pantallazos de aplicaciones en geogebra y video grabaciones y, a partir del análisis y la triangulación de la información obtenida se pudo concluir que la enseñanza de la elipse e hipérbola por medio de secuencias didácticas utilizando como medio el geogebra, permite a los estudiantes generalizar y construir las propiedades de estos lugares geométricos, además facilita la comprensión de sus diferentes representaciones.

1. Introducción

En prácticas pedagógicas y estudios previos se han encontrado diversas dificultades que presentan los estudiantes, las cuales afectan el proceso de comprensión de las secciones cónicas: una de ellas es la carencia de competencias algebraicas y geométricas, dificultad derivada de la insuficiencia en el aprendizaje de los conceptos en toda la educación secundaria. Así mismo, se puede observar que los estudiantes demuestran rechazo a los teoremas y definiciones, buscan memorizar fórmulas y mecanizar procedimientos sin analizar el concepto (Gascón, 1997). Además, los estudiantes tienen concepciones erróneas acerca de las cónicas (Del Río, 1992). Por otra parte, es poco el tiempo que se le dedica a estos conceptos, basta con revisar los derechos básicos de aprendizaje[1], donde solamente se referencia este concepto en el grado once. Es necesario tener en cuenta que el aprendizaje de la elipse e hipérbola en estudiantes de grado décimo y once de secundaria, reviste importancia, pues se debe asegurar la adecuada comprensión de los conceptos matemáticos y el pensamiento espacial, necesarios en el desarrollo de las actividades académicas al ingresar a la universidad a carreras donde se estudie el curso de geometría analítica, siendo estos conocimientos previos fundamentales para el desarrollo de las secciones cónicas.

2. Objetivo

Generar la comprensión de la elipse e hipérbola en estudiantes de grado décimo de una institución educativa –I.E- en el municipio de Belén de Umbría del departamento de Risaralda, por medio de secuencias didácticas con la asistencia del Geogebra.

3. Marco teórico

El presente estudio está basado en el marco teórico de las situaciones didácticas de Brousseau (1986). Esta teoría sustenta la realidad de lo

[1] DBA propuestos por el Ministerio de Educación Nacional en Colombia, para apoyar el desarrollo de propuestas curriculares.

que ocurre en una clase. Se basa principalmente en dos componentes: El contrato didáctico y las situaciones, donde juega un papel importante el medio. Brousseau (2007) categoriza las situaciones: "en situaciones didácticas y situaciones adidácticas" (p. 30). Las situaciones didácticas se clasifican en situación de acción, formulación, validación y de institucionalización.

4. Metodología y resultados

La investigación es de tipo cualitativa interpretativa, con base al enfoque metodológico de ingeniería didáctica (Artigue, 1995), que define para el desarrollo de la investigación, cuatro fases: análisis preliminares, concepción y análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori y evaluación.

5. Conclusiones

A través del sistema de geometría dinámica (Geogebra) y con la secuencia didáctica, los estudiantes analizaron las características de la elipse e hipérbola logrando definirlas como lugares geométricos, además la generalización de sus propiedades facilitó la comprensión de las ecuaciones canónicas.

El Geogebra como medio didáctico, incidió en el aprendizaje de la elipse e hipérbola, porque cuando se les presentó a los estudiantes, situaciones didácticas y a didácticas en secuencias que requerían el uso de lápiz y papel, los estudiantes fueron capaces de resolver algebraica y gráficamente los problemas propuestos. Esto significa que le dieron comprensión y significado a los objetos matemáticos.

La aplicación del programa Geogebra y de los entornos informáticos para el desarrollo de las secuencias didácticas motivó a los estudiantes del grado décimo de la I.E en la clase de geometría analítica. Y además motivó a los demás docentes de matemáticas a utilizar el Geogebra.

6. Referencias bibliográficas

Artigue M., Douady R., Moreno L. y Gómez P. (1995). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamérica S.A de CV.

Brousseau G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.

Del Río J. (1992). ¿Cómo cambiar las concepciones erróneas de los estudiantes? Una experiencia en matemáticas. Revista suma 24. Recuperado de: http://revistasuma.es/IMG/pdf/11/009-024.pdf

Gascón J. (1997). *Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad*. Revista Suma 26. Recuperado de http://revistasuma.es/IMG/pdf/26/011-021.pdf

ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS MEDIADO POR ENTORNOS DIGITALES PARA ESTUDIANTES CON NECESIDADES EDUCATIVAS

Jameson Leonardo Jiménez Gómez, Richard de Jesús Gil Herrera.
Centro Panamericano de Estudios Superiores, México; Grupo IOE, España.
jamyjigo@gmail.com, richard.dejesus@grupoioe.es

Línea: Las TIC como fuente de innovación para la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, básica secundaria.

Palabras clave: ingeniería didáctica, entornos digitales de aprendizaje, dificultades de aprendizaje en matemáticas, necesidades educativas especiales.

Resumen

En el presente trabajo se pretende determinar si la intervención didáctica en educación matemática mediada con entornos digitales de aprendizaje, permite fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes con necesidades educativas especiales, casos específicos, las dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM) y trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH). La investigación se fundamenta en el rigor que propone la Teoría de la Ingeniería Didáctica en la construcción del conocimiento matemático), mediante adaptaciones curriculares que propendan por el uso de entornos digitales de aprendizaje para la enseñanza de estudiantes con necesidades educativas (NEE), bajo metodología tipo investigación-acción, facilitando a través de las adaptaciones curriculares flexibles.

1. Introducción

Actualmente existen factores que permean el proceso de enseñanza–aprendizaje, los cuales el maestro debe reconocer y estar en pro de su conocimiento ello con el propósito de mejorar sus prácticas de enseñanza y garantizar el aprendizaje de los estudiantes. El concepto de educación para unos cuantos cambió a "Una escuela para todos"como se denominó en la carta de Luxemburgo (1966). La ley general 115 de 1994 en Colombia da cumplimiento y derecho a la inclusión, así, nace un nuevo modelo de educación inclusiva que tiene como objetivo educar al mayor número de niños con dificultades en las aulas de clase tradicional bajo los mismos derechos y oportunidades que se le brinda a un estudiante del común todo en términos de un currículo flexible que permita alcanzar todos los desempeños de acuerdo con los diferentes ritmos de aprendizaje. (*UNESCO, 2013, pág. 4*).

A partir del enfoque de investigación-acción, se focalizará en el aprendizaje significativo de las matemáticas, el uso de los entornos digitales de aprendizaje y las necesidades educativas especiales. El alcance parcial de esta investigación va dirigido a educandos con necesidades educativas especiales (DAM y TDAH entre otros); planteando el uso de entornos digitales de aprendizaje como un eje motivador en el desarrollo de las clases. Tales entornos son construidos por los maestros, enfocados en las necesidades del estudiante, para que él pueda construir su concepto matemático.

2. Objetivo

Diseñar una estrategia "curricular" para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dirigida a estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE) de educación secundaria, mediada por entornos digitales de aprendizaje.

3. Marco teórico

Brousseau G. (2007) "Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas", Artigue M (1995), "Ingeniería didáctica en educación matemática", Chevallard Y (1998). "La transposición didáctica del conocimiento del saber sabio al saber enseñado", Asociación Americana de Psiquiatría

(2013), “Guía de consulta de los criterios diagnósticos del DSM-5”. Salinas J (2004) “Cambios metodológicos con las TIC, Estrategias didácticas y entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje. Es decir la apropiación de la TIC debe ser para todos los estudiantes y brindar apoyo a las diferentes asignaturas que cursa un estudiante de secundaria, para hacerlo se requieren espacios desde la escuela que siembren la semilla de la era digital en la comunidad educativa.

4. Metodología y resultados

Esta propuesta de investigación trata de generar espacios de reconocimiento a la diferencia, e incluir el diseño de objetos virtuales de aprendizaje en las diferentes áreas del conocimiento. Inicialmente se centra en estudiantes de grado sexto con NEE, diagnosticados o reportados por la orientación escolar en el sistema de matrícula, especialmente aquellos que presentan TDAH y DAM. La experiencia de aplicación intentará validarse con grupos de estudiantes pertenecientes a instituciones educativas regionales y de otras latitudes (ej. casos en Colombia y España). Partiendo de que se pretende crear una estrategia educativa curricular mediada por OVA, se deben considerar diseños experimentales (múltiples) que conjuguen tres variables que relacionen el aprendizaje de los estudiantes con TDAH y DAM. Las variables se relacionan con el tiempo de estudio, el uso del computador como ayuda pedagógica, el trabajo con OVA entre otros. Todos los productos que resulten de esta investigación puedan servir a futuro para la enseñanza y aprendizaje de estudiantes con DA; llámese trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH), dificultades de aprendizaje en matemáticas (DAM), reconocido como discalculia o población con barreras.

5. Conclusiones

Es necesaria la enseñanza de las matemáticas para toda la población, ya que ésta se aplica en los diferentes contextos de la vida cotidiana, pero al diseñar estrategias para que el estudiante con necesidades educativas especiales aprenda, puede mejorar sus competencias matemáticas e impactar en su calidad de vida.

Cuando el maestro prepara con rigor el material de sus clases se dispone para enfrentarse a los retos que tiene la educación moderna, brindando las mejores herramientas a sus estudiantes.

Es posible lograr la transposición didáctica de los objetos de estudio a objetos virtuales de aprendizaje, los cuales posteriormente pueden servir a la comunidad educativa (quizás productos como software libre) derivados de ésta y similares investigaciones (Jiménez J. 2015, pág. 89).

6. Referencias bibliográficas

Jiménez, J., Carmona, E., Aldana, E. (2015) Aprendizaje del sistema aditivo y multiplicativo de los números enteros mediante la asistencia de objetos virtuales de aprendizaje. *UGCiencia 21*, pág. 83-90.

MEN. (2003). *RESOLUCION 2565 . Por la cual se establecen parámetros y criterios para la prestación del servicio educativo a la población con necesidades educativas especiales.* Bogota Colombia: MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL.

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática, un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas,* Colombia, Grupo Editorial Iberoamericana.

Chevallard Y (1998). *La transposición didáctica del conocimiento del saber sabio al saber enseñado*. Francia, AIQUE Grupo Editor.

LAS TIC COMO HERRAMIENTA DE APOYO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Suyis Yajaira Lozano García
Institución Educativa Municipal José de los Santos Zúñiga, Colombia
suyis10@hotmail.com

Línea: Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Matemáticas mediadas por TIC, educación secundaria.

Palabras clave: matemáticas, TIC, innovación, contexto, aprendizaje significativo.

Resumen

La propuesta, "Las TIC como estrategia de apoyo en la enseñanza de la matemática", nace de la necesidad de replantear la enseñanza de las matemáticas y de buscar alternativas y recursos que generen cambios significativos en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

En este marco y considerando las matemáticas de suma importancia para formar jóvenes competentes y en la que el auge de las tecnologías de la información y la comunicación se manifiesta en diversos ámbitos, surge la curiosidad por saber ¿Cómo implementar estrategias innovadoras en las clases de matemáticas?; Se buscaron los posibles beneficios que conlleva la integración y utilización de las TIC con el currículo, así como la aplicabilidad de metodologías basadas en la Teoría del Aprendizaje significativo.

El objetivo principal, es lograr que los estudiantes desarrollen la competencia matemática, mejoren el rendimiento y encuentren sentido a todo lo que aprenden.

Los resultados arrojados por la aplicación de la propuesta, permitieron ver como el cambio de metodología facilita la adquisición de nuevos contenidos, a la vez que permite a docentes y estudiantes estar a la vanguardia de lo que ofrecen las nuevas tecnologías aplicadas a la educación. En cuanto al rendimiento, se evidencia una mejora nivel interno y externo.

1. Introducción

Según los lineamientos curriculares en nuevas tecnología y currículo de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1999), hacer caso omiso de las nuevas tecnologías en la enseñanza está creando una barrera entre la vida diaria de los estudiantes y las experiencias que tienen en la escuela. (p. 17)

Por tal razón, no se debe desconocer la necesidad de adaptar los contenidos a las nuevas necesidades de los estudiantes, a los cambios tecnológicos y a la evolución que con el paso del tiempo afecta a cualquier ciencia y lógicamente a quienes tratan de entenderla y por ende se van a beneficiar de todos aquellos progresos y reformas que puedan generar.

Es por ello que uno de los compromisos de los docentes en el área de matemáticas, es adaptarse a las nuevas exigencias y a las nuevas tecnologías que se encuentran en el medio.

2. Objetivo

Implementar estrategias que contribuyan al mejoramiento de la calidad en el área de matemáticas creando contextos significativos de enseñanza-aprendizaje mediante el uso de las TIC.

3. Marco Teórico

Son muchos los conceptos que han surgido en lo que tiene que ver con la incorporación de las nuevas tecnologías al currículo, dejando ver las barreras y la forma en como han sido acogidas por estudiantes y docentes, dando a conocer resultados favorables en la mayoría de los casos, dejando así una experiencia exitosa en el trabajo de aula. En Colombia desde el Ministerio de Educación se han implementado proyectos con miras a integrar el uso de las nuevas tecnologías en el aula, entre ellos el proyecto "incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia" y sus avances llevado a cabo por Ana Celia Castiblanco Paiba, coordinadora general del proyecto Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. En este proyecto, Castiblanco (2002) tiene como objetivo mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y la capacidad de aprendizaje mediante los recursos expresivos que la tecnología pone al alcance de las instituciones educativas, además de consolidar una comunidad de docentes comprometidos con la diseminación de la cultura informática.

4. Metodología y resultados

Si bien es cierto que se pretende contribuir al mejoramiento de la calidad, también se quiere realizar un análisis de los factores socio-culturales que intervienen en dicho proceso, para ello se tiene en cuenta el enfoque etnográfico, se vinculan a los procesos de enseñanza software libres propios del área como cabri, poly pro, geogebra, r y c, geoplano virtual, descargables de that quiz y algunas plataformas como wiziq, moodle, that quiz, utilizando las redes sociales como fuentes de comunicación. Además, la institución cuenta con un software licenciado yenka, los cuales se utilizan según los requerimientos de las temáticas.

La propuesta ha mostrado resultados en lo que tiene que ver con el rendimiento académico de los estudiantes, esto se ve reflejado en los resultados de las pruebas tanto internas como externas.

Según el historial institucional, con respecto a las pruebas saber 11 y olimpiadas del conocimiento, en los últimos años ha aumentado el nivel en matemáticas según la tabla.

Pruebas saber 11		Olimpiadas del conocimiento	
Año	**Puntaje**	**Año**	**Puntaje**
2013	41,93	2012	32
2014	49,39	2014	33,1
2015	51,42	2014	42,4

5. Conclusiones

— Según los resultados, se puede concluir que la mediación de las TIC en los procesos de enseñanza, facilitan la comprensión de conceptos propios del área.

— El uso de nuevas tecnologías en el aula crea ambientes significativos que despiertan el interés en los estudiantes.

— La implementación de nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza–aprendizaje contribuyen de manera significativa al mejoramiento de la calidad en el área de matemáticas en la institución.

6. Referencias bibliográficas

Castiblanco, A. (2002). Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia y sus avances. Bogotá.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1999). En Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas, áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá: Cooperativa editorial magisterio.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL, L. 1. (2009). Diario Oficial No. 47.426 de 30 de julio. Santa Fe de Bogotá.

UNA DE LAS ECUACIONES QUE CAMBIÓ EL MUNDO EN GEOGEBRA: "LAS SERIES DE FOURIER"

William Jiménez, Lida Fonseca, Alejandro Ferro.
Universidad Pedagógica Nacional; Universidad Manuela Beltrán, Colombia.
williamajg@hotmail.com,lida.fonseca@docentes.umb.edu.co, luis.ferro@docentes.umb.edu.co

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación terciaria (pregrado).

Palabras clave: series de fourier, GeoGebra, patrones sinuosidades.

Resumen.

No es un secreto que antes del siglo XVII los matemáticos manifestaron temor al manipular series y el mismo infinito, pero esto no evito que muchos de ellos trabajaran con dichos objetos en algunos casos a escondidas y otros sin mucho rigor. Por ejemplo, Newton y Arquímedes generaron trabajos que consolidaron las matemáticas como pilar de las ciencias. Otro ejemplo de este hecho es Joseph Fourier que alrededor de 1810 desarrolló un método creativo y revolucionario que se convertiría en el epicentro de la transformación de señales años después, dicho método es conocido actualmente como las series de Fourier. Por su relevancia hace parte del plan de estudio de muchas de las Ingenierías que se estudian en Colombia, a este asunto no escapa la Universidad Manuela Beltrán en donde el método hace parte del programa de la asignatura matemáticas especiales de séptimo semestre, sin embargo la enseñanza del mismo en ocasiones se

hace difícil por ser un asunto tan abstracto y es por esto que los profesores de la universidad diseñaron una aplicación en GeoGebra que permitiera a los estudiantes vislumbrar algunas de los características más importantes como las sumas sinuosidades y el fenómeno de Gibbs.

1. Introducción

En general se piensa que las matemáticas siempre han tratado de estudiar fenómenos físicos y naturales, en general esto es verdad sin embargo este asunto se hizo oficial después de Newton y su trabajo el principa pues en consecuencia del mismo se generaron resultados como la ecuación de gravitación, la ecuación de electroestática, la ecuación de elasticidad y la ecuación del calor, esta última propuesta por Fourier (Stewar , 2013) que trabajó en la misma alrededor de 1807 y fue publicada finalmente en 1812. Joseph Fourier nació en Francia el 21 de marzo en 1768 formado en las ideas de Rousseau, fue participante de la revolución francesa y parte de la expedición de Napoleón a Egipto, pero su cargo más sobresaliente fue el de secretario de las secciones de matemáticas y física de la Academia de Ciencias Francesas (Collet, 1998).

Una situación muy interesante es que la formulación de la ecuación de calor propuesta por Fourier no es lo más importante de su producción, lo que realmente capta la atención es su método para solucionar la misma. A grandes rasgos el método consiste en modelar la temperatura como sumas sinuosidades o series trigonométricas, este algoritmo le valió a Fourier varias críticas de matemáticos prestigiosos como Laplace y La-Grange todo esto debido a su falta de rigor pero Fourier así como Newton (Stewar 2005) estaba tan convencido de los resultados así que continuo y la generalización del método conocido actualmente como la transformada de Fourier ha constituido un algoritmo usado en el tratamiento de imágenes, la mecánica cuántica, el estudio de moléculas biológicas como el ADN, la compresión de imágenes digitales, entre otros(Stewar 2013).

El método de las series de Fourier resultó tan útil que actualmente en la educación superior en la carrera de Ingeniería o Ciencias Básicas es un requisito fundamental en el plan de estudio. Así es que en la Universidad Manuela Beltrán de Colombia este es uno de los temas planteados para el

curso matemáticas especiales de séptimo semestre, sin embargo algunos de los estudiantes manifiestan dificultades con la idea de la expresión de una función como sumas de funciones trigonométricas lo que generó una necesidad en los docentes de la institución.

2. Objetivo

Diseñar una aplicación en GeoGebra que permitiera a los estudiantes visualizar algunas de las propiedades de las series de Fourier.

3. Marco teórico

Las series de Fourier permiten expresar la función *f(x)* como una serie trigonométrica (O'neal 2014).

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}\right) t + b_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{T}\right) t$$

Donde

$$a_n = \int_{-T}^{T} f(x) cos\left(\frac{n\pi x}{T}\right) dx \qquad \text{Y} \quad b_n = \int_{-T}^{T} f(x) sen\left(\frac{n\pi x}{T}\right) dx$$

Los coeficientes y son conocidos como los coeficientes de Fourier, además también es posible expresar esta serie en variable compleja mediante la identidad de Euler, sin embargo en este documento se limitará a las series trigonométricas.

4. Metodología y Resultados

Se diseñó una aplicación que permitiese graficar las series de Fourier para un *n* natural determinado por un deslizador, este se conoce como el polinomio trigonométrico las variables de ingreso necesarias son la función *f(x),* su periodo, los coeficientes (estos últimos tres se deben ingresar en variable *m*). La aplicación haciendo uso de los comandos lista y secuencia los texto y algunos condicionales, genera los cálculos y le publica al usuario las gráficas determinadas, así como, la fusión trigonométrica.

Este proceso se ilustra en la imagen 1, con *f (x)=x*

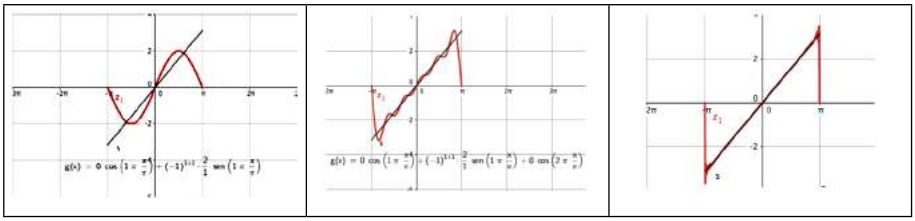


Imagen 1. Serie de Fourier de *f(x)=x*, con *n*=1, 3 y 100

5. Conclusiones

El diseño del aplicativo permitió a los estudiantes visualizar algunas de las características más importantes de la transformada de Fourier, esto se debe en gran parte al dinamismo que presenta el mismo, lo que genera como posibilidad la construcción de más aplicativos de este tipo que involucren otros conceptos relacionados por ejemplo la transformada Z o la trasformada discreta de Fourier.

Existen algunas limitaciones en el programa GeoGebra para la construcción de este tipo de aplicativos, alguno relacionados con la velocidad de cálculo y otros limitados por las funciones que están del programa como la integrar indefinida en variables esto impide un desarrollo un poco más avanzado del aplicativo.

6. Referencias Bibliográficas

Collete, J. (1998). *Historia de las matemáticas* (3ª y 4ª ed.). México: Siglo Veintiuno Editores.

O'neal, P (2015). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería 7*. Cengage Learning.

Stewar, I. (2005). *De aquí al infinito*. Barcelona: Editorial Crítica.

Stewar, I. (2013). *17 Ecuaciones que cambiaron el mundo*. Editorial Crítica.

LOS PARÁMETROS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, DESDE UNA PERSPECTIVA VARIACIONAL

Ferney Tavera Acevedo, Jhony Alexander Villa-Ochoa
Universidad de Antioquia, Colombia
ftavera827@yahoo.es, jhony.villa@udea.edu.co

Línea: Experiencia de aula a partir del trabajo con Geogebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Media (15 – 18 años).

Palabras clave: parámetros, funciones trigonométricas, pensamiento variacional

Resumen

En este texto analizamos una experiencia en la que los estudiantes exploran los cambios que presentan las gráficas de las funciones trigonométricas cuando se varían sus parámetros. Se propusieron dos tipos de tareas: (i) los parámetros varían de manera individual y (ii) los cambios en un parámetro afectaban otro. Los resultados muestran que los estudiantes del grado 10 manipularon los parámetros en el primer tipo de tarea e infirieron y describieron los cambios que se generan en cada gráfica; Sin embargo, frente al segundo tipo de tarea los hallazgos muestran que los estudiantes requieren de mayores experiencias y apoyo del profesor para poder establecer conjeturas frente a su comportamiento.

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas a través del uso de TIC debe apoyar un aprendizaje en el que se favorezca la comprensión, las conexiones y la resolución de problemas; sin embargo, en ocasiones existen factores que desligan la enseñanza de su estructura conceptual (Gómez, 2002). Para el caso específico de las funciones trigonométricas su enseñanza se ha visto limitada a un proceso memorístico y rutinario que descuida el estudio de sus diferentes representaciones y transformaciones, por consiguiente, el trabajo en el aula se reduce a un dominio algebraico y procedimental que se aplica para encontrar un resultado (Fiallo, 2010).

2. Objetivo

Analizar la manera en que los estudiantes exploran los cambios que presentan las gráficas de las funciones trigonométricas cuando se varían los parámetros asociados a cada una de ellas.

3. Marco Teórico

El estudio de las funciones trigonométricas debe articularse al estudio de la variación pues su estructura conceptual incorpora el movimiento en forma de variable para que los estudiantes identifiquen e interpreten los cambios que allí se generan. En este sentido el Ministerio de Educación Nacional de Colombia señala que el pensamiento variacional tiene que ver con "el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos" (MEN, 2006. p. 66).

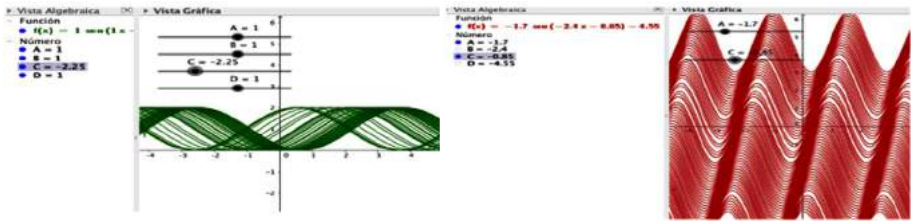
Ellos sugieren que para promover este tipo de pensamiento es necesario proponer en el aula de clase actividades donde los estudiantes exploren, analicen, construyan, infieran, conjeturen y planteen nuevas situaciones frente a las relaciones funcionales que se originan entre los conceptos matemáticos. En Villa-Ochoa y Ruiz (2010) se ponen de relieve algunas acciones relacionadas con el pensamiento variacional, las cuales se pueden

estudiar a partir del Geogebra, entre ellas: la captación y descripción de una relación, la creación de estrategias, el surgimiento de conjeturas, la construcción de representaciones y la refutación o demostración formal de dichas conjeturas.

4. Metodología y resultados

Los estudiantes a través del software Geogebra grafican una función trigonométrica, como por ejemplo: *g(x) = A sen (Bx + C) + D*. En el primer tipo de tarea los estudiantes construyen cuatro deslizadores, uno para cada parámetro A, B, C y D. En el segundo tipo de tarea, los estudiantes unicamente construyen deslizadores para algunos parámetros y los otros se describen como funciones de los primeros (i.e. B=2A+1 y D=-2C+3). En ambos tipos de tarea los estudiantes deben describir los cambios que ocurren en las gráficas a medida que se mueven los deslizadores. Además, deben presentar argumentos para justificar los comportamientos observados. Los hallazgos muestran que los estudiantes describen los cambios asociados a las funciones en el primer tipo de tareas. En parte, debido a que la percepción visual es suficiente para describir las traslaciones (horizontal y vertical) y elongaciones. También pudieron argumentar analíticamente algunas relaciones entre las funciones, por ejemplo, *sen* (*x*+ ϖ/2)= *cos* (*x*). Sin embargo, en el segundo tipo de tarea, lograron acercarse a una descripción general de la familia de gráficas que se generan, sin determinar si existe o no alguna característica que las define.

En las siguientes ilustraciones se presenta un ejemplo para cada tipo de tarea.



5. Conclusiones

En uso de Geogebra se ha defendido, entre otros argumentos, porque promueve el establecimiento de relaciones dinámicas entre variables a partir de la experimentación y la visualización. En esta experiencia, se pudo observar cómo a través de su uso los estudiantes lograron describir y justificar los comportamientos de familias de funciones trigonométricas cuando se asocian a traslaciones o elongaciones (cambio de un parámetro de la función); sin embargo, ni experimentación, ni observación fueron suficientes para que los estudiantes pudieran describir con cierta profundidad la familia de funciones cuando cambian dos parámetros de manera simultánea y relacionada.

6. Referencias bibliográficas

Fiallo, J. (2010). *Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica.* Tesis doctoral no publicada, Universidad de Valencia, Valencia–España.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA, 7*(3), 251-292.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas.* Santa fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia.* Bogotá: Magisterio.

Villa-Ochoa, J. A., & Ruiz, H. M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de nociones variacionales. *Educação Matemática Pesquisa, 12*(3), 514–528.

TANGRAM COMO RECURSO DOS TABLETS E GEOGEBRA

Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil.
Claudiag1959@yahoo.com.br, iaqchan@hotmail.com

Línea: Las TIC como fuente de innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundária.

Palabras clave: tecnologias digitais, tablets, Geogebra, tangram.

Resumen

O presente artigo apresenta a discussão centrada no planejamento de aulas com a utilização das Tecnologias Digitais para a Educação Básica. Foi realizado um experimento com professores de Matemática, em formação continuada, realizando construções com o Geogebra para *Tablets*, abordando conceitos de geometria utilizando o Tangram. O objetivo geral foi investigar possibilidades do uso de *Tablets* como um recurso didático na construção do conhecimento matemático. Os resultados apontam que os *Tablets* são uma alternativa metodológica para a inserção das TIC na Educação Matemática, mudando o planejamento usual.

1. Introdução

As tecnologias têm alterado o modo de interação e de pensamento do ser humano em relação ao mundo que o rodeia. Nesse período de informatização massiva, no qual as atividades têm migrado para o formato digital, a Educação,

e a Educação Matemática, também necessitam adequar-se a essa realidade. Esse artigo apresenta uma discussão sobre as mudanças no planejamento do professor de Matemática, da Educação Básica, quando utiliza Tablets, apontando possibilidades que este recurso oferece para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º, 9º anos), estudantes de 10 a 14 anos.

2. Objetivo (s)

Investigar possibilidades do uso de Tablets como um recurso didático na construção do conhecimento matemático, com o planejamento didático de aulas com atividades com o Tangram.

3. Marco Teórico

A pesquisa está fundamentada no método qualitativo, uma vez que os propósitos fundamentais são a compreensão, a explanação e a interpretação do fenômeno estudado, interessando mais o processo do que os resultados. As ações de pesquisa foram desenvolvidas em dois grupos: O GECEM (Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática), na ULBRA (Universidade Luterana do Brasil), e o Grupo de Formação Continuada de professores de Matemática do município de Canoas, do estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Salienta-se que os dois grupos realizaram suas atividades concomitantemente, e as reuniões e reflexões ocorridas levaram a um fluxo contínuo de discussão, análise e replanejamento, o que qualificou os resultados obtidos. A pesquisa seguiu as seguintes atividades investigativas: reuniões semanais de estudos com o grupo de Investigação GECEM com o planejamento inicial de atividades didáticas; reuniões mensais com o grupo de formação continuada com os professores de Matemática, com análise das atividades planejadas e as possibilidades de uso das mesmas com estudantes da Educação Básica; aplicação das atividades com os professores componentes do grupo de formação continuada; análise dos resultados através das observações realizadas nos dois grupos de trabalho.

A integração das Tecnologias Digitais na Educação mostra-se irremediavelmente associada à necessidade de reforço da profissionalização docente e

de uma (re)organização das dinâmicas escolares (Nóvoa, 2007). Segundo o autor torna-se importante perceber que ações se mostram necessárias para promover a efetiva inclusão das tecnologias no contexto escolar, mais especificamente, estudos de como se pode promover o desenvolvimento profissional docente para trabalhar, com eficiência e sustentabilidade dessa inclusão no planejamento escolar.

Segundo o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2014) para uma aprendizagem significativa da Matemática, as ferramentas e a tecnologia devem ser consideradas como características indispensáveis para a sala de aula. Consideram que os Computadores, os Tablets, podem ser utilizados para reunir dados, fazer pesquisas na sala de aula e para utilizar aplicações que façam cálculos, simulações, assim como para fomentar a visualização, permitindo que os alunos se envolvam com jogos que exijam habilidades para resolução de problemas. Os Computadores e Tablets, telefones inteligentes e calculadoras avançadas, segundo o NCTM, tornam acessíveis uma gama de aplicações que auxiliam aos usuários a explorar Matemática, dando sentido aos conceitos e procedimentos, e a envolvê-los com o raciocínio matemático (2014). Considera-se, portanto, que as TIC se constituem em importantes recursos que auxiliam o professor em seu trabalho docente, colaborando com mudanças significativas na educação.

A temática escolhida para ser apresentada nesse artigo foi o estudo do Tangram, com uso de Tablets, com o objetivo que os estudantes do Ensino Fundamental desenvolvam conceitos de Geometria (mediatriz, ponto, etc.). A sequência proposta está composta de atividades abertas para explorar e despertar o interesse pelo Tangram e atividades fechadas com a execução orientada da construção de um quebra-cabeça com o Tangram, apresentando aos estudantes os conceitos geométricos básicos.

4. Metodologia e resultados

A organização das atividades foi em três etapas: 1º uso do aplicativo Tangram para Tablets, disponível na Play Store, para montagem de figuras propostas pelo aplicativo; 2º Introdução do Tangram na forma de um quebra-cabeça construído no Geogebra, propondo a construção das peças com dimensões com números inteiros, tomando-se o cuidado para não trabalhar com

números irracionais; 3º pesquisa sobre a história e a origem do Tangram. A figura 1 apresenta o resultado da construção do Tangram no Geogebra.

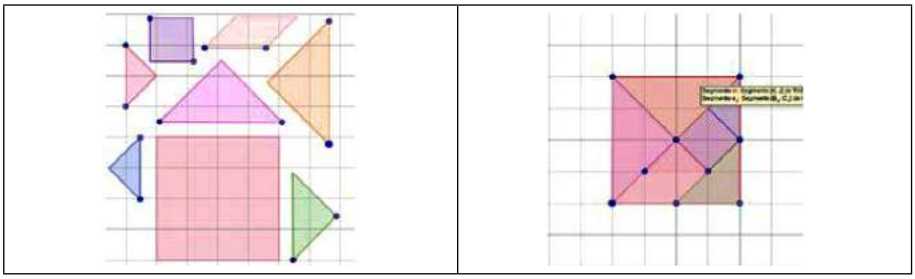


Figura 1. Quebra-cabeça com o Tangram construído no Geogebra

5. Conclusiones

A sequência desenvolvida foi apresentada, discutida e pormenorizada com o grupo de professores de Matemática em formação continuada, em conjunto com os pesquisadores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM) da ULBRA. Os dez professores, participantes do experimento, consideraram viável a aplicação das mesmas com estudantes do Ensino Fundamental. Os resultados apontam que atividades com Tablets são uma alternativa metodológica para a inserção das tecnologias na Educação.

6. Referencias bibliográficas

NCTM. (2014). *Principles to actions: ensuring mathematical sucess for all*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Nóvoa, A. (2007). Desafios do Trabalho do Professor no Mundo Contemporâneo. *Palestra de António Nóvoa*, 1–24.

OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO GEOGEBRA

Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa, Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Brasil.
iaqchan@hotmail.com, claudiag1959@yahoo.com.br

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundária.

Palabras clave: objetos de aprendizagem, área de figuras planas, Geogebra.

Resumen

Resumen.Resumen.Este artigo apresenta uma sequência didática eletrônica com as temáticas polígonos e área de figuras planas, utilizando objetos de aprendizagem, construídos no *software* Geogebra. O objetivo foi elaborar uma sequência didática eletrônica, com objetos de aprendizagem interativos, que levassem os estudantes do Ensino Fundamental a construírem os conceitos de linha poligonal, polígono, classificação dos polígonos, triângulos e quadriláteros, bem como, as fórmulas de áreas das figuras planas através da observação desses objetos. A metodologia de pesquisa foi o desenvolvimento da sequência didática e com a aplicação em uma turma de Licenciatura em Matemática. Os resultados apontam que o Geogebra é um *software* adequado à construção de objetos de aprendizagem manipuláveis sem que seja necessário o conhecimento de programação avançada.

1. Introdução

Kampff et al. (2004) afirmam que em uma sociedade de bases tecnológicas, com mudanças contínuas, não é mais possível desprezar o potencial pedagógico que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) apresentam quando incorporadas à educação. Assim, os dispositivos informáticos são um instrumento pertinente no processo de ensino e aprendizagem, cabendo à escola utilizá-lo de forma coerente com uma proposta pedagógica atual e comprometida com uma aprendizagem significativa.

2. Objetivo (s)

O objetivo deste trabalho foi elaborar uma sequência didática, com objetos de aprendizagem interativos, que possibilitam aos estudantes realizarem transformações geométricas e diferentes construções que os levem, através da observação e manipulação desses objetos, construir o conceito de polígono e a identificar as relações entre as dimensões e a área das figuras, levando à dedução das fórmulas de áreas das figuras planas.

3. Marco Teórico

Entende-se por Sequência Didática a organização de um conteúdo qualquer, a partir da articulação entre os conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos, com atividades didáticas planejadas para esse fim, com foco na aprendizagem. Segundo Zabala (1998, p. 18), sequências didáticas são "[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecido, tanto pelos professores como pelos alunos".

4. Metodologia e resultados

A metodologia desse trabalho foi realizada em duas etapas. A primeira consistiu na construção dos objetos segundo o conceito de granularidade (ADLNET, 2009) desenvolvidos com base em um objetivo simples de modo que cada atividade seja independente, de modo que possa ser reutilizado

e organizado com outros objetos de aprendizagem para a construção de outras sequências didáticas com objetivos diferenciados. A segunda etapa foi a aplicação da sequência didática com estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)/Canoas/RS.

Os objetos de aprendizagem contêm informações dos conceitos envolvidos e instruções para que os alunos compreendam quais são as interações disponíveis. O objetivo foi planejado para ser alcançado, segundo Mortimer (2002), em um tempo determinado e definido em aproximadamente 10 minutos.

Na sequência desenvolvida os objetos estão encadeados didaticamente, levando o estudante a construção dos conceitos iniciais de polígono e de área de figuras planas. Os conceitos abordados foram: linha poligonal, polígono (conceito, classificação), triângulo (conceito, classificação, elementos, área); quadriláteros (conceito, classificação, elementos, área), circunferência e círculo (conceito e área).

A figura 1 apresenta um exemplo de um objeto de aprendizagem para compreensão de linha poligonal e polígono, para que o estudante estabeleça a relação em as construções e os conceitos.

Figura 1: Objeto de Aprendizagem de Linha Poligonal

5. Conclusiones

As conclusões possíveis com as manipulações do objeto referido são: Linha poligonal é uma linha formada por um conjunto de segmentos de retas sucessivas e não colineares; Classificação das Linhas Poligonais: linha poligonal aberta simples; linha poligonal aberta complexa (quando há

intersecção entre os segmentos); linha poligonal fechada; Polígono é uma figura plana limitada por uma linha poligonal fechada com uma região interna.

Os estudantes, participantes do experimento, consideraram pertinente o uso da sequência didática, sendo possível a compreensão dos conceitos e a dedução das fórmulas das áreas das figuras planas pela observação das invariâncias geométricas com a manipulação dos objetos de aprendizagem.

O Geogebra é um software adequado à construção de objetos de aprendizagem manipuláveis sem que seja necessário o conhecimento de programação avançada. Importante frisar que os objetos desenvolvidos não devem ser apresentados individualmente, pois os mesmos são baseados no conhecimento da área do paralelogramo e do retângulo, logo, salienta-se a importância da construção de uma sequência didática que apresente os objetos encadeados.

6. Referencias bibliográficas

ADLNET. (2009). Sequencing and Navigation. Retrieved December 5, 2011, from http://www.adlnet.gov

Kampff, A. J. C., Machado, J. C., & Cavendini, P. (2004). No Title. In X Workshop de Informática na Escola e XXIII Congresso Da Sociedade Brasileira de Computação. Bahia.

Mortimer, L. (2002). Objects of desire: Promise and practicality. *Learning Circuits*. Retrieved from http://www.learningcircuits.org/2002/apr2002/mortimer.html

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed.

¿CÓMO INCORPORAR ACTIVIDADES CON GEOGEBRA EN UN OVA MEDIADO POR EXELEARNING?

Luis Ramón López Mendoza
Instituto GeoGebra Tolima; Escuela Normal Superior de Ibagué, Colombia
lrlopezmendoza@gmail.com

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Formación de docentes

Palabras clave: OVA, eXeLearning, GeoGebra, competencia matemática

Resumen

Se socializará el proceso mediante el cual se incorporan construcciones y animaciones elaboradas con el software dinámico GeoGebra, en un objeto virtual de aprendizaje (OVA) mediado por la herramienta eXeLearning. Este proceso es resultado de las actividades de formación para maestros que adelanta el Instituto GeoGebra Tolima, así como del proyecto de aula que se lleva a cabo en tercer semestre del programa de formación complementaria de la Escuela Normal Superior de Ibagué, en la asignatura didáctica de las matemáticas. Consiste en una ponencia oral donde se mostrará el proceso en mención, el cual se constituye en un recurso educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes de educación básica y media, y para desarrollar varias competencias disciplinares de matemáticas. El objetivo de la ponencia es mostrar el procedimiento para incorporar en un OVA recursos interactivos creados con GeoGebra, y el potencial que éstos tienen, en el desarrollo de las competencias disciplinares de matemáticas antes mencionadas. La exposición está dirigida a docentes de todos los

niveles educativos. El resultado a obtener es un OVA enriquecido con las bondades y características de GeoGebra que pueda ser utilizado en todos los dispositivos.

1. Introducción

Un objeto virtual de aprendizaje es un recurso mediado por TIC, que se usa regularmente en el modelo de aprendizaje b-learning. Consiste en un software sencillo que contiene una identificación, unas actividades, un componente teórico y unas actividades de evaluación.

eXeLearning es un software libre en línea, muy amigable, que permite crear OVAs, es una multiplataforma compatible con muchos recursos multimediales, entre ellos las construcciones y animaciones elaboradas con el software dinámico GeoGebra.

La exposición oral permitirá mostrar un procedimiento para incorporar a un OVA creado con eXeLearning y que cuenta con la estructura básica dada en los estándares internacionales, actividades interactivas de GeoGebra, para ser utilizado tanto online como offline, adecuarlo para ser utilizado en dispositivos móviles. Así mismo, relacionar el uso de este recurso, con las diferentes competencias matemáticas que se pueden desarrollar.

2. Objetivo

Describir el procedimiento mediante el cual se incorporan actividades animadas de GeoGebra, en un objeto virtual de aprendizaje en eXeLearning, para el desarrollo de competencias matemáticas en educación básica.

3. Marco Teórico

En su forma más simple, el concepto de recursos educativos abiertos, describe cualquier tipo de recurso (incluyendo planes curriculares, materiales de los cursos, libros de texto, vídeos, aplicaciones multimedia, secuencias de audio y cualquier otro, que se haya diseñado para su

uso en los procesos de enseñanza y aprendizaje) que están plenamente disponibles para ser utilizados por parte de educadores y estudiantes, sin la necesidad de pago alguno por derechos o licencias para su uso (UNESCO, 2012). Un REDA es un recurso educativo digital abierto. Es todo objeto de aprendizaje cuya finalidad es la de facilitar los procesos de aprendizaje de los usuarios.

Para el Ministerio de Educación Nacional (MEN), un OVA es un conjunto de recursos digitales, "autocontenible" y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos teóricos. Además, el objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación. (MEN, 2006).

El OVA elaborado con eXeLearning, podrá convertirse en un archivo con extensión. apk que será ejecutable en cualquier dispositivo móvil (Galindo, 2016).

Para el MEN, la competencia matemática es un saber hacer flexible, que relaciona conocimientos, habilidades, valores y actitudes que permite formular, resolver problemas, modelar, comunicar, razonar, y ejercitar algoritmos para facilitar el desempeño eficaz y con sentido, en un contexto determinado (MEN, 2005).

4. Metodología y resultados

Se hará una exposición oral tipo magistral, utilizando como recursos un PC con los programas GeoGebra y eXeLearning instalados, un VideoBeam, internet y el repositorio de OVAs del Instituto GeoGebra Tolima disponible en http://www.gpcambiemos.org/portal/oas.php

El resultado esperado es que cada participante de la conferencia, aprenda el procedimiento, lo multiplique y realice una versión propia de un OVA con eXeLearning, que cuente con al menos una animación / construcción de GeoGebra, adecuado para desarrollar alguna de las competencias matemáticas.

5. Conclusiones

La ponencia oral propuesta generará escenarios y posibilidades para que los participantes construyan o usen recursos educativos mediados por TIC, para ser utilizados en las clases de matemáticas, con y sin conexión a internet y en cualquier dispositivo electrónico, logrando que sus estudiantes adquieran competencias matemáticas.

6. Referencias bibliográficas

Galindo, A. (2016). eXeLearning en una tableta sin conexión a la red. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=k80ZvI_PKqY

Ministerio de Educación Nacional. (2005). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Santa Fe de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2006) ¿.Qué es un Objeto Virtual de Aprendizaje? Recuperado de http://goo.gl/Cyf9pa

UNESCO. (2012). Declaración de París de 2012 sobre los REDA.

LA MATEMÁTICA COMO ARTE EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

Fernando González Aldana
Instituto GeoGebra Tolima; Universidad Antonio Nariño, Colombia
fernalmat@hotmail.com

Línea: Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Nivel educativo: Educación Secundaria. Grados de sexto a 11. Edades de 11 a 17 años.

Palabras clave: arte, geometría, GeoGebra, elementos, desarrollo.

Resumen

El presente trabajo hace parte de un proyecto de investigación, con el objetivo de dar a conocer una propuesta de innovación didáctica, a partir de la experiencia y contacto con elementos geométricos y de dibujo, de la exploración y uso de GeoGebra en el aula, para contribuir en el desarrollo del pensamiento espacial.

La metodología implementada es de tipo cualitativa, buscando el "conocer y actuar" en el contexto de un proceso de apropiación y aplicación. Para ello, en el grupo experimental se realizaron talleres sobre el dominio de herramientas físicas y tecnológicas, como muestra.

Los métodos empíricos e instrumentos de geometría, de dibujo y el uso de la tecnología a través del GeoGebra conducen a encontrar la relación entre las matemáticas y el arte.

Se logra un cambio de actitud frente al estudio de la Geometría, al utilizar métodos y didácticas menos complicadas en la demostración de teoremas y prácticas sencillas, esto engloba creaciones realizadas por el ser humano para expresar una visión sensible acerca del mundo.

1. Introducción

El presente trabajo, tiene su origen en la necesidad de crear estrategias para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y a la vez, que se permita a los estudiantes adquirir conocimientos y habilidades creativas que conduzcan a la visualización y apreciación del arte en una demostración o práctica matemática.

2. Objetivo

Favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, a través del uso del GeoGebra y algunos elementos del dibujo.

3. Marco Teórico

La matemática como arte en el desarrollo del pensamiento espacial, ha sido abordada por diferentes investigadores, ellos plantean sus ideas y características importantes. En este campo se puede decir que existe un valor que va más allá de la belleza superior, de la armonía existente entre líneas, puntos, polígonos, gracias al orden armonioso de las partes y su relación con las formas y los números. El trabajo del matemático es encontrar las semejanzas y diferencias entre una y otra forma matemática en cuya esencia conduce a una apreciación artística. “Se considera arte la producción por un ser humano de un objeto bello” (Velázquez, M., Fidela (2005).

En una demostración matemática se despiertan sentimientos y cambios de estado de ánimo que también se encuentran al realizar una obra de arte, siendo éste, el verdadero valor de motivación. Esto implica un esfuerzo de fantasía numérica y espacial, en una búsqueda de detalles que conducen a una solución, a una armonía única y sensible. También podríamos enmarcar,

en esta descripción la interconexión que alguna obra artística tiene y que desarrolla con rigor modelos artísticos, con teorías matemáticas elaboradas basadas en cánones y proporciones, donde el conocimiento matemático coadyuva a la comprensión de la obra y que denota, en el artista, una elevada aprehensión matemática previa a la obra. "Un hecho matemático debe ser, ante todo, bello. Un teorema puede y debe ser bello, como lo es, por ejemplo, una poesía..." (Emmer, Michelle (2005). Es allí donde se puede encontrar la relación entre la matemática y el arte.

Vasco (2005) en su libro "Didáctica de las matemáticas: artículos selectos"- escribe:

> Pero no sólo busquemos arte en las matemáticas y matemáticas en el arte. Por ello sostengo que las matemáticas como quehacer humano pueden volverse profundamente satisfactorias, y aún apasionantes, porque están más cerca de las artes que de las ciencias. En efecto, los verdaderos matemáticos practican sus matemáticas como arte (pag.23).

Si los profesores y maestros viven las matemáticas como arte, nuestros estudiantes vivirán una experiencia creativa, de exploración y de búsqueda de emociones que conducen a razonamientos únicos que originan nuevos conocimientos, vista desde otra perspectiva, la del arte. La obra de Escher nos ayuda a comprender mejor las propiedades de tres geometrías, la de los planos euclídeo e hiperbólico y la esfera. Hoy no podemos desconocer el uso del GeoGebra como un auténtico instrumento para experimentar y formular conjeturas. Lo que puede interesar a los que se dedican a la relación entre arte y ciencia es el hecho de que esta utilización gráfica por parte de los matemáticos ha desarrollado mucho su capacidad creativa en lo que se refiere a las imágenes. Ello ha llevado, por un lado, a hacer renacer de manera prepotente la ambición de los matemáticos de ser considerados como artistas para todos los efectos, y por otro lado, al redescubrimiento de la matemática por parte de los artistas.

4. Metodología

La conferencia girará en torno a los siguientes ejes:

1. La matemática y el arte en la historia.
2. La matemática con GeoGebra que conduce a obras de arte.
3. Análisis de obras con sentido matemático.

Además de las reflexiones teóricas, se mostrarán ejemplos de las pinturas de L. Davinci, Picasso, Salvador Dalí, Escher, Eugen Jost, Velásquez, Víctor Vassarely, Omar Rayo, Adam Scott y Julia.

5. Conclusiones

1. Se logra integrar las matemáticas con el arte y el arte con las matemáticas.
2. Se desarrollan los dos hemisferios del cerebro (la lógica y la creatividad).
3. Se utilizan algunos elementos del dibujo para elaborar construcciones geométricas sencillas.

6. Referencias bibliográficas

Velázquez, M., Fidela (2005). Presentación de la monografía: Matemáticas, belleza y arte. Art, de UNO. [Versión electrónica]. Revista Uno 40.

Emmer, Michelle (2005). *La perfección visible: matemática y arte*. Editorial Artnodes. FUOC.

Vasco, Carlos Eduardo (2006). *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos*. U. Pedagógica Nacional. https:/ /books.google.com/books/about/Didáctica_de_las_matemáticas.html? id

DISEÑO DE AMBIENTES INFORMÁTICOS DE APRENDIZAJE: EL CASO DE LAS FUNCIONES

Víctor Manuel Uribe Villegas, Alexander Arévalo Soto
Institución Universitaria Antonio José Camacho, IGC-Colombia.
vuribe@admon.uniajc.edu.co, aarevalo@admon.uniajc.edu.co

Línea: Innovación y Praxis Pedagógica, Grupo de Investigación y Pedagogía GIP; Algebra Lineal Numérica, Mg. en Administración Financiera.

Palabras clave: ambiente informático de aprendizaje, situación didáctica, laboratorio de matemática, función.

Resumen

En esta ponencia se presenta la génesis del proyecto doctoral titulado "Una estrategia didáctica, mediada por TIC, para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción de función en el contexto universitario". El trabajo se sustenta en tres situaciones que ponen en evidencia las dificultades que surgen al incorporar tecnología en la enseñanza de las funciones matemáticas sin hacer un previo análisis didáctico de los diseños a implementar.

1. Introducción

La noción de función constituye uno de los pilares de estudio tanto en la educación media como en la educación superior. Hoy en día por directrices del Ministerio de Educación Nacional (MEN), la noción de función se empieza

a formalizar en grado noveno, tomando como referente el estudio de la función lineal, cuadrática, exponencial y logarítmica, (MEN, 2006).

Frente a este contexto nacional y frente al deseo de implementar tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se implementaron unas actividades que se denominaron laboratorios de matemáticas. Dichos laboratorios tenían como objetivo fortalecer conceptos matemáticos mediante el ambiente de geometría dinámica (AGD) GeoGebra (Hart, Hirsch, & Keller, 2007), el cual permite articular dinámicamente distintas representaciones de un mismo objeto matemático por medio de diferentes ventanas de visualización (ventana algebraica, ventana gráfica, hoja de cálculo).

En la implementación de los laboratorios se observaron una serie de situaciones que evidenciaron la necesidad de realizar un análisis didáctico preliminar que develara y anticipara los posibles obstáculos cognitivos que podrían presentarse en estos diseños.

2. Objetivo

Proponer una estrategia didáctica, mediada por TIC, para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la noción de función en el contexto universitario.

3. Marco teórico

Para desarrollar el proyecto y en particular establecer una estrategia didáctica como un referente de las relaciones que prevalecen al interior de los procesos de enseñanza y aprendizaje se asume un modelo pedagógico humanista e integral apoyado en los siguientes enfoques: desde lo filosófico se asume la teoría de la actividad como forma de existencia, desarrollo y transformación de la realidad social que penetra todas las facetas del quehacer humano; desde lo psicológico se toma el enfoque histórico-cultural de Vygotsky y su proceso de internalización como reconstrucción interna y psíquica de un proceso externo y social; desde lo pedagógico se asume la concepción desarrolladora de la educación en correspondencia

con el enfoque Vigotskiano; y desde lo didáctico, se asume la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau en el que el estudiante, el profesor, el objeto de estudio, la acción y el medio se constituyen en componentes fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y se sincroniza con la teoría de la actividad, (Brousseau, G., 2007).

4. Metodología y resultados

Los laboratorios de matemáticas estaban conformados por dos archivos: el primero, correspondía a una guía de trabajo en PDF, la cual estaba concebida desde una postura conductista; y el segundo, un archivo de GeoGebra dinámico en el cual los estudiantes debían ejecutar las instrucciones que se daban en el documento PDF. Estos laboratorios de matemáticas, eran publicados en un curso de algebra de noveno que estaba diseñado en la plataforma Moodle y debían ser realizados por los estudiantes en sus respectivos hogares y su desarrollo se socializaba en el aula de clase. En este proceso de socialización se observaban aspectos sobresalientes del ejercicio de implementación de los laboratorios, pero, de igual manera, se evidenciaban situaciones en la que los estudiantes estaban generando aprendizajes erróneos frente a los conceptos y procesos matemáticos que se querían movilizar. Los aprendizajes inapropiados de los estudiantes estaban relacionados con los siguientes tres aspectos: (1) problemas en los diseños elaborados por el docente, (2) problemas de visualización relacionados con el dinamismo del AGD; y (3) problemas relacionados con los fenómenos de la transposición computacional.

5. Conclusiones

La incorporación de tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no ha de ser un proceso enmarcado en una didáctica ingenua por parte del maestro, es decir, en una concepción en la que se da por hecho la implementación de la tecnología como un garante del aprendizaje. La incorporación de TIC debe atender análisis previos (históricos, epistemológicos, didácticos, etc.) realizados por los investigadores o docentes que permitan cumplir con los objetivos de los mismos sin generar o constituir obstáculos de aprendizaje en los estudiantes.

6. Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoria e situaciones didacticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, D.C.: Ministerio de Educacion Nacional.

Hart, W., Hirsch, R., & Keller, A. (2007). *Amplifying Student Learning in Mathematics Using Curriculum-Embedded, Java-Based Software*. En Martin, E. Strutchens, & P. C.Elliott, *The Learning of Mathematics* (págs. 175-202). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

CONSTRUCCIONES DINÁMICAS

Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav), México
sergio.rubio@cinvestav.mx (www.zergiorubio.org), gmontiele@cinvestav.mx

Línea 1. Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación terciaria y Formación docente

Palabras clave: construcciones euclidianas, regla y compás, geometría dinámica, GeoGebra.

Resumen

Las construcciones con regla y compás poseen un estatus de exactitud y precisión suprema. Para develar la razón de este estatus nos remontamos a estudiar las bases filosóficas y sistemáticas sobre las que Euclides articula los elementos. Esto nos permite describir las construcciones euclidianas, caracterizadas por las herramientas teóricas asociadas y cómo éstas son encarnadas en herramientas concretas, tales como la regla y el compás, o en ambientes de geometría dinámica. Considerando estos elementos y las cualidades de la geometría dinámica, es posible caracterizar las construcciones dinámicas y abrir el debate para cuestionar si el estatus de exactitud y precisión es una característica de todos los objetos dinámicos.

1. Introducción y objetivos

En el mundo educativo, hemos asignado a las construcciones con regla y compás un estatus de exactitud y precisión suprema, de tal manera que

al construir un triángulo equilátero con estas herramientas y siguiendo un procedimiento adecuado, podemos estar seguros de haber construido verdaderamente un triángulo equilátero, sin la necesidad de medir para comprobar.

Al incorporar la tecnología digital en el estudio de las matemáticas, en particular el uso de GeoGebra en su modalidad de geometría dinámica (en adelante GD), nos preguntamos si esa exactitud y precisión está presente en las construcciones dinámicas y, en caso afirmativo, cuestionar si todas ellas poseen el mismo estatus.

Para dar respuesta a estas interrogantes tenemos la necesidad de esclarecer, en términos epistemológicos, por qué la regla y el compás son herramientas que nos permiten tal precisión y exactitud. Para lo cual se realiza un análisis documental, donde en primera instancia se estudian las bases filosóficas y sistemáticas sobre las que Euclides articula los elementos, para luego dar evidencia de cómo están presentes esas consideraciones en la obra.

2. Marco teórico y metodología

La tradición de exactitud y precisión conferidas a las construcciones con regla y compás, proviene en gran medida de los elementos, obra en la cual Euclides resume los conocimientos matemáticos de su tiempo, los ordena en unidades lógicas y llena los huecos de la organización con aportes propios, a través de un nuevo discurso matemático basado en una estructura deductiva (Meserve, 1983).

Para comprender la razón de usar regla y compás en las construcciones, es necesario estudiar las consideraciones que guiaron la manera en que Euclides articula su obra. Para lo cual empleó un método de organización basado en la filosofía de Platón y la sistematización de Aristóteles, que lo impulsaron, por una parte, al uso de principios no demostrados, de los cuales algunos se perfilan como comunes a todas las ciencias (comunes sentencias) y otros son propios de la ciencia en particular, en este caso la geometría (peticiones). Por otro lado, define sus objetos a partir de los componentes esenciales, aludiendo a sus características fundamentales. Atendiendo a estas consideraciones, Euclides establece que el punto, la línea

y la circunferencia son los componentes esenciales que permiten construir la totalidad de las figuras que constituyen su obra.

Punto, línea y circunferencia son determinados en las definiciones 1, 2 y 15, respectivamente, para luego hacer explícitos los métodos que permiten ponerlos en funcionamiento, declarando las peticiones:

- **Petición 1**: Tirar una línea recta desde cualquier punto hasta cualquier punto.
- **Petición 2**: Una línea recta terminada extenderla continua y derechamente.
- **Petición 3**: Sobre cualquier centro y distancia describir una circunferencia (Zamorano, 1576).

Estas representan lo que denominamos herramientas teóricas, puesto que indican la manera de proceder con los componentes esenciales, como una especie de manipulación ideal.

Junto con sus consideraciones teóricas, desde sus albores, la geometría se constituyó como una disciplina relacionada con el mundo real y con lo pragmático. Por lo cual, para Euclides se hace necesario tener representantes físicos y concretos de sus herramientas teóricas, las cuales son la regla no graduada y el compás.

Debido a esta necesaria correspondencia entre las herramientas teóricas y los instrumentos que las encarnan, se establece una relación de causalidad entre la construcción de objetos geométricos concretos y su existencia teórica. Es decir, cuando se siguen los procedimientos establecidos con base en proposiciones, definiciones, postulados o sentencias comunes, empleando instrumentos que encarnen las herramientas teóricas, se asegura la existencia concreta y teórica del objeto construido. Por lo tanto, una construcción euclidiana corresponde al objeto que se obtiene producto de seguir este procedimiento, usando instrumentos con las características declaradas.

Cabe destacar que la palabra construcción se utiliza en geometría (euclidiana) para referirse al proceso, así como también al producto de este proceso.

Martin (1998) se refiere a esta dualidad del concepto construcción como "un algoritmo geométrico o un dibujo que ilustra un teorema" (p. 3). Para los propósitos de este trabajo, adoptamos ambas acepciones del término.

3. Resultados

En función de la caracterización de construcción euclidiana recién expuesta, lo primordial es el vínculo entre el proceso de construcción y la geometría euclidiana, por sobre los instrumentos materiales empleados en ella. Esto permite explorar nuevas formas de desarrollar las construcciones euclidianas a través de distintos medios, siempre y cuando estos encarnen las herramientas teóricas y se proceda en consecuencia a las definiciones, sentencias comunes, peticiones y proposiciones. Como ejemplo se tienen las construcciones sólo con regla, sólo con compás, con medios mecánicos, en papiroflexia y, en sintonía con nuestro propósito, desarrolladas en ambientes de GD como GeoGebra.

En cuanto a las construcciones en ambientes de GD, Leung (2015) declara que "una figura [construcción] mantiene todas las propiedades de acuerdo a las cuales fue construida y todas las consecuencias que conlleva la Geometría Euclidiana en el proceso de construcción (p. 467)". Por tanto, es posible asegurar que los ambientes de GD, como GeoGebra, encarnan las herramientas teóricas de la geometría euclidiana, lo cual le confiere a las construcciones dinámicas el mismo estatus de exactitud y precisión que las construcciones euclidianas.

4. Conclusiones y proyecciones

En un ambiente de GD, un mismo objeto geométrico puede construirse con distintos tipos de herramientas, como las de GeoGebra: polígono, polígono regular, o figura a mano alzada, las cuales permiten, entre otras, la construcción de un polígono regular. Sin embargo, al considerar que la construcción mantiene todas las propiedades de acuerdo a las cuales fue construida, resulta necesario analizarlas para diferenciar y jerarquizar su estatus de precisión y exactitud. Este análisis apuntaría a responder si todas las construcciones dinámicas poseen el mismo estatus, tomando

como un referente de análisis las condiciones que establecimos en el presente escrito.

5. Referencias

Leung, A. (2015). Discernment and Reasoning in Dynamic Geometry Environments. En S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 451–469). Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-319-17187-6_26

Martin, G. E. (1998). *Geometric Constructions*. New York: Springer New York.

Meserve, B. (1983). *Fundamental concepts of geometry*. New York: Dover Publications. New York.

Zamorano, R. (1576). *Los seis Libros primeros de la Geometría de Euclides*.

CONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE NUDOS TOPOLÓGICOS A PARTIR DE GEOGEBRA: UNA PERSPECTIVA DESDE LA CLASE DE MATEMÁTICAS

William Alfredo Jiménez Gómez, Cristian Andrés Rojas Jiménez
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
wjimenez@pedagogica.edu.co, carojasj@upn.edu.co

Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación terciaria (posgrado).

Palabras clave: teoría de nudos, gráficos de nudos, GeoGebra, educación matemática.

Resumen

El presente artículo describe las nociones elementales para el desarrollo y la construcción plana y tridimensional de nudos topológicos y su desarrollo mediante el software GeoGebra, es así que, a través del desarrollo metodológico propio de la clase de matemáticas I, de la especialización en educación matemática, los estudiantes buscan alternativas de construcción gráficas óptimas para el enriquecimiento del aprendizaje de esta temática y su versatilidad conceptual.

1. Introducción

La teoría de nudos, desde un enfoque pedagógico, didáctico y metodológico, es un concepto eficaz para que estudiantes y docentes desarrollen

capacidades en el ejercicio auténtico de realizar matemáticas desde el pensamiento propio. Como derrotero el concepto nudo involucra cualidades y procesos de la actividad matemática al ir profundizando gradualmente en ellos, dichas cualidades se entrevén durante el desarrollo de la clase de matemáticas I de la especialización en educación matemática, donde los estudiantes fortalecen sus procesos de visualización, formalización, definición y generalización.

A través del rasgo característico y pedagógico de la actividad, se evidencia la importancia en la utilización de un software que permita plasmar los conceptos desde una óptica gráfica, es así que se optó por la inclusión de GeoGebra, como un software libre que permee los aspectos innovadores y creativos de los estudiantes, que a su vez recrea satisfactoriamente los aspectos conceptuales desde un entorno gráfico y potencializa las cualidades antes mencionadas.

En los próximos apartados se realizará la descripción de todos los aspectos sistemáticos y de contenido que resulta de la construcción gráfica de nudos topológicos en tres (3) dimensiones con la utilización del software GeoGebra. Se inicia con un acercamiento conceptual en donde se describen brevemente algunas características de la teoría de nudos al igual que la especificidad de los diferentes tipos de software que permiten la elaboración gráfica de nudos topológicos. Luego se realiza una descripción de la metodología abordada durante la clase que es sustantiva a los procesos pedagógicos y conceptuales de la asignatura y su correspondencia con el ejercicio de innovación gráfica del concepto, en ese sentido, se establece una alternativa para la elaboración gr**á**fica de nudos y su desarrollo sistemático que permite dar una claridad a la hora de construir cualquier tipo de nudo sin importar sus características.

2. Objetivo

Diseñar un método de construcción grafica tridimensional de nudos topológicos con la utilización de GeoGebra.

3. Marco Teórico

El concepto de nudo es una abstracción matemática que surge de su utilidad y noción habitual, es así, que en la antigüedad se utilizaba para atar una piedra a una pieza de madera para formar un hacha, o trenzar lianas para construir cuerdas, que posteriormente se anudaban para construir redes de pesca (Molina, 2011). Desde esa perspectiva, la teoria de nudos busca establecer correspondencia y entendimiento de los nudos cotidianos, con el proposito de obtener una clasificacion completa y descriptiva de cada uno de ellos.

4. Metodología y resultados

En relación a la construcción gráfica de nudos tridimensionales en GeoGebra, es imprescindible recalcar el método presentado en clase por el profesor encargado del espacio académico y los aportes significativos de los estudiantes. El método especifica a groso modo, una alternativa viable para el diseño estructurado y gráfico del nudo, puesto que desde una perspectiva general se considera un método sencillo en su utilización y compresión. Por lo tanto, a modo de dar un mayor detalle a lo anterior, se tienen las siguientes cualificaciones de la construcción gráfica propuesta: los lazos se construyen con la función de entrada Spline [<Lista de puntos>]; los puntos de corte se realizan con la función de entrada Punto. Ya apropiado por parte de los estudiantes las nociones básicas de construcción de nudos y algunas funciones elementales de GeoGebra se procede a realizar una formalización del componente gráfico, para ello se tuvo en cuenta lo aportes significativos del grupo de Matemáticas I y el acompañamiento pedagógico y conceptual del docente. A partir de una lluvia de ideas y de la socialización de las mismas surgió un proceso general de construcción gráfica sobre cualquier tipo de nudo. A modo de ejemplificar dicho procedimiento se dispone del siguiente método para un nudo de tres (3) puntos de cortes (Figura 1): se definen tres puntos con las siguientes coordenadas: A= *(-3,3), B= (3,3) y C= (0,-3);* Seguido a esto se especifican otros tres puntos con base a los anteriores es decir *A_1=A,B_1=B y C_1=C;* en la barra de entrada se ingresa lo siguiente *Spline [A_1, B, C_1], Spline [C_1, A, B_1], Spline [B_1, C, A_1; se selecciona Vista Vista Grafica 3D;* realizado lo anterior se redefine las coordenadas de los puntos *A1, B1, C1*, en la barra

de entrada quedando de la siguiente manera: *A_1=A+ (0, 0, 3, B_1=B+ (0, 0, 3) y C_1=C+ (0, 0, 3).* Este procedimiento puede ser utilizado para la construcción gráfica tridimensional de cualquier tipo de nudo sin importar sus números de cortes o lazos, no obstante, es indispensable reconocer las cualificaciones anteriormente expuestas y su procedimiento.

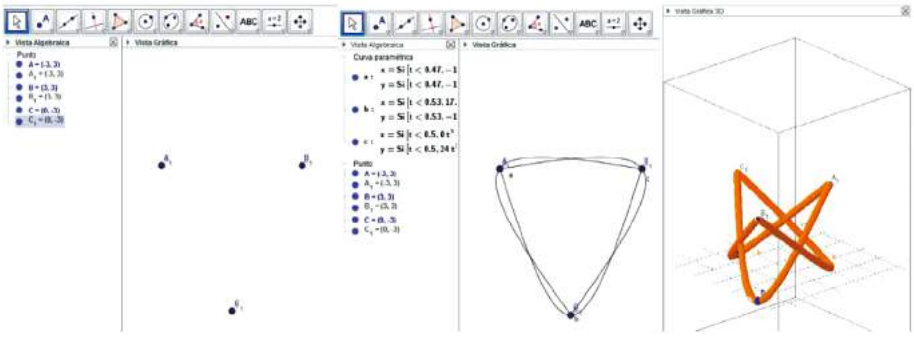


Figura 1. Procedimiento de construcción de un nudo topológico de tres cortes con Geogebra

5. Conclusiones

A partir del desarrollo pedagógico y metodológico de la clase, se propone una alternativa viable para la utilización de GeoGebra como un software que permite la construcción tridimensional de nudos topológicos

Es necesario resaltar que GeoGebra es un medio tecnológico apropiado en la construcción de nuevas alternativas gráficas no especializadas para la elaboración y diseño de nudos topológicos, además de ser participe, como recurso, en la medición lúdico-didáctica de la clase, fundamental en el proceso de la educación matemática y los procesos que allí se desenvuelven.

6. Referencias bibliográficas

Molina, J. L. (2011). Introducción a la teoria de nudos. *V jornadas de física y matemáticas Universidad Autonoma De Ciudad de Juarez*, (pág. 5). Juarez.

GEOGEBRA PARA VISUALIZAR DOMINIOS DINÁMICOS DE FUNCIONES VECTORIALES

Clara Regina Moncada Andino, Deyanira Ochoa Vásquez, Enrique López Durán.
Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Zacatepec, México
clara.moncada@gmail.com, deyamx2002@yahoo.com.mx, elopezd@gmail.com.

Línea: Experiencia de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales–Educación terciaria de pregrado.

Palabras clave: curvas planas, superficies, cálculo vectorial.

Resumen

La comprensión de los valores de definición de una función vectorial a través de recursos tecnológicos es de sumo interés en la construcción del conocimiento y fortalecimiento de competencias matemáticas de este contenido. Siendo GeoGebra un software aliado, permite al estudiante visualizar el impacto de los valores dinámicos del dominio, en funciones vectoriales, al implementar la construcción de éstas funciones en el plano o en el espacio, y manipular las funciones involucradas, que lleva al docente a diseñar actividades de enseñanza para un mejor aprovechamiento del aprendizaje del estudiante, de tal manera que los resultados, en el porcentaje de acreditados, sea superado hasta en un veinte por ciento.

1. Introducción

El uso de tecnologías está permitiendo la visualización de contenidos que por lo general son abstractos en el proceso educativo de las matemáticas, esto ocurre en cualquier nivel, sin que el nivel superior no quede excluido. Este trabajo es una experiencia docente del cuerpo académico: competencias y nuevas tecnologías, interesado en investigar, entre otros, el impacto del uso de un software de matemáticas (GeoGebra), para el desarrollo de competencias matemáticas, de estudiantes que cursan la materia de matemáticas, en el tercer semestre, y cursan carreras de ingeniería en el Instituto Tecnológico de Zacatepec, del Tecnológico Nacional de México.

2. Objetivo

El principal interés de este trabajo es colocar al estudiante de ingeniería en el umbral que le permita representar funciones vectoriales en dominios de definición dinámicos para el logro del aprendizaje y su aplicación en modelos en diferentes contextos.

3. Marco teórico

Diversos reportes de investigación sobre el uso de tecnologías emergentes señalan que la incorporación de un software adecuado como GeoGebra, que minimice procesos algorítmicos tradicionales para el aprendizaje de las matemáticas, hace posible la verificación inmediata y la autoevaluación del estudiante, a través del análisis, valoración y rectificación de resultados del contenido aprendido, al experimentar voluntaria e independientemente.

Según Rojano (2005, pág. 25) hay un aumento notable motivacional del estudiante hacia el aprendizaje de las matemáticas y un cambio positivo en las actitudes hacia esta materia (Ursini *et al.*, 2004) al utilizar tecnología. El trabajo de investigación que al respecto está realizando el cuerpo académico: competencias y nuevas tecnologías, Moncada (2014, pág.276) señala que, al incorporar tecnologías, se potencia el acompañamiento del aprendizaje de acuerdo al ritmo de los estudiantes, permitiendo la realimen-

tación oportuna, en tiempo y forma de cada estudiante, de los equipos o del grupo en general.

4. Metodología y resultados

Considerando el aporte documental del sitio oficial de GeoGebra (Instituto GeoGebra Internacional), a través de manuales y materiales a disposición de todos, se inició utilizando esas aplicaciones existentes, como objetos de aprendizaje. Posteriormente se hizo rediseño de las mismas y finalmente se diseñaron aplicaciones ad hoc a las necesidades específicas del contenido en estudio. En el último año se incorporó el laboratorio, una hora a la semana de matemáticas, utilizando guías diseñadas para realizarlas de manera individual o en equipos, no siempre éstas fueron consideradas como evidencias a valorar como parte del proceso de evaluación, pero sí para detectar los aspectos temáticos, que sobre funciones vectoriales, era preciso replantear y discutir en el aula o dejando una actividad fuera de clase, para fortalecer el aprendizaje, sobre los dominios de definición en funciones vectoriales, en el plano y el espacio.

Ya que GeoGebra permite el movimiento dinámico de las construcciones, se logra una mejor comprensión de los valores de definición de las funciones vectoriales y tanto constatar como visualizar el efecto resultante causado en cada variación. Aunque existen otras opciones, GeoGebra es una tecnología emergente, que permite mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el estudio de funciones del cálculo vectorial y con ello, un mayor porcentaje de estudiantes acreditados.

5. Conclusiones

GeoGebra es un software potente fácil de aprender y utilizar en el aprendizaje de matemáticas; es gratuito, funciona en diversos dispositivos, plataformas, sistemas operativos y está en constante actualización, siendo accesible a todos: estudiantes, profesores e instituciones.

El logro del objetivo y competencias de la asignatura, cálculo vectorial, donde se estudian las funciones vectoriales, se ve concretado a través

del pronunciado interés mostrado por los estudiantes, al poder construir y dinamizar los valores de definición de estas funciones, que posteriormente darán mayor significado al aplicarlo en modelos del contexto de la Ingeniería.

6. Referencias bibliográficas

Instituto *GeoGebra* Internacional. (2015). Matemáticas dinámicas para aprender a enseñar. Recuperado en julio, 2016, de http://www.geogebra.org/.

Moncada, C.; Ochoa, D.; López, E.; et al. (2014). Investigación, aplicación y tendencias educativas en instituciones de educación superior en Iberoamérica. Editorial Umbral Digital. Mejora del desempeño docente a través del uso de tecnologías emergentes. (pp. 276-281). México. Recuperado en agosto, 2014, de https://www.academia.edu/11398840/Mejora_del_desempeño_docente_a_través_del_uso_de_tecnologías_emergentes.

Rojano, Ma. T. (2004–2005). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelo de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados CINVESTAV-IPN. Departamento de Matemática Educativa. Dirección General de Materiales de la Subsecretaría de Educación Básica, de la Secretaría de Educación Pública. Capítulo 2 (pp. 25-41). México. Recuperado en julio, 2016, de http://www.matedu.cinvestav.mx/~asacristan/EFIT-EMAT_RojanoEd_06.pdf.

Ursini S., Sánchez G., Butto C. y Orendain M. (2004). *El uso de la Tecnología en el Aula de Matemáticas: diferencias de género desde la perspectiva de los docentes, Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 22(3), (pp. 409- 424); Barcelona, España. Recuperado en julio, 2016, de http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21991.

EL SOFTWARE GEOGEBRA Y UN PROBLEMA DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Juan Guillermo Arango Arango, Diana Yanet Gaviria Rodríguez, Joel Enoc Olaya Ariza

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia, Escolme, Colombia.
memo.arango@hotmail.com, dianagaviria@itm.edu.co, joelolaya_92@hotmail.com

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: programación lineal**,** utilidad máxima, software GeoGebra, valor actual, valor presente.

Resumen

En muchas situaciones problema hay que optimizar una función, es decir, maximizar o minimizar. Esta función, la cual tiene que ver con costos, negocios, economía, financiera, etc.; puede estar sujeta a un sistema de igualdades o desigualdades. Lo que hay que optimizar se llama función objetivo y este sistema de igualdades o desigualdades que tienen que ver con la función objetivo tiene unas restricciones que son impuestas en la solución del problema. Este tipo de problemas son de programación matemática y los problemas que son en forma de ecuaciones lineales o desigualdades se llaman problemas de programación lineal. (Soo T. Tan, 2011)

Al trabajar objetos interactivos de aprendizaje (OIA) con el software GeoGebra en distintos contextos y diferentes asignaturas se muestra fácilmente la interpretación matemática y geométrica de los conceptos de estas asignaturas.

1. Introducción

El cálculo diferencial es una herramienta que es fundamental para muchas asignaturas donde los temas que se abordan pueden ser muy áridos o muy inquietantes; y si se explican con situaciones o problemas tradicionales, el proceso de aprendizaje es más ameno y exitoso y con OIA en GeoGebra se establece una interacción dinámica importante entre el estudiante que quiere aprender algunos conceptos y su relación con el cálculo y la geometría.

2. Objetivos

Se analizará una situación problema con el software GeoGebra diseñando un OIA, mostrando lo amigable que es al trabajar éste tipo de problemas de programación lineal.

3. Marco teórico

El software libre y dinámico GeoGebra es muy útil en la mayoría de las áreas. En el área de ciencias administrativas se presta mucho para situaciones problema que tienen que ver con optimización; donde los recursos se pueden aprovechar lo máximo y minimizar los costos, para el cálculo diferencial son importantes estos ejercicios de máximos y mínimos (Larson y Hostetler, 1989). Con esta herramienta el estudiante puede resolver una gran cantidad de problemas. Como lo plantea Stewart (1999), "En la solución de estos problemas prácticos, el desafío más grande suele ser convertir el problema en palabras en un problema matemático de optimización, establecer la función que debe maximizarse o minimizarse" (Stewart, 1999).

4. Metodología y resultados

Se expondrá la siguiente situación problema: "Juguetes Ltda. desea fabricar dos tipos de souvenirs: el tipo A y el tipo B. Cada souvenir de tipo A se traducirá en una utilidad de "UA" U.M. y cada souvenir de tipo B dará una utilidad de "UB" U.M.. Para fabricar un souvenir tipo A se requieren "t_1" minutos en la máquina I y "t_2" minutos en la máquina II. Un souvenir tipo

B requiere "t_3" minutos en la máquina I y "t_4" minutos en la máquina II. Se tienen disponibles "T_I" horas en la máquina I y "T_{II}" horas en la máquina II. ¿Cuántos souvenirs de cada tipo debe fabricar Juguetes Ltda. para maximizar la utilidad?".

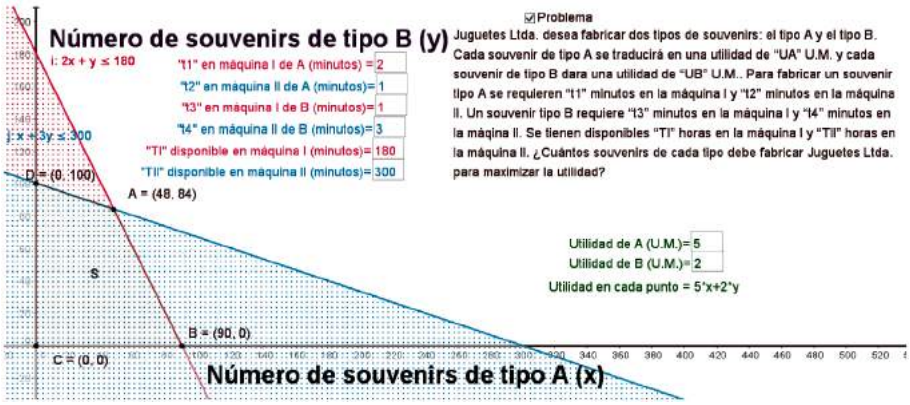


Fig. 1. Situación problema en el software GeoGebra

Se explicará detalladamente como resultan las desigualdades de la figura, y como se hallan los puntos A, B, D, C, que son los puntos que forman el polígono donde estará la utilidad máxima. Se analizarán tres casos al colocar los valores en las ventanas, donde la utilidad máxima sea en el punto A, otro caso donde sea en el punto B, y por último que ésta utilidad máxima sea en el punto D.

5. Conclusiones

Cuando las matemáticas financieras se trabajan con los OIA junto con los conceptos del Cálculo Diferencial desarrollan en los estudiantes capacidades y habilidades cognitivas en la toma de decisiones.

6. Referencias bibliográficas

Larson, R., Hostetler, R (1989). *Cálculo y Geometría Analítica*. Tercera edición, Madrid: Editorial McGraw Hill.

Soo T. Tan (2011). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y de la vida*.

Stewart, J. (1999). Cálculo. Conceptos y contextos. International Thomson Editores.

MODELO ORGANIZATIVO BASADO EN LA COOPERACIÓN ENTRE PARTICIPANTES DE CURSOS ONLINE, MASIVOS Y ABIERTOS (MOOCS)

María Luisa Sein-Echaluce, Javier Esteban-Escaño, Ángel Fidalgo-Blanco
Universidad de Zaragoza, España; Universidad de Zaragoza, España; Universidad Politécnica de Madrid, España
mlsein@unizar.es, javeste@unizar.es, angel.fidalgo@upm.es

Línea: Tecnologías emergentes en educación. Educación terciaria. Pregrado y Posgrado

Palabras clave: MOOC, aprendizaje no formal, gestión del conocimiento, cooperación.

Resumen

Los MOOCs (Massive Open Online Courses) han supuesto un gran impacto en la sociedad. Sus características especiales son su masificación, la heterogeneidad cultural, profesional, académica, de intereses y edad de sus participantes y una muy alta tasa de abandono (alrededor del 90% de inscritos). Para hacer efectivo y eficaz el aprendizaje en los MOOCs, se investigan nuevas plataformas, nuevos modelos pedagógicos y nuevos modelos organizativos y cooperativos del conocimiento. Estas investigaciones sirven para mejorar los MOOCs y sus resultados se pueden aplicar en la formación académica habitual. En este trabajo se avanza sobre nuevos modelos organizativos y cooperativos de los recursos de aprendizaje en los MOOCs. La investigación cuantitativa, de este trabajo, apoya la percepción

de que participantes heterogéneos en un MOOC pueden cooperar para crear conocimiento durante la implementación del curso para mejorar los recursos de aprendizaje y facilitar su aplicación.

1. Introducción

La gestión de conocimiento de forma cooperativa e interdisciplinar se ha utilizado para mejorar la competitividad de la industria. Este trabajo aplica los principios de la gestión del conocimiento para mejorar la competitividad de las asignaturas académicas. Para ello se parte de un contexto donde las condiciones de partida se consideran extremas (los MOOCs) con base a la heterogeneidad de los participantes, para de esta forma aplicarlo a contextos con condiciones más habituales en entornos académicos.

2. Objetivos

El objetivo principal es demostrar que participantes con perfiles culturales y profesionales distintos pueden crear, de forma cooperativa, conocimiento útil para mejorar un curso MOOC y aplicarlo en el contexto específico donde trabaja el participante (diferentes ámbitos educativos). Para ello se plantean dos hipótesis: H1.- Los participantes del MOOC están capacitados para generar y aplicar su propio conocimiento. H2.- La creación y aplicación de conocimiento es independiente del país, profesión y nivel académico.

3. Marco teórico

Lawson (2003) presentó un modelo cuyo ciclo de gestión del conocimiento está basado en seis procesos: creación del conocimiento (GC1), captura del conocimiento (GC2), organización del conocimiento (GC3), almacenamiento del conocimiento (GC4), diseminación del conocimiento (GC5) y aplicación del conocimiento (GC6). En este trabajo se integra este modelo con el método para la creación cooperativa de recursos didácticos para asignaturas académicas implementado por Fidalgo-Blanco, Sein-Echaluce, & García-Peñalvo (2014) y que está basado en las espirales de conocimiento propuestas por Nonaka et al. (2008).

4. Metodología y resultados

Para llevar a cabo este estudio se realizó una encuesta a los participantes que finalizaron cada uno los cuatro MOOCs adaptativos (a-MOOCs), entre Octubre 2015 y Febrero 2016, que componen el "Campus MOOC Innovación Educativa" en la plataforma iMOOC de la Universidad Politécnica de Madrid (www.gridlab.upm.es). De las 523 personas que iniciaron al menos uno de los aMOOCs, se realizaron 204 encuestas en los aMOOCs (M1-Flip teaching, M2-Comunidades de aprendizaje, M3-Fundamentos prácticos de innovación educativa y M4-Trabajo en equipo). A través de distintas preguntas se ha evaluado la presencia de las dimensiones GC1 y GC6 para los participantes que finalizaron aMOOCs, con una escala Likert de cuatro niveles. Se sustenta la hipótesis H1 planteada en este trabajo ya que se ha verificado que la media de la muestra está por encima de 3.0 y usando una t-student con un intervalo de confianza del 95%, en todas las preguntas se ha obtenido un p-value<0.01.

En la figura 1 se incluyen las medias obtenidas para cada dimensión GC1 y GC6 en los distintos aMOOCs. Para verificar la hipótesis H2 planteada en este trabajo, se han realizado tests de correlación de Spearman entre las variables edad, nivel académico, sexo, país de procedencia y profesión con las dos dimensiones GC1 y GC6, no encontrándose correlación en ninguno de los casos para un p-value<0.01.

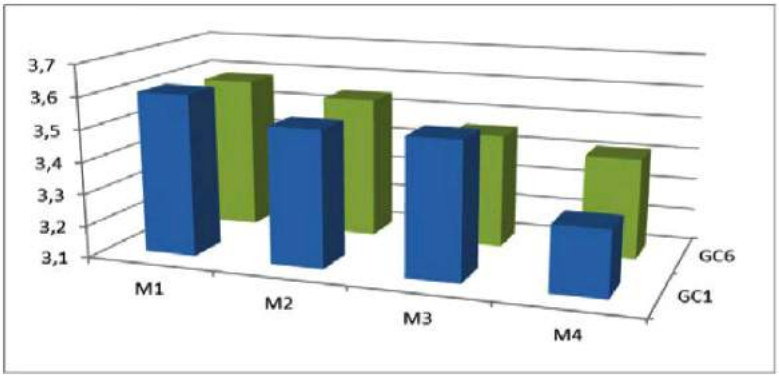


Figura 1: Media otorgada por los participantes para las dimensiones: creación y aplicación del conocimiento

5. Conclusiones

En este estudio consideramos verificadas las hipótesis de trabajo. Dicho trabajo se puede transferir a cualquier asignatura académica. Los participantes en una asignatura podrían cooperar para crear recursos didácticos que mejoren la asignatura. Está línea ya está siendo investigada por los autores del trabajo y aplicada con éxito en asignaturas con matemáticas en distintos grados de ingeniería (Sein-Echaluce, Fidalgo-Blanco & García-Peñalvo, 2016).

6. Referencias bibliográficas

Fidalgo-Blanco, A, Sein-Echaluce, M.L, & García-Peñalvo, F.J. (2015). Knowledge Spirals in Higher Education Teaching Innovation. *International Journal of Knowledge Management*, *10(4),* 16-37.

Lawson, S. (2003). *Examining the relationship between organizational culture and knowledge management.* Recuperado de http://202.28.199.34/multim/3100959.pdf

Nonaka, I., Toyama, R., Hirata, T., Bigelow, S. J., Hirose, A., & Kohlbacher, F. (2008). *Managing flow: A process theory of the knowledge-based firm.* 19. Palgrave Macmillan N.Y.

Sein-Echaluce, M.L., Fidalgo-Blanco, A, & García-Peñalvo, F.J. (2016). Students' Knowledge Sharing to improve Learning in Engineering Academic Courses. *International Journal of Engineering Education, 32-2B*, 1024-1035.

OBJETOS DE APRENDIZAGEM TRIDIMENSIONAIS

Agostinho Iaqhan Ryokiti Homa
Universidade Luterana do Brasil, Brasil
iaqchan@hotmail.com

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundária.

Palabras clave: Objetos de Aprendizagem, Área de Figuras Planas, Geogebra.

Resumen

Este artigo apresenta as possibilidades do uso de objetos de aprendizagem tridimensionais, que visam facilitar a compreensão de conceitos matemáticos apresentados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no estudo de funções multivariadas. O objetivo foi elaborar e utilizar objetos de aprendizagem tridimensionais interativos, de maneira que os alunos compreendam as características das funções multivariadas em um determinado ponto, através da manipulação e observação das funções. Os resultados indicam que o uso de representações tridimensionais estereoscópicas facilita na visualização de funções multivariadas, levando a compreensão das características das funções.

1. Introdução

Desde a pré-história o homem representa a realidade na forma de desenhos bidimensionais, a representação tridimensional realmente adquire forma no

século XIX, com a perspectiva cavaleira, que utiliza uma projeção cilíndrica obliqua para criar a ilusão da realidade, que é aprimorada na renascença com o uso da perspectiva linear, utilizando a projeção cônica com um ou dois pontos de fuga (Correia de Sá & Rocha, 2010).

O ser humano tem a noção de profundidade, distância e tamanho dos objetos no espaço tridimensional visão estereoscopica proporcionada pelos dois olhos e o cérebro que analisa duas imagens obtidas através de dois pontos de observação diferentes, ou seja, as imagens do olho esquerdo e do direito. Uma maneira de se obter a estereoscopia sem utilizar televisores ou projetores especiais é com através de imagens anáglifas que mesclam duas imagens de cores vermelha e ciano, obtidas de dois pontos de observação diferentes. A separação da imagem do olho esquerdo e do direito é obtida com o uso de óculos com lentes de cor vermelha na esquerda e cor ciano na direita.

2. Objetivo

A presente pesquisa tem foco na produção e uso de objetos de aprendizagem tridimensionais dinámicos, para o estudo de duas variáveis.

3. Marco Teórico

O Geogebra como um programa de Matemática Dinâmica para Geometria, Álgebra e Cálculo (Hohenwarter & Preiner, 2007), tem suporte a construções tridimensionais com representações em perspectiva paralela, obliqua, cavalera e estereoscópica anáglifa. As imagens em perspectiva requerem que o observador interprete e visualize o objeto tridimensional, mas não permite ter a noção de distância e profundidade. Com a representação estereoscópica anáglifa o objeto tridimensional é naturalmente interpretado pelo córtex cerebral, pois ele recebe as duas imagens com distância focal semelhante à de um objeto real sendo observado, permitindo a interpretação de distância e profundidade. A figura 1 apresenta um objeto tridimensional para aprendizagem de curvas de nível e o estudo de regiões entre funções, onde o estudante pode manipular o cursor, permitindo verificar as curvas

de nível ou as secções transversais, os botões permitem que se ocultem as linhas de visualização, assim como, os planos de corte.

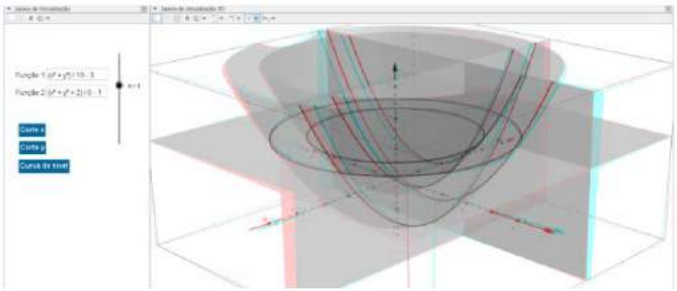


Figura 1. Objeto de aprendizagem para curvas de nível e estudo de regiões entre funções

A figura 2 apresenta o objeto de aprendizagem para o estudo da derivada direcional, onde o estudante pode manipular, na janela da esquerda, o ponto e a direção que se está verificando a derivada direcional. Na janela tridimensional o estudante visualiza o plano tangente no ponto selecionado e a direção do vetor. Os botões permitem que sejam ocultadas a função e o plano tangente, diminuindo os objetos gráficos para facilitar a visualização. Nos dois objetos o estudante insere a função que deseja estudar nos campos apropriados, possibilitando o estudo de quaisquer funções. As imagens foram reproduzidas com o recurso estereoscópico anáglifo e recomenda-se o uso dos óculos apropriados para melhor visualização.

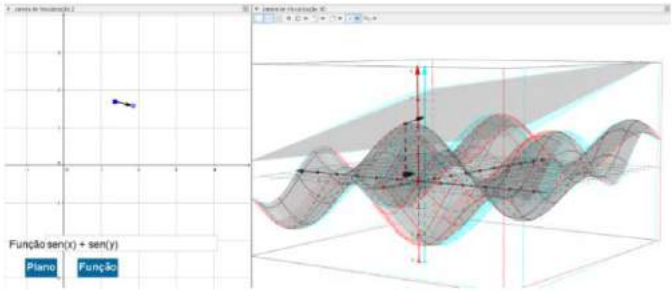


Figura 2. Objeto de aprendizagem para o estudo da derivada direcional.

4. Metodologia e resultados

Foi realizada uma experiencia com duas turmas de Cálculo III das Engenharias da Universidade Luterana do Brasil. Primeiro os alunos participaram da aula com as funções multivariadas apresentadas com imagens estática e depois participaram de uma aula com os objetos de aprendizagem realizando as interações. A maioria dos alunos, disseram que compreenderam melhor as explicações da primeira aula e após experimentarem algunas situações nos objetos de aprendizagem.

5. Conclusiones

As aulas que apresentam funções multivariadas com gráficos desenhados a mão livre, ou projeções estáticas em perspectiva, não oferecem a mesma facilidade de interpretação que as imagens tridimensionais com a noção de profundidade como as estereoscópicas. O uso dos objetos de aprendizagem tridimensionais na disciplina de Cálculo objetivam minimizar os problemas de compreensão das características das funções em um determinado ponto, assim como, os problemas de otimização, pela interação e interpretação gráfica das situações.

6. Referencias bibliográficas

Correia de Sá, C., & Rocha, J. (2010). *Treze Viagens Pelo Mundo da Matemática*. Universidade do Porto.

Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, *7*. Retrieved from http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.htm.

GEOGEBRA PARA DOCENTES. CONOCIMIENTO DEL SOFTWARE Y APLICACIONES EN EL AULA

Adolfo Galindo Borja
Instituto GeoGebra Tolima, Colombia
adolfogalindob@yahoo.com

Línea: Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC.

Palabras clave: MOODLE, TIC, GeoGebra, GeoGebra 3D

Resumen

El Instituto GeoGebra Tolima ha implementado a nivel regional, el proyecto "GeoGebra para docentes. Conocimiento del software y aplicaciones en el aula". Su objetivo es capacitar los docentes de la educación básica y media en el conocimiento y uso de GeoGebra como recurso para desarrollar competencias matemáticas en sus estudiantes. Se han utilizado varias estrategias: la creación de la red de docentes de matemáticas del municipio de Ibagué y del departamento del Tolima, la implementación de una plataforma Moodle en la cual se ofrece un curso básico GeoGebra nivel usuario, un curso GeoGebra 3D y un repositorio de objetos virtuales. Se ha propiciado la presencia del Instituto en las instituciones educativas, con cursos cortos y su participación en eventos de matemática educativa. Las redes de docentes han demostrado ser eficaces pero las autoridades gubernamentales no han facilitado su consolidación y continuidad, los cursos virtuales tienen buena acogida y el repositorio de OA para tabletas, se perfila como una actividad con mucho futuro. En el Congreso Latinoamericano

GeoGebra 2016 se presenta un informe sobre las acciones, los resultados obtenidos a la fecha, los aciertos y dificultades que se han presentado durante el proceso.

1. Introducción

Uno de los propósitos principales de un instituto GeoGebra es promover el uso de este software en las instituciones educativas de su entorno, por las ventajas que ofrece en los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática. Para lograrlo, es conveniente diseñar un proyecto que permita acercarse al docente para mostrarle las bondades del programa, ofrecerle los espacios para capacitarse o actualizarse en su manejo y crear los ambientes para definir las metodologías para su incorporación a las actividades de aula. Esta labor es más fructífera si va acompañada de la conformación de redes y comunidades de docentes que mantengan en alto el nivel de motivación y compromiso y compartan sus experiencias en los procesos de conocimiento del software y en las metodologías para los diversos contenidos y ambientes educativos (MEN, 2012). Cuando se logra trabajar en forma coordinada con las autoridades educativas de la región y lograr su respaldo efectivo y sostenido se logra mayor cobertura, agilidad en la gestión y logro de las metas.

2. Objetivo

Presentar a los asistentes al Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016, las acciones y resultados obtenidos en el proyecto que a nivel de formación y actualización docente ha adelantado el Instituto GeoGebra Tolima, para promover el uso del software GeoGebra en el aula de matemáticas de las instituciones de educación básica y media del departamento del Tolima.

3. Marco Teórico

Para que el proceso educativo sea exitoso en el aula de matemáticas, es necesario que a la labor orientadora del maestro se sume un ambiente apropiado y motivador que cuente con los recursos que faciliten el proceso

de aprendizaje. Las nuevas tecnologías además de ser atractivas para los estudiantes y facilitar diversas formas de representación de una misma situación matemática, son reorganizadoras del conocimiento lo cual lleva a una revisión y actualización de todos los aspectos educativos en el aula. La organización internacional de GeoGebra, define el software de la siguiente manera:

> GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar. GeoGebra es también una comunidad en rápida expansión, con millones de usuarios en casi todos los países. Conectamos geometría, álgebra y hoja de cálculo de forma completamente dinámica, interfaz muy fácil de usar, a pesar de contar con poderosas herramientas, herramienta de autoría para crear materiales de aprendizaje interactivos como páginas web, disponible en varios idiomas, para nuestros millones de usuarios en todo el mundo, software de código abierto disponible gratuitamente para usos no comerciales (IGI,2016).

La formación de los docentes en el conocimiento y uso de las nuevas herramientas como GeoGebra, exige por diferencias de horarios y ubicación de los maestros, la utilización de espacios virtuales que les permitan interactuar y compartir experiencias educativas.

> Moodle es una plataforma de aprendizaje diseñada para proporcionarles a educadores, administradores y estudiantes un sistema integrado único, robusto y seguro para crear ambientes de aprendizaje personalizados. Moodle es proporcionado gratuitamente como programa de Código Abierto, bajo la Licencia Pública General GNU (GNU General Public License). (MOODLE, 2016)

4. Metodología y Resultados

La conferencia se desarrollará en las siguientes etapas: Presentación del proyecto en la página del Instituto GeoGebra Tolima, síntesis del desarrollo del proyecto y presentación de diapositivas con resultados, avances y dificultades.

5. Conclusiones

- La formación docente está enmarcada en una planeación que garantiza su implementación.
- El acompañamiento de las Secretarías de Educación es esencial en el éxito del proyecto
- La socialización del proyecto lo enriquece y puede ser referente para otros institutos GeoGebra que se inician.

6. Referencias Bibliográficas

IGI. (2016).*Qué es GeoGebra?* Recuperado de: https://www.geogebra.org/about

MOODLE. (2016). *Acerca de MOODLE*. Recuperado de: https://docs.moodle.org/all/es/Acerca_de_Moodle#Plataforma_de_aprendizaje_todo-en-uno

Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Recursos Educativos Digitales Abiertos*. Bogotá D.C. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/articles-313597_reda.pdf

Grupo Pedagógico Cambiemos. (2016). Cursos virtuales GeoGebra. http://gpcambiemos.org/moodle/course/index.php?categoryid=7

FORMACION DE PROFESORES UNIVERSITARIOS: CONSTRUYENDO EL CAMINO DE GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

Teresa Braicovich, Marcia Oropeza, Patricia Caro
Universidad Nacional del Comahue, Argentina
teresabraicovich@gmail.com , marciaoropeza@yahoo.com.ar , caropatriciaj@yahoo.com.ar

Línea: Formación Docente.

Palabras clave: geometría, euclidiana, plano, espacio.

Resumen

En este trabajo se presenta la experiencia del uso de GeoGebra en la asignatura geometría euclidiana de la carrera de Profesorado Universitario de Matemática, de la Universidad Nacional del Comahue, Argentina. Se mostrará en términos generales el desarrollo del dictado de la asignatura, el uso del software en las clases, en los trabajos prácticos, en las exposiciones individuales y grupales y también en las evaluaciones, ya que en todo momento se hace uso del GeoGebra, por ser de acceso libre, gratuito y de fácil utilización.

1. Introducción

La geometría puede proveer importantes herramientas sobre cómo se construyen los conocimientos en matemáticas, cómo se van efectuando los pasos

lógicos para desarrollar una demostración. Sin embargo, se puede observar que la enseñanza de la geometría en general presenta serias dificultades, pero la evolución de la ciencia y la tecnología hace posible incluir recursos informáticos en el desarrollo de las asignaturas del profesorado, para que luego ellos como docentes también hagan uso de estas herramientas. Esto en coincidencia con Ferragina (2012).

2. Objetivo

Narrar algunas cuestiones centrales de la experiencia de los últimos años en el uso de tecnología en los cursados de la asignatura geometría euclidiana.

3. Marco teórico

Podemos mencionar a Vitabar (2013): "La gestión directa en el aula es esencial, una buena guía garantiza poco. La reflexión previa acerca del contenido matemático que emerge del tipo de práctica (cómo se expresa, cómo se relaciona con la experiencia previa, cuáles son los posibles conflictos) es la que puede mantener al docente en una buena alerta y permitir que, ante un comentario del alumno, tenga disponibles las herramientas para ayudarlo pertinentemente". El trabajar con el software GeoGebra todos los contenidos de la asignatura puede hacer posible que el estudiante asuma un rol activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, tanto de geometría como de ámbitos no geométricos. Coincidimos con Carrillo de Albornoz Torres, (2010) que GeoGebra ofrece herramientas y opciones que permitirán trabajar cualquier contenido matemático.

4. Metodología y Resultados

Atendiendo a lo mencionado hasta aquí y aprovechando que se dispone de laboratorios de informática es que trabajamos con el software *GeoGebra* en la asignatura anual Geometría Euclidiana, corresponde al 2º año de la carrera de Profesorado Universitario de Matemática. Tiene una carga horaria de 6 horas semanales, dividida en dos módulos de 3 horas cada uno. Las clases y las consulta extra-clase son llevadas a cabo en el laboratorio

de informática, cada alumno cuenta con una computadora que dispone de internet. En las clases se presentan diapositivas con diversas cuestiones a abordar según el tema que corresponda, los estudiantes exploran, analizan, investigan, conjeturan y proponen, se vuelcan sus participaciones en el grupo ampliado y se sigue profundizando y sacando conclusiones.

En el estudio de todos los temas de la asignatura, sean del plano o del espacio, se utiliza GeoGebra. Además, cuando ellos deben preparar exposiciones de distintos temas (número de oro, teselaciones, poliedros arquimedianos, deltaedros, polígonos estrellados, etc.) para presentar al grupo se les permite utilizar distintos recursos, siempre han presentado actividades con este software y las complementan con otros recursos.

Referido al cursado de la materia, debe aclararse que existe la posibilidad de aprobarla por promoción y el cursado consiste en aprobar todos los parciales y las exposiciones pedidas, en las evaluaciones cuentan con la posibilidad de usar GeoGebra e incluso algunos de los ejercicios deben realizarlo utilizando el software y entregarlo a las docentes en pendrive o bien enviarlo por correo electrónico.

5. Conclusiones

Del trabajo realizado por los alumnos, de los comentarios que realizaron y de los resultados obtenidos por ellos en el cursado, puede concluirse que el trabajar con GeoGebra:

- Estimula el razonamiento lógico de los alumnos, lo cual hace que reflexionen, realicen conjeturas y saquen sus propias conclusiones.

- Los alumnos mostraron una marcada predisposición a plantearse distintas alternativas en la resolución de actividades que les fueron dadas. Además, cada alumno tuvo la posibilidad de llevar su propio ritmo.

- El uso del software proporciona un entorno de aprendizaje motivador.

- Es un elemento altamente motivador el uso de esta herramienta, quedó de manifiesto por la actitud de los alumnos durante las clases y por sus comentarios.

- Permite que los alumnos tengan la posibilidad de controlar sus propios trabajos y realicen un mejor aprendizaje.

- El trabajar con un recurso de este tipo hace que los estudiantes participen activamente en la construcción del conocimiento.

- Mejora el porcentaje de asistencia a las clases.

- Las clases no son obligatorias, pero es alto el porcentaje de asistentes en las clases, ellos mismos dicen que se debe a que si no van se pierden las cuestiones que surgen y que se analizan entre todos.

- Da la posibilidad de tomar contenidos con más profundidad en los exámenes.

- Si se comparan los exámenes que se tomaban tres años antes, cuando no se permitía el uso de computadoras en esa instancia se pueden ver importantes diferencias.

6. Referencias bibliográficas

Carrillo de Albornoz Torres, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Revista UNION*, Número 23, páginas 201-210.

Ferragina, R. (2012). *Geogebra entra al aula de Matemática*. Ed Miño y Dávila, Buenos Aires, Argentina.

Vitabar, F. (2013). *Las pequeñas grandes decisiones del docente al usar las tic´s en sus clases*. http://www.unsam.edu.ar/edimat/wp-content/uploads/2013/11/Presentacion-EDIMAT-Vitabar.pdf. Capturado abril 2016.

DISEÑO DE ACTIVIDADES CON GEOGEBRA PARA EL CÁLCULO DEL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Luis Hernando Carmona Ramírez, Jorge Abel Castañeda Salazar.
Universidad de Caldas, Colombia
luiskar192@gmail.com, jorge.castaneda_s@ucaldas.edu.co

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación terciaria

Palabras clave: concepto de límite, GeoGebra, competencias matemáticas

Resumen

El presente trabajo se realizó en un curso regular de cálculo diferencial de primer semestre en la Universidad de Caldas. Uno de los conceptos más complejos de entender es la noción de límite, máxime cuando el estudiante sólo conoce el registro algebraico. Una manera de hacerlo dinámico es con el uso del software GeoGebra, ya que el estudiante puede manipular los objetos matemáticos inclusive sin tener mucha pericia para ello. Dentro del curso regular de la tecnología en electrónica se hace necesario y además por ser metodología a distancia que los estudiantes asuman de manera responsable el autoaprendizaje favorecido por el tutor. Se propone por lo tanto un laboratorio virtual de matemáticas para que los estudiantes aprendan el concepto de límite y desarrollen competencias matemáticas como la modelación, el uso de múltiples representaciones, la formulación y verificación de conjeturas y el planteamiento y resolución de problemas.

1. Introducción

Cada vez es más frecuente el uso de software para la enseñanza. Geogebra es una herramienta potente, de entorno amigable y cuya interfaz permite visualizar el fenómeno, de esta manera entender el concepto matemático es menos complejo.

Cuando los estudiantes logran acercamientos prácticos y entienden los diferentes cambios de registros de un mismo objeto matemático el maestro puede estar seguro que sus alumnos tienen al menos aprendizajes más significativos.

Este trabajo en el aula favorece la comprensión del límite de una función de manera gráfica y numérica de una forma general, para luego llevarlo a funciones más complejas.

2. Objetivo

Implementar un laboratorio virtual de matemáticas sobre el cálculo de la función de límites donde los estudiantes desarrollen competencias matemáticas de modelación y conjeturación

3. Marco Teórico

Los laboratorios virtuales de matemáticas son espacios dinámicos para la modelación y simulación de los fenómenos matemáticos que permiten profundizar en los conceptos abstractos, las situaciones hipotéticas, ocultando si así se requiere, el modelo matemático y mostrando solo el fenómeno simulado, e inclusive de forma interactiva, llevando el laboratorio al hogar de los estudiantes.

Según Lorandi et al. (2011), estas son algunas de las ventajas didácticas que ofrece el LVMath: 1) brinda un ambiente propicio para el autoaprendizaje, donde el estudiante tiene plena libertad de modificar las variables de entrada y configuración del sistema bajo análisis. 2) ayuda a enriquecer el proceso tradicional de modelar matemáticamente un sistema bajo estudio,

para posteriormente desarrollar una práctica de laboratorio. En un LV-Math estos dos procesos pueden ser complementados por una serie de elementos multimedia que guíen al estudiante en su autoaprendizaje. El diseño de un laboratorio virtual de matemáticas se hace por medio de un Objeto Virtual de Aprendizaje [OVA] en el que se usan los programas de ordenador (software) para matemáticas, los cuales pueden clasificarse en dos categorías: 1) sistemas de álgebra computacional [SAC] y 2) sistemas de geometría dinámica [SGD] (Arroyo & Ramírez, 2012). La implementación de un LV-Math y su respectivo OVA se realizarán con el software GeoGebra que rescata lo mejor de ambos, en un entorno amigable y de fácil manipulación por parte de los estudiantes.

4. Metodología y resultados

No	Actividad	Recursos	Tiempo
1	Presentación y exploración del software geogebra.	Celulares de los estudiantes. VideoBeam.	1 h
2	Modelación de funciones en el software geogebra. Conjeturas sobre el concepto del límite en un punto dado.	Celulares de los estudiantes. VideoBeam.	2 h
3	Actividad de profundización. 1. Conjeturar sobre ¿Existe algún a de modo que $\lim_{x\to 3} \frac{2x^2-3ax-x-a-1}{x^2-2x-3}$ exista?	Celulares de los estudiantes. VideoBeam. Computadores.	1 h

Tabla No 1. Metodología

Finalmente, el resultado esperado es que los estudiantes tengan la capacidad de hacer distintos cambios de registros de una misma representación semiótica, resuelvan problemas y conjeturen posibles hipótesis sobre los límites propuestos.

5. Conclusiones

El uso de escenarios virtuales comunes para la enseñanza y ulterior diseño de experimentos en matemáticas puede ser de gran utilidad en el desarrollo de la modelización del objeto matemático, ayudando a crear nuevas formas de interacción sin control por parte del maestro y con una gran ventaja de manipular muchas veces el fenómeno mismo, lo que hace que el estudiante construya, reconstruya, conjeture y formule posibles hipótesis cada vez que lo desee.

6. Referencias bibliográficas

Cuadernos de investigación y formación en educación matemática (3).

Arroyo, O., & Ramírez, B. (2012). Diseño y validación de objetos de aprendizaje realizados en GeoGebra para el aprendizaje de funciones reales en matemáticas. Avances Investigación en Ingeniería, 9(102–110).

Lorandi A P, Hermida G, Hernández J, & E, L. d. G. (2011). Los Laboratorios virtuales y laboratorios remotos en la enseñanza de la Ingeniería. Revista internacional de educación en ingeniería, 4, 24–30. MEN. (2003).

DESAFÍOS DE LOS NUEVOS ROLES DOCENTES CON TIC

John Jairo García Mora, Margarita Patiño Jaramillo
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia.
jhongarcia54@gmail.com, margaritapatino@itm.edu.co

Línea de trabajo. Las TIC en educación para la inclusión social, Formación docente

Palabras clave: TIC, rol docente, ecosistema educativo, teacherpreneur

Resumen

En este artículo se realiza un análisis de la influencia que las tecnologías de la información y la comunicación-TIC–ejercen en el ecosistema educativo y concretamente en el entorno U-Learning obligando al docente a que asuma un nuevo rol. En este ecosistema educativo en el marco de las TIC se presentan siete roles que puede asumir el docente del tercer entorno como lo define el filósofo español Javier Echevarría, roles como el de diseñador de rutas de aprendizaje, rastreadores de competencias, productor de realidades emergentes, director de portafolios sociales de innovación, analista de entornos de aprendizaje, diseñador de estrategias para la calidad del aprendizaje y el de administrador de datos.

1. Introducción

Para crear un aula innovadora donde se logren las competencias del currículo tienen que coexistir en mayor o menor grado un buen docente, una

excelente perspectiva pedagógica del saber impartido, la preocupación por el aprendizaje del mismo, una relación entre los nativos digitales y los inmigrantes digitales, ese conjunto de características de una buena aula no la garantizan las TIC por sí mismas. El docente del u-learning es el docente del tercer entorno, "Por entorno entendemos aquello que está alrededor de nuestro cuerpo, de nuestra vista, o, en general, de las diversas implementaciones que se hayan creado para expandir nuestro espacio inmediato" (Echavarría, 2000).

2. Objetivo

El ecosistema educativo donde habita ese docente del tercer entorno se enmarca en el denominado aprendizaje ubicuo o u-learning. Detallamos como las TIC han generado nuevos roles docentes que permiten la integración de contenidos, el desarrollo de esos contenidos, la realización de diseños instruccionales, al igual que brindar tutorías, soportar los programas de la dirección, la preproducción y la producción de contenidos curriculares y elaborar diseños multimediales.

3. Marco teórico

Roles del docente U-Learning

- Rol de diseñador de rutas de aprendizaje.
  Debe responder al reconocimiento del entorno y la actualidad de su diseño de aprendizaje.

- Rol de evaluador de competencias de aprendizaje.
  Busca establecer las conexiones necesarias entre lo que sabe, lo que se ha vivido, lo que se entiende y lo nuevo de las competencias de un programa que se ha de poner en ejecución.

- Rol de productor de realidades emergentes.
  Cuando se requiere crear pedagogías emergentes para potenciar el aprender a aprender.

- Rol de portafolios sociales de innovación.
  Es la combinación de la investigación y la extensión que se promueve en la Educación Superior.

- Rol de analista de entornos de aprendizaje.
  Busca la efectividad de la divulgación del conocimiento.

- Analista de entornos virtuales de aprendizaje.
  Tiene como punto de partida los entornos personales de aprendizaje-PLE verificando que uno o varios sistemas de aprendizaje perduren a través del tiempo.

- Rol de diseñador de estratégias para la calidad del aprendizaje.
  Se requiere que exista un entendimiento de lo que pretende el micro currículo del conocimiento que se desea transmitir.

- Rol de administrador de datos.
  Es un rol de carácter administrativo y requiere de saber sobre tópico tales como legislación de la enseñanza, relaciones costo-beneficio del aprendizaje, auditoria de los programas de aprendizaje, gestionar la credibilidad de determinado proceso de aprendizaje y el reconocimiento de las necesidades de aprendizaje del entorno.

4. Metodología

Mostraremos como esos roles que en su conjunto total o parcial puede crear un docente que saca beneficio de su conocimiento y de su pedagogía tal como las iniciativas que ofrecen organizaciones como TeachersPayTeachers, Tareasplus y Khan Academy entre muchas otras, donde el trabajo docente adquiere una nueva dimensión: TEACHERPRENEUR (Berry, Byrd y Wieder, 2013).

5. Conclusiones

Un docente innovador sabe cómo aprovechar las tecnologías de la información y la comunicación-TIC con el trabajo intenso que permite resolver proble-

mas de la comunidad en cuanto a su aprendizaje. Una persona innovadora es una persona de acción que mira siempre adelante, anticipándose a los beneficios que otros no podrían haber imaginado y trabaja para superar los obstáculos y siempre está a la captura de buenas ideas.

¿Por qué no convertir esas prácticas innovadoras en una idea de negocio en el marco de esos nuevos roles?

6. Referencias bibliográficas

Echavarría, J. (2000). Los señores del aire: Telepolis y el tercer entorno. Madrid: Destino.

Berry,B.,Byrd, A. y Wieder, A. (2013). Teacherpreneurs: Innovate teachers who lead but don´t leave. San Francisco: Jossey Bass.

LA INTERPRETACIÓN MATEMÁTICA DEL VALOR ACTUAL EN UN INSTRUMENTO FINANCIERO BÁSICO DEL PASIVO CON GEOGEBRA

Diana Yanet Gaviria Rodríguez, Juan Guillermo Arango Arango, Joel Enoc Olaya Ariza

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia, Escolme, Colombia.
dianagaviria@itm.edu.co, memo.arango@hotmail.com, joelolaya_92@hotmail.com

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: instrumento financiero básico**,** función exponencial, software GeoGebra, valor actual, valor presente.

Resumen

En esta exposición se pretende dar un análisis de la fórmula del "valor actual" de las Matemáticas Financieras en un plano cartesiano y trabajando situaciones problema. Se hace la interpretación matemática usando el Software dinámico, matemático y libre GeoGebra como apoyo para brindar una interpretación más facil.

Se analizarán situaciones problema en un objeto interactivo de aprendizaje (OIA) donde se observa la fórmula como función exponencial y su incidencia en la parte de las matemáticas financieras; cómo variando los parámetros de dicha fórmula en las ventanas del OIA, la gráfica se transforma dando

pie a diferentes interpretaciones y originando un diálogo heurístico entre los diferentes actores que intervienen en éste análisis.

1. Introducción

Plantear que los objetos de aprendizaje son una necesidad de software interactivos teniendo en cuenta lo que es un objetivo educativo, materiales instruccionales para cumplir con este objetivo, y una evaluación para identificar el nivel de progreso de los estudiantes.

"Un objeto de aprendizaje es una colección independiente de elementos de contenido y medios, un enfoque de aprendizaje (interactividad, arquitectura del aprendizaje, contexto) y metadatos (empleados para el almacenamiento y la búsqueda)" (Barritt y Alderman, 2004).

"Dentro de las actividades de aprendizaje deben existir unas instancias de planificación curricular para desarrollar tareas en procesos de aprendizaje activo; lo que conlleva a un conjunto de acciones de autoformación planificadas lógicamente para aprehender los desempeños asociados de una función productiva". (Institución Universitaria Pascual Bravo. 2016).

2. Objetivos

Exponer como un OIA apoyado del software GeoGebra mostrando su interpretación gráfica y matemática es una estrategia de innovación en la enseñanza de los instrumentos financieros básicos del pasivo en la medición posterior donde se aplica la fórmula del "valor actual" contrastándola con los conceptos teóricos referentes.

3. Marco teórico
(principales referentes que sustentan la propuesta)

De acuerdo a las Normas Internacionales de Información Financiera de NIIF para Pymes, un instrumento financiero se define así: "Es un contrato que

da lugar a un activo financiero de una entidad y a un pasivo financiero o a un instrumento de patrimonio de otra" (Fundación IASC, 2009, p. 7)

"La Sección 11 de NIIF para Pymes exige que un activo financiero o un pasivo financiero se reconozcan solo cuando la entidad se convierta en una parte de las cláusulas contractuales del instrumento". Luego se hace la medición: "Cuando se reconocen por primera vez, los instrumentos financieros se miden a su precio de transacción, salvo que el acuerdo constituya, en efecto, una transacción de financiación. Si el acuerdo constituye una transacción de financiación, la partida se medirá inicialmente al valor presente de los cobros futuros descontados a una tasa de interés de mercado para un instrumento de deuda similar" (Fundación IASC, 2009, p. 4).

4. Metodología y resultados

Con la formula básica del valor presente $Vp = \frac{Vf}{(1+i)^n}$; la cual resulta de despejar de la fórmula del valor futuro $Vf = Vp(1+i)^n$ que es objeto de estudio en las Matemáticas Financieras, resulta en un plano cartesiano una función exponencial, tomando como eje de las abscisas el número de períodos "n" el cuál es siempre positivo. "*Vp*" es el eje de las ordenadas; y los parámetros *Vf* (valor futuro); *i* (interés).

¿Cúal es el valor del dinero en el tiempo? Para entender éste concepto hay que comprender algunas variables; como son las tasas de interés, la inflación, los cambios de monedas, las situaciones económicas y sociales entre otros. Van Horne expresó "Veamos ahora uno de los principios más importantes en todas las finanzas, la relación entre lo que vale $1 en el futuro y lo que vale hoy. Para la mayoría de nosotros $1 en el futuro tiene menos valor. Además, $1 de aquí a dos años es menos valioso que $1 de aquí a un año. Pagaríamos más por una inversión que promete recuperarse entre los años 1 al 5 que lo que pagaríamos por una inversión que promete una recuperación idéntica para los años 6 al 10. Esta relación se conoce como el valor del dinero en el tiempo, y puede encontrarse en cada rincón y grieta de las finanzas".

El valor actual (VA) $VA = \frac{F_1}{(1+i)^n} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{F_n}{(1+i)^n}$

es el eje de las ordenadas (variable dependiente) y está medido en unidades monetarias (U.M.); mientras que el número de períodos " es el eje de las abscisas (variable independiente) medido en meses; de resto, los flujos de caja: y la tasa de interés " TIR (tasa interna de retorno son parámetros que están en las ventanas del software y las podemos cambiar a nuestro antojo de acuerdo a la situación problema; al hacer dichos cambios en las ventanas la curva inmediatamente se transformará.

5. Conclusiones

Cuando las matemáticas financieras se trabajan con los OIA junto con los conceptos del cálculo diferencial desarrollan en los estudiantes capacidades y habilidades cognitivas en la toma de decisiones.

6. Referencias bibliográficas

Barritt, C. y Alderman, F. L. (2004). Creating a reusable learning objects strategy: leveraging information and learning in a knowledge econom. San Francisco, Pfeiffer.

Fundación IASC (2009). Material de formación sobre la NIIF para las PYMES. Módulo 11:

Institución Universitaria Pascual Bravo. 2016. Estructura metodológica curricular por competencias.

Instrumentos financieros. Pp. 4,7. Recuperado de: http://www.ifrs.org/IFRS-for-SMEs/Documents/Spanish%20IFRS%20for%20SMEs%20Modules/11_InstrumentosFinancierosBasicos.pdf

Van Horne, J. (1997). Administración Financiera. México. Prentice Hall. P.9

DIMENSIONES DEL TRABAJO INDEPENDIENTE DEL ESTUDIANTE QUE FAVORECEN LA INNOVACIÓN

Juan Carlos Molina García, Adriana Guerrero Peña
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
juanmolina@itm.edu.co, adrianaguerrero@itm.edu.co

Línea: Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC.

Palabras clave: trabajo independiente del estudiante, autonomía estudiantil, innovación y enseñanza.

Resumen

El trabajo independiente T.I, concebido como proceso didáctico a partir del cual se incide en la formación integral de los futuros profesionales, debe ser apoyado desde la labor del docente como una propuesta alternativa que genera habilidades para el autoaprendizaje del estudiante en el marco de propuestas de enseñanza que estimulan la innovación de los procesos educativos. Uno de los propósitos de la investigación sobre la cual se fundamenta este trabajo, estuvo orientado a la caracterización de las intencionalidades, significados y metodologías que permiten medir el impacto que se deriva de los procesos de trabajo independiente en las áreas de ciencias básicas en ITM.

1. Introducción

El T.I es el resultado de la actividad de interacción pedagógica que se concreta en un ambiente formal e institucional. Ante la necesidad de contextualizar los conceptos y alcances que el denominado trabajo independiente ofrece en las condiciones actuales de las estructuras educativas, cabe mencionar el trabajo de los investigadores cubanos Eledis Román-Cao y José Herrera-Rodríguez (2010) quienes declaran al trabajo independiente como el proceso de dirección didáctico-formativo que se desarrolla dentro y fuera del aula, en el cual se involucran el estudiante y el profesor-tutor, para lograr una preparación profesional integral a partir de la práctica de determinados niveles de ayudas, donde los resultados se concretan en el desarrollo de actitudes, habilidades en la gestión y aplicación del conocimiento; esto es, un sujeto con alta independencia cognoscitiva. En torno a estos procesos se presentan conceptos, que van desde su rol como actividad que complementa la adquisición de conocimientos hasta la vía para lograr independencia y desarrollo en el estudiante; no obstante, se aprecian carencias docentes acerca de cómo dirigir el mismo.

2. Objetivo

Establecer categorías asociadas a los procesos de direccionamiento y evaluación del trabajo independiente del estudiante, como líneas de trabajo que inciden en el diseño de ambientes innovadores de enseñanza.

3. Marco teórico

El trabajo independiente del estudiante como acción de mejoramiento académico, es el resultado de una actividad de interacción pedagógica que se concreta en un ambiente formal institucional. Para Vygotsky (1985), el aprendizaje es un proceso guiado y apoyado por el docente, donde se crean espacios de diálogo de significados compartidos, a través de procesos de negociación y de construcción de perspectivas intersubjetivas.

En estos términos, se asigna un significado especial a las relaciones existentes entre el desarrollo y el aprendizaje, lo que las personas pueden

hacer con la ayuda de otras puede ser, en cierto sentido, más indicativo de su desarrollo mental que lo que pueden hacer por sí solas, esto evidencia niveles evolutivos relacionados con las capacidades reales y las posibilidades para aprender con la ayuda de los demás.

Autores como Rodríguez (2009) señalan el trabajo independiente como un sistema de tareas didácticas tendientes a promover el aprendizaje compartido, teniendo presente que estas deben garantizar el desarrollo ascendente e ininterrumpido de la independencia cognoscitiva de los estudiantes. Mediante el trabajo independiente se promueve el trabajo unificado entre el profesor y el estudiante por lo cual éstos se comprometen y asumen roles diferentes en pro de un aprendizaje significativo (Román-Cao & Herrera-Rodríguez, 2010).

4. Metodología y Resultados

A partir de análisis documentales y entrevistas por grupos focales de docentes y estudiantes, se desarrolló inicialmente un ejercicio de investigación exploratoria para luego realizar un diseño de investigación cuantitativa descriptiva (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2007). Esto, con la intención de lograr un estudio de caracterización que permitiera identificar las estrategias a partir de las cuales se propone el proceso de T.I desde las intencionalidades de los docentes y las respuestas de los estudiantes a dichas estrategias e intenciones. Con los resultados de la ejecución del presente proyecto se han obtenido insumos para generar propuestas, a nivel de rediseño de micro currículos, que den cuenta de la articulación del modelo pedagógico institucional con los procesos de enseñanza y de aprendizaje en función de mejorar las estrategias de acompañamiento al estudiante en el camino de la consolidación de su autonomía en un ambiente que favorezca la innovación en los procesos educativos.

5. Conclusiones

En este trabajo se visibilizan categorías que se relacionan de manera directa con aspectos centrales que favorecen procesos innovadores de formación desde las características propias y el contexto del Instituto Tecnológico Metropolitano. Tales categorías se relacionan con la importancia de asociar

el proceso de direccionamiento del T.I desde un sentido y una finalidad clara compartida por el docente, esto, bajo metodologías pertinentes que integren la tecnología y valoren tanto lo cognitivo como lo formativo.

6. Referencias bibliográficas

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación.* México: McGraw- Hill Interamericana.

Rodríguez , A. (2009). El trabajo independiente en los estudiantes de medicina y la enseñanza de la propedéutica clínica, en el contexto del policlínico universitario. *Ciencia y Sociedad, XXXIV*(1), 133-146.

Román C. E. & Herrera R. J. (2010). Aprendizaje centrado en el trabajo independiente. *Revista Educación y educadores,* 13(1), 91–106.

Vygotsky, L.S. (1985). *Interacción entre enseñanza y desarrollo*. Habana: Pueblo y Educación.

CAMPOS VECTORIALES EN GEOGEBRA

Christian Camilo López Mora, Joel Fernando Morera Robles, William Alfredo Jiménez Gómez

Universidad de los Andes; Universidad Pedagógica Nacional; Universidad Manuela Beltrán, Colombia

cc.lopez10@uniandes.edu.co,joemore05@gmail.com, wjimenez@pedagogica.com

Línea: Creación de recursos didácticos con Geogebra para el aprendizaje y la enseñanza de las ciencias naturales-Educación terciaria pregrado

Palabras clave: campo vectorial, campos vectoriales en 2D, campos vectoriales en 3D.

Resumen

Este es un trabajo realizado para la enseñanza y el aprendizaje de la definición de campo vectorial mediante el uso del software educativo Geogebra. La propuesta se basa en socializar la construcción de algunas funciones en 2D y 3D, para comprender la representación de campos vectoriales de una manera dinámica. De tal manera, que se establezcan relaciones entre lo algebraico y lo gráfico.

1. Introducción

Esta idea se basa en el interés que tenemos como docentes de generar una mayor comprensión de la noción de campo vectorial en nuestros estudiantes. Por tal razón, diseñamos una estrategia orientada a estudiantes

de un curso universitario de cálculo multivariado en la ciudad de Bogotá, con el objetivo de representar campos vectoriales en 2D y 3D mediante Geogebra.

2. Objetivo

Socializar una estrategia de enseñanza para estudiantes universitarios que permite la representación de campos vectoriales en 2D y 3D con el uso de Geogebra.

3. Marco teórico

Contemplamos la definición de campo vectorial para el plano y el espacio desde dos referentes teóricos. El primero, se basa en un documento diseñado por el equipo coordinador de la Universidad de la Plata para un curso de análisis matemático en el año 2014. En este documento se define un campo vectorial sobre $D \subset R^2$ como una función $\vec{F}$ que a cada punto $(x,y) \in D$ se le asigna un vector único de dos componentes $\vec{F}(x,y) \in V_2$. Con lo anterior, se establece que: $\vec{F}(x,y) = \hat{\imath}P(x,y) + \hat{\jmath}Q(x,y)$, o la notación de vector como par ordenado en el plano $\vec{F}(x,y) = (P)x,y), Q(x,y))$. En el mismo sentido, se describe la definición para campo vectorial en tres dimensiones, pero con tres componentes.

Se define campo vectorial como: Sean *H* y *K* dos funciones en términos de variables *x* e *y* definidas en una región M del plano. Se denomina campo vectorial en M a alguna función que sea definida por $F(x,y) = Hi + Kj$. (Larson, R., Hostetler, R., Edwards, B., 2011).

4. Metodología y resultados

En la clase de cálculo multivariado se evidencia la necesidad de generar medios digitales para representar campos vectoriales, por esta razón se enlistarán los pasos de construcción de una calculadora graficador 2D en el entorno del software Geogebra:

PASOS DE CONSTRUCCIÓN

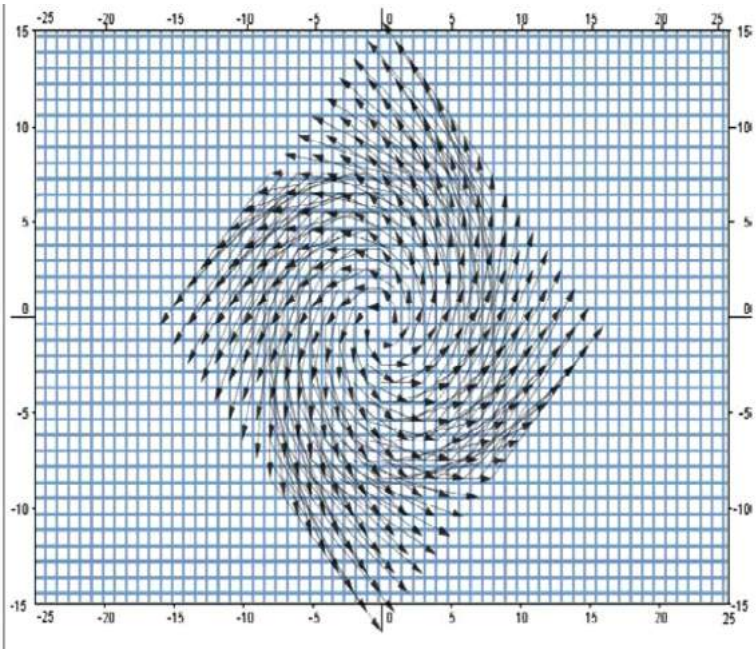
1. Definimos dos funciones en *P* y *Q* en términos de las variables *x, y.*

2. Definimos dos números d_1 y d_2 como el extremos inferior y superior del dominio del campo vectorial, donde d_1 y d_2 son enteros.

   En el siguiente paso definiremos los vectores que tienen como origen el par ordenado $I(x_1,y_1)$, generado por el producto cartesiano [d_1, d_2] x [d_1 y $d_{2]}$ y como punto final el par ordenado $F(P(x_1, y_1), Q(x_1, y_1))$, para esto usaremos el comando SECUENCIA.

3. Definimos la secuencia anidada para generar el par de pares ordenados limitados por el dominio del campo [d_1, d_2].

Secuencia [Secuencia[Vector[(x1, y1), Traslada[(x1, y1), (P(x1, y1), Q(x1, y1))]], x1, d1, d2], y1, d1, d2]



5. Conclusiones

El uso de la herramienta Geogebra permite la representación de campos vectoriales en 2D y 3D, lo cual se constituye en aporte para la enseñanza de campos vectoriales desde un punto de vista gráfico y dinámico. (Equipo coordinador AMII, 2014)

Aunque es una herramienta que puede ser utilizada para la enseñanza dirigida a estudiantes universitarios en el curso de cálculo multivariado, consideramos su fácil adaptación para otros cursos de educación universitaria en los que se aborda el concepto de campo vectorial.

6. Referencias bibliográficas

Equipo coordinador AM II, (2014). Análisis matemático Guía Nro. 6: campos vectoriales. Universidad Nacional de la Plata. Facultad de ciencias exactas. Argentina. Recuperado de http://www.mate.unlp.edu.ar/practicas/114_8_30072016083007.pdf

Larson, R., Hostetler, R., Edwards, B. (2011). *Cálculo y Geometría Analítica*. Sexta edición Vol. II. Mc Graw – Hill.

IMPLEMENTACIÓN DEL CURSO HERRAMIENTAS DE COMUNICACIÓN EN INTERNET PARA PROFESORES DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR, UAC

María Alejandra Sarmiento Bojórquez, Mayte Cadena González
Universidad Autónoma de Campeche, México.
masarmie@uacam.com, macadena@uacam.com

Línea: Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC, Formación docente

Palabras clave: competencia, TICS, formación, capacitación continua, internet.

Resumen

La educación media superior en México está inmersa en una reforma educativa Integral y es el docente protagonista principal. Observamos también que el mundo ha tenido un avance acelerado en cuanto al uso de las TIC, por lo que el docente tiene la necesidad de actualizarse y contar con experiencia y elementos que fortalezcan el proceso enseñanza-aprendizaje.

Este trabajo busca formar al docente en el uso de herramientas de comunicación que se encuentran en la red y dotar a los participantes de conocimientos que les permitan explotar recursos gratuitos que ofrece Internet, para ponerlos al servicio de proyectos en el aula, como objetivo principal. El contenido temático se realiza basándose en un estudio donde se aplicó un cuestionario de 28 ítems administrado a 41 profesores.

Un dato sobresaliente, es que el 90% afirma que es necesario conocer herramientas de comunicación en internet como ayuda pedagógica y están de acuerdo que deben tener una actualización continua en este rubro. Con la implementación del curso los docentes obtendrán recursos didácticos para poder usar las TIC en el aula y fuera de ella, siempre observando y guiando a los alumnos en el desarrollo de competencias y en el uso adecuado de estas tecnologías.

1. Introducción

Es un hecho que el avance tecnológico y científico no se detiene y por lo mismo, como docentes nos obliga a estar a la vanguardia en cuestiones no solo educativas sino también sociales, económicas y políticas, para con ello ir preparando a las nuevas generaciones. En la actualidad podemos considerar puntualmente el uso desmedido, que hacen los jóvenes de la red, para socializar y como entretenimiento lo cual repercute mucho en su educación, distrayéndolos de sus actividades escolares. Al implementar este tipo de cursos en los docentes se propone revertir éstas situaciones, enseñando a nuestros alumnos a utilizar la red con fines educativos, haciendo que desarrollen el pensamiento crítico y reflexivo, así como enseñarlos a promover el trabajo colaborativo.

2. Objetivo

Que el profesor utilice de manera efectiva las herramientas y servicios de comunicación, tanto grupal como individual, que conforman actualmente la internet, con la finalidad de vincular lo aprendido a su práctica docente.

3. Marco teórico

La Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) en México, propone una educación basada en competencias, buscando formar jóvenes críticos, reflexivos e innovadores, que interactúen en diversos contextos y contribuyan positivamente con el desarrollo de la sociedad.

Al mismo tiempo se busca que el profesor cuente con un perfil que le permita desarrollar ciertas competencias. La introducción de la tecnología dentro de las teorías de enseñanza, definiendo la enseñanza como un proceso de desarrollo activo y constructivo (Shulman, 1999), muestra el nuevo rol del maestro. De haber sido una figura autoritaria y de transmisión del conocimiento a ser el facilitador para la construcción del conocimiento.

El aprendizaje como "compromiso en la práctica social" (Wenger, 1998) tiene implicaciones para estudiantes y profesores como formadores de comunidades que practican la tecnología. Esto deberá lograrse dentro de los marcos de evaluación de la calidad de la enseñanza, como una tarea de construir un saber sobre sí misma.

México también tiene que avocarse a la tarea de usar la tecnología con fines pedagógicos y esto a su vez crea una gran gama de opciones de tipo cognitivo. Varias investigaciones muestran que tener al alcance fuentes de información remotas, imágenes, videos, recursos auditivos, facilita los aprendizajes, provoca procesos de organización del pensamiento y de construcción del conocimiento. (Prieto Hernández, 2009)

4. Metodología y resultados

Para conocer las características de los docentes se realizó un diagnóstico socioeducativo, por medio de un cuestionario. Se aplicó la encuesta a 41 profesores. Del total de encuestados el 65.9 % eran hombres (27) y el 34.1% mujeres (14), con un promedio de edad de 44.94% y una ds de 7.075. El estudio revela que la mayoría de los encuestados 48.8% (20) no tiene problemas en el uso de equipo de cómputo, pero 8 de ellos el 19.5% tiene más de 2 problemas. Se preguntó acerca del nivel de conocimientos informáticos y la mayoría el 61.5% (24) se considera en un nivel básico. El 63.4 % (26) de los profesores piensan que sí es necesario la actualización continua en conocimientos de internet. Se pregunta qué herramienta de internet prefieren para aprender en un curso, se dieron tres opciones que son de uso de las redes sociales, uso de videos online con fines educativos y el uso de plataformas educativas, el 31.7 % (13) quieren dos herramientas y el 29.3% (12) las tres herramientas. El 90.2% (37) de los encuestados cree que el internet si es necesario para la labor docente. El 95.1 % (39)

de los profesores cree que si es necesario conocer los usos y servicios de internet para la realización de actividades docentes. Con estos resultados se consensa y se logran consolidar los objetivos formativos y los contenidos del curso, se seleccionaron sin orden especifico ya que no son co-curriculares consecutivos, los contenidos se pueden aprender por separado pues tienen diferentes objetivos y usos, observando que todos nos llevan a desarrollar las competencias docentes sugeridas y el logro de un mejor proceso de enseñanza-aprendizaje significativo.

CONTENIDOS POR UNIDAD:

Unidad I. Creación de grupos de trabajo • Grupo de Windows Live • Grupo Google	Unidad II. Administración del tiempo • Calendario de Google • Calendario Windows Live
Unidad III. Almacenamiento online y offline • Windows Live SkyDrive • Google doc. • Dropbox	Unidad IV. Foros de discusión y blogs • Blogger • Windows live blog • Google blog • Edmodo (microblogging)
Unidad V.- Canal de comunicación • YouTube, video	

5. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos en las encuestas del diagnóstico aplicado, podemos observar que la mayoría de profesores cuentan con una maestría, tienen acceso a un equipo de cómputo y reportaron un dominio regular en el uso del mismo. El 80% de los encuestados usa una computadora para impartir sus clases. Lo más relevante es que el 90 % cree que es necesario conocer las herramientas de comunicación en internet para ayuda en el desempeño de las clases. Están de acuerdo que deben tener una actualización continua en conocimientos de internet y están dispuestos a tomar más de dos cursos relacionados con esto. Se espera informar con brevedad a las autoridades de los resultados obtenidos para que conozcan

y apoyen esta propuesta de mejora docente y se logre la implementación del curso propuesto, si esto se lleva a cabo, los docentes participantes obtendrán recursos tanto didácticos como las herramientas necesarias para poder dar sus clases usando las TIC en el aula y fuera de ella, siempre observando y guiando a los alumnos en el desarrollo de competencias y en el uso adecuado de estas tecnologías para el beneficio de ellos mismos, así como fortalecer la practica pedagógica.

6. Referencias bibliográficas

Prieto Hernández, A. M. (2009). *Educación y Tecnologías de la información y comunicación. Paquete didáctico. Selección de textos para ser utilizados con fines didácticos*. Universidad Pedagógica Nacional. México.

Wenger E, Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity, Cambridge University Press,

Shulman, L. (1999). *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. Learners and pedagogy, 61-77.

SEP. (Septiembre de 2015). SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Obtenido de https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/7aa2c-3ff-aab8-479f-ad93-db49d0a1108a/a447.pdf

EVOLUCIÓN DE LOS LIBROS INTERACTIVOS DIGITALES

Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Carlos Alberto Rojas Hincapié, Carlos Mario Restrepo Restrepo

Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
elkincastrillon@itm.edu.co, carojas72@gmail.com, carlosrestrepo@itm.edu.co

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: libro interactivo, GeoGebra, Descartes, libro digital, recurso educativo digital abierto.

Resumen

Esta ponencia surge de los productos que ha desarrollado el grupo de investigación Innovación en Matemáticas y Nuevas Tecnologías para la Educación – GNOMON – derivados de los proyectos de investigación que ha realizado desde su creación en el año 2008, preocupados por el mejoramiento de la calidad en los cursos de matemáticas tales como Geometría, Matemáticas Básicas, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral.

Los libros interactivos de aprendizajes (LIA) digitales han buscado la implementación de estrategias didácticas, mediante el uso de Objetos Interactivos de Aprendizaje (OIA) y Vídeos Interactivos de Aprendizaje (VIA) , para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en las asignaturas de matemáticas y con el propósito de disminuir los índices de cancelación y pérdida de estos cursos.

Actualmente una de las innovaciones de estos libros digitales es que los OIA y VIA fueron incorporados a los LIA por medio de las plantillas con Descartes-JS con el propósito que el estudiante interactúe con ellos en cualquier momento. El objetivo de la ponencia es ilustrar la evolución de la edición de libros interactivos digitales para la enseñanza de las matemáticas, utilizando los programas educativos GeoGebra y Descartes-JS, como estrategia didáctica y material de apoyo docente para todos los niveles educativos.

1. Introducción

Las plantillas de Descartes-JS son recursos interactivos que pueden insertarse o embeberse en múltiples soportes y medios como páginas web, blogs, wikis paces, o plataformas de aprendizaje como Moodle, entre otras herramientas; estas posibilidades de integración permiten el uso de los recursos elaborados con Descartes-JS en cualquier entorno educativo, bien presencial o bien a distancia, integrándose de manera natural en cualquier planteamiento metodológico y contexto tecnológico.

Estas plantillas permiten el desarrollo de modelos en los que el usuario puede interactuar y la respuesta automática que se presenta como consecuencia de esa interacción genera relaciones cognitivas que facilitan un aprendizaje significativo. Son muy diversos los objetos que pueden integrarse e interrelacionarse en las escenas de Descartes contemplándose tanto representaciones bidimensionales como tridimensionales (Proyecto Descartes, 2016).

2. Objetivo

En la ponencia ilustraremos la evolución en la edición de libros interactivos digitales para promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas e integrarlos en el aula de clase como herramienta didáctica.

3. Marco Teórico

En el documento final de las metas educativas 2021, encontramos precisamente que un nivel de logro es que en el 2021, los profesores y los alumnos

utilizan el computador de forma habitual en el proceso de enseñanza y aprendizaje y en la meta específica 12, ofrecer un currículo que incorpore la lectura y el uso del computador en el proceso de enseñanza y aprendizaje (OEI, 2010), vemos que a la fecha las instituciones educativas han realizado esfuerzos para el equipamiento de las salas de computadores pero no han encontrado oferta de programas de formación continua y de innovación educativa para el cuerpo docente y poder dar así avances en el logro de la meta planteada. Los textos, vídeos y escenas interactivas de cualquier herramienta de autor (Descartes-JS, GeoGebra, Jclick, entre otras) en el libro digital gozan de una alta compatibilidad con los dispositivos móviles, más populares tales como Iphone, Ipad, Ipad touch, Tablet, ordenadores portátiles y con los tableros digitales interactivos, para su utilización en los procesos de enseñanza – aprendizaje tanto en el aula de clase como en el tiempo de estudio y trabajo independiente de los estudiantes gozando de una alta calidad en el audio, definición en las imágenes y los enlaces a internet actualizados. Brinda a visitantes y usuarios el interactuar con el libro digital, y pueden ser consultados por tantas personas como sea necesario y disponer de las animaciones y videos educativos auto contenidos en sus páginas virtuales en formato HTML5 (Rojas, Castrillón y Córdoba, 2015).

4. Metodología y resultados

Esta iniciativa nuestra consiste en mostrar a los docentes participantes en el evento experiencias educativas de acciones innovadoras en el aula de clase, de apoyo a los currículos de educación matemática para mejorar la calidad de la formación en el aula y la generación de nuevas estrategias didácticas logradas por iniciativa de un grupo de docentes de los cursos de matemáticas básicas, cálculo diferencial y cálculo integral. Los libros interactivos de aprendizaje con plantillas de Descartes-JS presentan el beneficio adicional de poderse descargar y trabajar sin conexión a Internet.

5. Conclusiones

Las plantillas Descartes-JS permiten la elaboración de escenas genéricas que pueden ser reutilizadas por el profesorado para generar actividades educativas sin necesidad de conocer dicha herramienta. Con base en las

plantillas de este proyecto los usuarios podrán generar diferentes actividades sin más que manipular adecuadamente imágenes y ficheros, y aportar una información estructurada siguiendo el adecuado instructivo (Proyecto Descartes, 2016). Nosotros los docentes somos el recurso humano que, trabajando en equipo, podemos direccionar el control del proceso de enseñanza aprendizaje e innovar en el aula de clase, generar ideas y productos entorno al desarrollo de las competencias de gestión, comunicación, perfeccionamiento y actualización pedagógica que permitan a los docentes tener un apoyo permanente en formación de estrategias para alcanzar un mayor grado en la comunicación del conocimiento en el ámbito educativo (Rojas, Castrillón y Córdoba, 2015).

6. Referencias bibliográficas

Proyecto Descartes. (2016). *PLANTILLAS CON DESCARTES-JS*. Recuperado el 14 de septiembre de 2016 de http://proyectodescartes.org/plantillas/descripcion.htm

OEI. (2010). Metas Educativas 2021: la educación que queremos para la generación de los Bicentenarios. Madrid: OEI

Rojas, C., Castrillón, E. y Córdoba, F. (2015). Incrustación de videos educativos en libros digitales para la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral. En J. Rúa, L. Leonardo y J. Hoyos (Eds), *Formación y modelación en Ciencias Básicas*, (pp. 88), Medellín: Universidad de Medellín.

NÚMEROS COMPLEJOS EN GEOGEBRA

Gustavo Orlando Quintero Quintero, Christian Camilo López Mora
Universidad Pedagógica Nacional, Universidad de los Andes, Colombia
gquintero@colegionuevayork.edu.co, cc.lopez10@uniandes.edu.co

Línea: Experiencias de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación secundaria noveno grado.

Palabras clave: números complejos, operaciones con complejos, coordenadas cartesianas, coordenadas polares, razones trigonométricas.

Resumen

Esta es una propuesta diseñada para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones con números complejos en educación secundaria. El trabajo consiste en representar operaciones (potenciación y radicación) con números complejos mediante el uso de la herramienta Geogebra.

1. Introducción

La propuesta surge como una aplicación de las razones trigonométricas para el estudio de triángulos en un curso de noveno grado. En este curso se asocian los números complejos y su representación en un plano a partir de las relaciones entre coordenadas cartesianas y polares obtenidas por razones trigonométricas en triángulos y la fórmula de Moivre.

2. Objetivo

Diseñar una estrategia de enseñanza para estudiantes de secundaria que permita la representación de operaciones (potenciación y radicación) de números complejos mediante el uso de Geogebra.

3. Marco teórico

Nos basamos en distintas definiciones de las Matemáticas. Nuestras principales referencias fueron la de número complejo, plano complejo y las posibles representaciones gráficas de números complejos.

En términos de Levinson (1990), se define un número complejo como aquel número compuesto por dos números reales *a, b* tal que $\delta = a + bi$ Se describe que *a* es la parte real de δ y *bi* la parte imaginaria de δ.

Para la definición de coordenadas polares, nos basamos en Thomas (2005), el cual considera en primera instancia, un origen que se denomina *O* y un rayo (rayo inicial) desde dicho origen. Se define entonces la localización de un punto H que pertenece el plano asignado un par (r, θ) denominado coordenadas polares, siendo la distancia de *O a H, y* θ el ángulo determinado entre los rayos.

En cuanto a la representación gráfica de los números complejos, nos referimos a Steiner (2005), quien indica dos representaciones. La primera corresponde a la representación en un plano complejo o diagrama de Argand contemplando un eje real y un eje imaginario a partir de coordenadas . La segunda representación es descrita en términos de coordenadas polares (r, θ).

4. Metodología y resultados

En la enseñanza de la trigonometría es posible identificar diferentes aplicaciones y usos de las razones trigonométricas. Por tal razón, establecimos una metodología tal que los estudiantes pudieran observar el uso de razones trigonométricas para la representación de números complejos en

un plano, enfocándonos a las operaciones de potenciación y radicación. Ejemplificaremos la construcción de la potenciación, teniendo en cuenta que para la radicación son procesos considerablemente similares. En la figura 1, se muestra la representación del número complejo $(1 + 2i)^2$. Para esto se construye un punto en el plano y un segmento con vértices en el origen del plano coordenado y el punto previamente creado, ese punto es el número complejo que se potencia. Posteriormente, un ángulo con lados, el primero es el segmento previamente creado y el eje horizontal y vértice en el origen del plano cartesiano, éste es el ángulo de elevación del número complejo. A continuación, se construye un nuevo ángulo con vértice en el origen del plano cartesiano y un lado en el eje horizontal, este ángulo tiene una elevación del doble del ángulo previamente creado. Una circunferencia con centro en el origen del plano y radio igual al cuadrado de la longitud del segmento previamente creado. Se entiende que las coordenadas cartesianas son , y que por medio de las razones trigonométricas las coordenadas polares son (2.23, 63.4°).

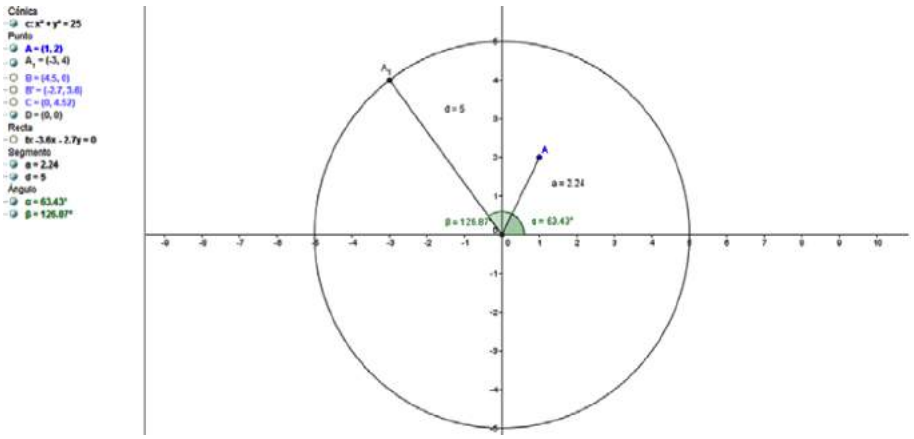


Figura 1. Representación del número complejo $(1 + 2i)^2$.

Sabiendo que (2.23, 63.4°)^2 = (5.126,8), debido a que $(r, \theta)^n = (r^n, n\,\theta)$. De lo anterior, obtenemos nuevamente por razones trigonométricas que $(1 + 2i)^2 = (-3,4i)$. En cuanto a la construcción se construye una recta que pase por el origen del plano y por el punto de elevación del nuevo ángulo, se construye el punto de intersección de esta recta y la circunferencia. Este punto es el cuadrado del número complejo.

5. Conclusiones

El uso de la herramienta Geogebra es útil para la enseñanza de operaciones con números complejos, lo cual se constituye en aporte para la enseñanza de números complejos desde un punto de vista gráfico y dinámico.

Aunque es una herramienta que fue utilizada para la enseñanza de estudiantes de noveno grado en el curso de cálculo trigonometría, consideramos su fácil adaptación para otros cursos de educación secundaria en los que se aborden operaciones con números complejos.

6. Referencias bibliográficas

Levinson, N. (1990). *Curso de variable compleja*. Reverté, S.A. España.

Steiner, E. (2005). *Matemáticas para las ciencias aplicadas*. Reverté, S.A. España.

Thomas, G. (2005). *Cálculo: varias variables*. Undécima edición. Pearson. México.

NATURALEZA DE LOS OBJETOS DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA

Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav), México
sergio.rubio@cinvestav.mx (www.zergiorubio.org), gmontiele@cinvestav.mx

Línea: Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación terciaria y Formación docente

Palabras clave: naturaleza epistémica, propiedades teóricas, propiedades gráfico-espaciales, propiedades dinámicas, GeoGebra.

Resumen

La geometría representa desde sus orígenes, un fuerte lazo entre lo teórico y el mundo material. Esta dialéctica caracteriza tanto a los objetos como al pensamiento geométrico. Asumimos que esta característica dual de los objetos de la geometría euclidiana forma parte de su naturaleza epistémica, es decir, corresponde a los elementos esenciales que describen sus propiedades.

En la actualidad han cobrado mucho protagonismo los ambientes dinámicos para el estudio de la geometría, por lo cual sería apropiado preguntar si los objetos geométricos mantienen su característica dual o manifiestan una esencia distinta al ser manipulados en ambientes digitales.

Para esclarecer la naturaleza de los objetos geométricos en estos ambientes, se analiza la literatura especializada en temas de geometría dinámica.

1. Introducción y objetivos

Desde sus comienzos, la geometría ha estado fuertemente ligada con el mundo real. Tanto en Egipto como en Babilonia, la medición de tierras, la construcción de canales de riego o diques a lo largo de los principales ríos, representan solo algunos ejemplos que dan cuenta de esta faceta geométrica. Luego los griegos comenzaron a desarrollar una dimensión más teórica de la geometría, que finalmente decantó en los Elementos, un texto que imbrica lo teórico y lo concreto a lo largo de la presentación de sus proposiciones.

A partir de estas consideraciones iniciales, se presenta el estudio de literatura especializada en temas de geometría y geometría dinámica, con el propósito de indagar en la naturaleza de los objetos de la geometría euclidiana (GE), en tanto sus propiedades esenciales, para luego analizar si los objetos de la geometría dinámica (GD) mantienen estas mismas propiedades o manifiestan otras diferentes.

2. Marco teórico y metodología

Arzarello et al. (2002) declaran que la dialéctica teórico-perceptual caracteriza a todo el razonamiento geométrico. Por ejemplo, los diagramas geométricos representan a objetos teóricos y es posible identificar en ellos propiedades gráfico-espaciales que pueden dar lugar a actividades perceptuales del individuo.

En esta misma sintonía, Laborde (2005) realiza la distinción entre el dominio de los objetos y las relaciones geométricas (refiriéndose a lo teórico) y las entidades gráfico-espaciales (refiriéndose a lo perceptual), mencionando que esta distinción se observa tanto en diagramas dibujados en papel, en un computador o por artefactos mecánicos que realizan construcciones euclidianas.

Podemos inferir entonces que la naturaleza de los objetos geométricos es dual, en tanto posee propiedades teóricas y gráfico-espaciales:

> **Propiedades teóricas**: se trata de referentes (abstractos) en una teoría geométrica, incluidos objetos teóricos, relaciones y operaciones con esos objetos, propiedades invariantes, conjeturas, teoremas y demostraciones.

- **Propiedades gráfico-espaciales**: aspectos perceptuales, los cuales pueden ser analizados como fenómeno visual, de movimiento o cinestésicos; entidades gráficas en las cuales es posible realizar acciones físicas y acerca de las cuales es posible expresar ideas, interpretaciones, opiniones y juicios (Laborde, 2005).

3. Resultados

Un ambiente de GD, como GeoGebra, permite encarnar la GE de manera interactiva y dinámica, ya que básicamente es un programa digital que puede inducir todas las propiedades que son consecuencias euclidianas del proceso de construcción de un objeto (Leung, 2015). Es decir, los objetos geométricos en un ambiente de GD, también poseen las propiedades teóricas y gráfico-espaciales de un objeto de la GE.

El *arrastre* (característica definitoria de la GD), entendido como una transformación continua en tiempo real, puede mediar la relación entre propiedades teóricas y gráfico-espaciales de un modo específico, creando entidades con un nuevo estatus (Arzarello et al, 2002). A modo de ilustración, considere la construcción usual de un triángulo equilátero, realizada en la modalidad de GD de GeoGebra. En este ambiente el proceso de construcción puede devenir en dos resultados distintos, aún cuando se siga el mismo procedimiento: dado un segmento inicial, trazar dos circunferencias cuyos centros sean cada punto extremo del segmento dado y de radio, la longitud del segmento; luego determinar una de las intersecciones de ambas circunferencias como tercer vértice del triángulo; y finalmente, trazar los segmentos faltantes. Dependiendo si se ha dejado fija, o no, la longitud del segmento inicial en esta construcción, se obtendrá una familia de triángulos equiláteros que admitan transformaciones isométricas o una familia de triángulos equiláteros que permitan transformaciones homomórficas.

Este tipo de comportamiento en la construcción, da cuenta del nuevo estatus mencionado, el cual es adquirido a partir de su proceso de construcción. Es decir, durante el arrastre, un objeto de la GD mantiene todas las propiedades de acuerdo a las cuales fue construida y todas las consecuencias que conlleva la construcción de la geometría euclidiana (Leung, 2015).

Por lo tanto, los objetos de la GD además de poseer las propiedades teóricas y gráfico-espaciales propias de una entidad geométrica, también poseen propiedades dinámicas que le son añadidas mediante su proceso de construcción, accesibles gracias a la acción del arrastre.

4. Conclusiones y proyecciones

En síntesis, podemos declarar que los objetos geométricos han experimentado una ampliación respecto de su naturaleza, a partir de sus propiedades teóricas y gráfico-espaciales en la GE, para luego ser añadidas las propiedades dinámicas del ambiente de GD.

La importancia de este hecho radica en que tales propiedades dinámicas provocan cambios en los objetos geométricos, modificando aspectos epistémicos de la geometría. A modo de ilustración, considere el ejemplo de la familia de triángulos isométricos y homomórficos, en el cual podemos cuestionar cómo afecta este resultado en las estructuras de clasificación de triángulos. Este tipo de análisis epistémicos se vislumbra como un espacio propicio para poner a prueba los resultados de este escrito.

5. Referencias bibliográficas

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Rebutí, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik, 34*(3), 66–72. doi:10.1007/BF02655708

Laborde, C. (2005). The Hidden Role of Diagrams in Students' Construction of Meaning in Geometry. En *Meaning in Mathematics Education* (pp. 159–179). New York: Springer-Verlag. doi: 10.1007/0-387-24040-3_11

Leung, A. (2015). Discernment and Reasoning in Dynamic Geometry Environments. En S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 451–469). Cham: Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-319-17187-6_26

USO DE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DE MODELACIÓN PARA UN OBJETO QUE EN MOVIMIENTO DESCRIBE UNA PARÁBOLA

Margarita Patiño Jaramillo, John Jairo García Mora
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
margaritapatino@itm.edu.co, jhongarcia@itm.edu.co

Línea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: movimiento uniforme, movimiento, tiro parabólico, GeoGebra.

Resumen

Esta ponencia, es presentada con el fin de crear un espacio de reflexión y análisis acerca de la integración de nuevas herramientas dinámicas, como es el uso de GeoGebra, dentro del ejercicio docente y lo importante que ha de ser para el estudiante, por lo que se presentará la modelación de un evento físico que describe un movimiento parabólico, de tal manera que esta metodología oriente a la posibilidad de diseñar una serie de técnicas y estrategias que ayuden a direccionar y relacionar los saberes de los maestros con la integración del software en el aula escolar.

1. Introducción

El tiro parabólico se estudia tanto en física como en matemática, es el resultado de combinar dos movimientos, uno horizontal (eje x) y otro vertical (eje y) que se presentan de manera simultánea usando vectores. GeoGebra

es un software interactivo que puede ser utilizarlo para crear o representar de una forma didáctica diferentes aplicaciones.

2. Objetivo

Describir las características del movimiento parabólico a través de conceptos velocidad, distancia y gravedad descritas por el movimiento y tener un espacio de análisis y reflexión cuando se compara la solución tradicional de un problema frente al desarrollo con la utilización del software GeoGebra.

3. Marco teórico

En el tiro parabólico, un proyectil es lanzado con cierto ángulo de elevación y sometido únicamente a la fuerza constante de su peso, describe una trayectoria parabólica.

La velocidad del proyectil tiene en todo momento una componente horizontal y otra vertical, así que, el movimiento de proyectiles es una combinación de dos movimientos, el movimiento a lo largo del eje X, es un M.R.U. y el movimiento a lo largo del eje Y es un M.U.A. cuya aceleración es –g (Serway, 2004).

Particularmente, el interés por la modelación en matemática se ha incrementado en la educación desde hace algunos años debido a la transversalidad de las matemáticas con las ciencias. De igual modo, el uso de la tecnología considera tres aspectos que regulan la integración tecnológica en una situación de modelación de movimiento en un escenario de difusión del conocimiento, representados en un diagrama de Venn. Según (Oktaç, 2014) , como se muestra en la figura 1.

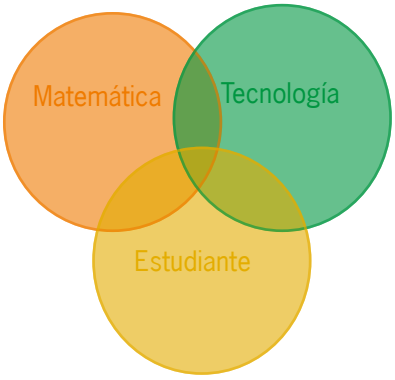


Figura 1. Consideraciones de la integración tecnológica (Oktaç, 2014)

4. Metodología

Se trabaja con una experiencia que recrea ejercicio de un cazador y un mono, en el que un cazador desea cazar a un mono que cuelga de una rama. El cazador apunta directamente al mono sin tener en cuenta que el proyectil seguirá una trayectoria parabólica y pasará, por tanto, por debajo del mono. Sin embargo, el mono en el instante que escucha el disparo se suelta de la rama con el objetivo de evadir el proyectil, pero es alcanzado por este, como se muestra en la figura 3, elaborada con el software GeoGebra.

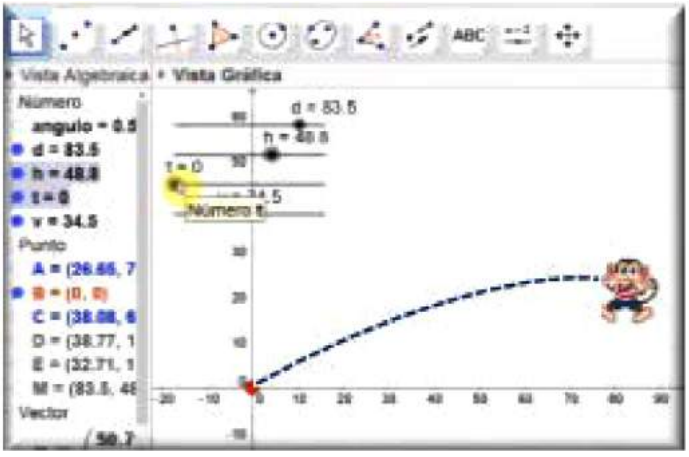


Figura 2. Movimiento que describe una parábola

5. Conclusiones

La creación de estos objetos de aprendizaje no desplaza al maestro, solo le ayudan a guiar mejor su clase y el estudiante estará motivado a estudiar.

El estudiante puede practicar cuantas veces quiera y obtiene una retroalimentación, esto hace que el estudiante supere algunos obstáculos de aprendizaje.

El estudiante puede dedicar tiempo al trabajo independiente a la hora que le quede más fácil. El acompañamiento del docente hace que el estudiante utilice más los objetos de aprendizaje (Córdoba Gómez & Herrera Mejía, 2013)(Córdoba-Gómez, Herrera y Restrepo, 2013).

6. Referencias bibliográficas

Córdoba Gómez, F., & Herrera Mejía, H. J. (2013). Impacto del uso de objetos de aprendizaje en el desempeño en matemáticas de estudiantes de grado. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 47–58.

Oktaç, A. R. (2014). De un video juego a las ecuaciones del tiro parabólico: una propuesta didactica. (o. L. C., Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 27*, 871–878.

Serway, R. F. (2004). *Fundamentos de física* (Vol. 1). México, México, México: Thomson.

IMPLEMENTACIÓN DE HERRAMIENTAS TIC EN LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN TECNOACADEMIA NEIVA

Yira Marbalis Ortiz Medina, Jonatan Valencia Payan
Tecnoacademia, SENA, Colombia.
yortizm@sena.edu.co, jovalenciap@sena.edu.co

Línea: Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, (grado octavos y novenos, edades de 12 a 17 años)

Palabras clave: TICs, GeoGebra, scratch, matemática aplicada

Resumen

La nueva generación de estudiantes ha nacido en un entorno tecnológico que ha dado lugar a que sus hábitos perceptivos y sus procesos mentales se hayan transformado, al igual que sus gustos, actitudes y emociones. Esto ha permitido que la tecnología sea la materia prima y por lo tanto, el motor de esta nueva sociedad, generando la aparición de nuevos procesos de aprendizaje y modos de transmisión del conocimiento. Tal que sean innovadores y a su vez permitan al estudiante una participación activa en la resolución de problemas reales. Pero ¿efectivamente los jóvenes están preparados para la solución de los problemas?, a partir de esta pregunta se propone implementar el uso de programas GeoGebra y Scratch para la demostración y aplicación de conceptos matemáticos y la creación de juegos en el desarrollo de la lógica matemática interpretada desde diversas líneas

del conocimiento, es decir, entendiéndose como solución en el desarrollo del razonamiento lógico para la comprensión de las nuevas alternativas; teniendo en cuenta que las matemáticas son fundamentales en cualquier área de conocimiento como la biología, física, robótica, TICs, videojuegos y todo aquello que se pueda interpretar mediante cambios.

1. Introducción

Los estudios realizados por la Asociación Internacional de Evaluación del Rendimiento Escolar (IEA) en el año 2015–2016, demuestran como el área de matemáticas posee uno de los rendimientos más bajos para los estudiantes de primaria y secundaria en comparación con otras áreas del currículum escolar. En este sentido, se desafía la metodología implementada en el aula de clases de matemáticas, forzando que el docente genere cambios en el modelo de enseñanza–aprendizaje con el fin de variar el panorama de terror generado por esta asignatura. Por lo tanto, la tecnología se convierte en un agente catalizador del proceso de cambio en la educación matemática, logrando que el estudiante sea el actor de su propio conocimiento. En este trabajo, debido a que las TIC integran un ámbito tan amplio, existe la necesidad de circunscribir la mirada, centrándose en el uso de los computadores y del software educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, el alcance del estudio se limita al uso de los programas GeoGebra y Scratch para desarrollar habilidades desde el conocimiento de las matemáticas enfrentándolas al mundo real, haciendo uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), con el fin de integrar el conocimiento con otras disciplinas del saber.

2. Objetivos

Establecer estrategias de enseñanza–aprendizaje en el área de matemáticas empleando los softwares GeoGebra y Scratch con aprendices de Tecnoacademia Neiva.

Objetivos específicos: Desarrollar modelos matemáticos relacionados con fenómenos de la biotecnología y nanotecnología empleando el software GeoGebra; establecer estratégias para el desarrollo de la lógica matemática empleando el software Scratch.

3. Marco teórico

El interés por el estudio del impacto de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los procesos educativos ha aumentado progresivamente en los últimos años.Esto en paralelo con la creciente incorporación de estas tecnologías en todos los niveles de enseñanza. Las matemáticas y el desarrollo de software no son ajenos a ello (Cruz, D., et al., 2015). Uno de los aspectos que abarca la enseñanza tecnológica es la comprensión de los procesos lógicos como fases secuenciales de operaciones que transforman recursos cuyo fin es cumplir con ciertos objetivos y lograr un resultado esperado, necesitando para ello tomar decisiones que asocian "propósitos, recursos y procedimientos para la obtención de un producto o servicio" (Ministerio de Educación Nacional, 2008). Existen diversas investigaciones generadas a partir de la implementación del programa GeoGebra (2002), y Scratch (2007), en torno a la enseñanza – aprendizaje brindado por el uso de las TIC en el aula de clase, generando estrategias didácticas para la resolución de problemas reales a partir de modelos matemáticos.

4. Metodología y resultados

Se implementa la metodología acción – participación (Ander-Egg, E. 2003), en la línea de ciencias básicas, área matemáticas aplicada de la Tecnoacademia SENA Neiva, logrando que los aprendices generen hipótesis y resolución de problemas como la creación de un robot en piezas VEX, programado en Scratch para el aprendizaje de figuras geométricas; la explicación de fenómenos biológicos utilizando conceptos matemáticos en el software GeoGebra, entre otros. Permitiendo incentivar el amor por las matemáticas y generando la involucración en otras ciencias del saber.

Los aprendices lograron ver las matemáticas desde otro punto de vista, siendo capaces de explicar fenómenos biológicos como los fractales de la naturaleza, la molécula del ADN, los nanotubos de carbono sólo utilizando conceptos matemáticos. De esta forma, incursionaron en el campo de la investigación implementando estrategias didácticas para la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas en otras áreas del saber. Además, crearon un juego educativo en la plataforma Scrath que combina la geometría plana y la robótica, permitiendo que tanto niños como adultos comprendieran los

conceptos y también se divirtieran. La relación entre la práctica y el juego mediante la integración de las TICs logró que cada estudiante construyera su propio conocimiento y así sustentar que las matemáticas son el fundamento de la vida.

5. Conclusiones

Se logró que aprendices del grado octavo y noveno de educación básica comprendieran el uso adecuado de las herramientas TICs, implementándolas en el desarrollo de problemas como la enseñanza de las matemáticas en el aula de clases y la relación entre estas y otras áreas de saber cómo la nanotecnología y biotecnología.

6. Referencias bibliográficas

Ander-Egg, E. (2003). Repensando la investigación-acción-participativa. Lumen-Humanitas.

Cruz, D., Rivadeneira, S., Vilanova, G., Torres, M., & Varas, C. (2015, June). Tecnología educativa como herramienta para la innovación en la práctica docente. In XVII Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (Salta).

Ministerio de Educación Nacional (2008). Ser competente en tecnología: ¡Una necesidad para el desarrollo! Orientaciones generales para la educación en tecnología, Bogotá: Imprenta Nacional.

CONCURSO MATEMÁTICA, FOTOGRAFÍA Y GEOGEBRA

Karina Amalia Rizzo
ISFDYTNº24; I.N.S.P. Socorro; Inst. Sagrada Familia; Argentina
karinarizzo71@gmail.com;

Línea: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias exactas y naturales.

Palabras clave: matemática, fotografía, GeoGebra, escuela secundaria

Resumen

En la institución donde me desempeño, se llevó adelante una propuesta didáctica con la inclusión de TIC y frente a los resultados obtenidos y a la excelente predisposición en los estudiantes, se decidió extender la misma para todos los alumnos de la escuela secundaria. Se lanzó así, el Concurso "Matemática, fotografía y GeoGebra" con el objetivo de favorecer la motivación de los estudiantes y la visualización de los contenidos matemáticos a través de las fotografías y uso de GeoGebra.

Éste evento convocó a los alumnos para tomar o elaborar fotografías, insertarlas en el software mencionado, marcar algunos puntos y descubrir, por ejemplo, la función o expresión que mejor se adapte a la situación fotografiada. El propósito principal de ésta propuesta fue intentar que los alumnos capten en sus fotografías, los conceptos matemáticos desarrollados en las clases de esta bella asignatura, es decir, se buscó acercar las matemáticas a la realidad del alumno para que los mismos pudieran sentirla real, cercana y concreta.

1. Introducción

Este proyecto plantea una muestra fotográfica *diferente*. La misma pretende conseguir que los jóvenes capten en sus fotos, conceptos matemáticos de su entorno natural.

Cada fotografía deberá llevar un "lema" que haga referencia a ese concepto o noción matemática, es decir que relacione la imagen con algún tema abordado durante el ciclo lectivo, fundamentando su elección y relación.

El lema puede ser una frase, una palabra o un símbolo. Conjuntamente se solicita insertar la foto en GeoGebra, justificar analíticamente la expresión que arroja, plantear y resolver una situación problemática acorde a la imagen presentada.

2. Objetivos:

- Despertar el interés de los alumnos hacia la Matemática.
- Potenciar el aprendizaje a través del uso de GeoGebra.
- Relacionar los contenidos del área con la realidad circundante.
- Reflexionar críticamente sobre situaciones planteadas en la vida cotidiana, representada en este caso en la fotografía.
- Estimular la creatividad y la capacidad para expresarse.
- Establecer nuevas relaciones cognitivas entre los conocimientos previos de los alumnos y la experiencia propuesta.

3. Marco teórico

Los avances tecnológicos de los últimos años, atraen la atención de los estudiantes y desafían a los docentes. Cuando éstos se consideran, es posible observar a los alumnos motivados por las matemáticas y más aún, que la encuentren cercana y aplicable a la realidad.

Las TIC parecen favorecer que el aprendizaje resulte más significativo (Cacheiro González, 2011), pero para ello se debe integrar el uso de éstas,

con una cierta intencionalidad curricular (Sánchez, 2002). Asimismo, el trabajar con modelización matemática permite que el estudiante comprenda la necesidad de nuevos aprendizajes y que se involucre en el aprender (Bouciguez, Irrassar, Suárez, 2008), promoviendo una visión integrada de las matemáticas, favoreciendo así la comprensión real de los conocimientos (Segal- Giuliani, 2008)

4. Metodología y resultados

Luego de comunicar la propuesta, bases y condiciones del concurso, se llevaron a cabo diferentes charlas con la comunidad, referidas a cómo la geometría y las matemáticas en general ocupan un lugar más allá del ámbito del aula.

Conjuntamente, se brindó un taller sobre el uso de GeoGebra, para los docentes y otro para los alumnos de la institución, que deseaban participar de la propuesta.

> A partir de las acciones previas llevadas a cabo, los alumnos participantes (grupos de dos), pudieron seleccionar y presentar como máximo tres trabajos.

Durante el período de recepción del material, se evidenció gran interés por la participación en el concurso, cuestión que se potenció el día de la muestra, ya que todos los alumnos pidieron ser llevados a recorrer el aula donde se encontraban las fotografías expuestas.

5. Conclusiones

Este concurso despertó el interés de gran parte de los estudiantes de la institución y permitió acercarlos a la enorme incumbencia de las matemáticas en la vida cotidiana.

Seguidamente al realizar un análisis de los trabajos entregados, se evidenció que a pesar de los errores conceptuales observados en algunos de ellos, o de utilización del applet, los alumnos fueron capaces de vincular los marcos geométrico, gráfico y algebraico, a través del uso de GeoGebra, crear y

resolver una situación problemática. Facebook del Concurso: https://www.facebook.com/FotoGebra/

6. Referencias bibliográficas

Bouciguez, M.B., Irrassar, L., Suárez, M. M. (2008). Análisis de estrategias: un estudio de casos para la función cuadrática. II REPEM (Reunión Pampeana de Educación Matemática), Universidad Nacional de La Pampa. Argentina. http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem08/memorias/comunicaciones/Trabinvest/C29.pdf Consultado 18/09/2016

Cacheiro González, M L (2011). Recursos educativos TIC de información, colaboración y aprendizaje, Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación, Nº 39, pp. 69-81. http://acdc.sav.us.es/pixelbit/images/stories/p39/06.pdf Consultado 20/02/2013

Sanchez, J. (2002). Integración Curricular de las TIC: Conceptos e Ideas. Departamento de Ciencias de la Computación. Universidad de Chile http://www.c5.cl/mici/pag/papers/inegr_curr.pdf Consultado 18/09/2016

Segal, S. y Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DE MODELACIÓN EN FÍSICA

Juan Guillermo Toro Martínez
Colegio Colombo Británico, Colombia
jtoro@ccbenv.edu.co

Línea: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias exactas y naturales.

Palabras clave: física, Geogebra, modelación, aprendizaje significativo.

Resumen

La concepción detrás de Geogebra ha permitido su utilización en campos para los que no fue inicialmente pensada. Más allá de las matemáticas, incluso, se están llevando a cabo desarrollos de su aplicación en ámbitos, como las ciencias naturales. Específicamente, en la enseñanza de la física, el papel más relevante de Geogebra ha sido el de simulador de procesos físicos, mediante el cual se emula el comportamiento de algún fenómeno. Tradicionalmente, los estudiantes han empleado Geogebra para analizar el comportamiento de algunas variables físicas, interactuando con una simulación que representa un modelo físico previamente construido (normalmente por un profesor). El objetivo de este proyecto va más allá: que los estudiantes construyan modelos matemáticos de procesos físicos de manera que, al crear una estructura representativa, desarrollen una forma científica de razonar. La metodología que se propone incluye como primer paso la preparación de los estudiantes en el uso de la herramienta, como segundo paso la construcción guiada del modelo matemático en Geogebra y, finalmente, el análisis de variables físicas en el modelo diseñado.

Mediante esta estrategia esperamos que el aprendizaje tenga lugar tanto en la construcción como en la utilización del modelo.

1. Introducción

Aunque existen pocos antecedentes del uso de Geogebra como herramienta didáctica que permita la modelación de fenómenos físicos por parte de los estudiantes creemos que las posibilidades que presenta en tal sentido la convierten en la herramienta de mediación didáctica apropiada para que los alumnos aprendan a modelar fenómenos físicos. Gracias a la modelación el aprendizaje tiene la oportunidad de ocurrir en dos momentos distintos: primero en la construcción del modelo y, luego, cuando se usa el modelo el estudiante aprende una vez más, esta vez sobre el fenómeno que el modelo representa (Justi, 2006).

2. Objetivo

Implementar entornos de aprendizaje con Geogebra con el propósito de maximizar el éxito en el aprendizaje de los estudiantes, mediante la modelación de fenómenos físicos.

3. Marco Teórico

Entre los muchos problemas que nos encontramos en la enseñanza de la física, uno de los más evidentes se encuentra en el hecho de que el modelo conceptual matemático que usamos en la escuela está “vacío” de significado. La mente de los alumnos no hace la conexión entre las ecuaciones del modelo matemático con la realidad que representan. Como una manera de enfrentar esta situación se han propuesto diferentes enfoques para permitir a los estudiantes modelar situaciones físicas a través de diferentes mediadores didácticos tecnológicos, los cuales, de una u otra manera, les permiten a los estudiantes crear sus propios modelos, de forma que se involucran en su diseño y modificación con el propósito de comprender el fenómeno. El objetivo más importante es lograr que los estudiantes se comprometan en la comprensión del mundo físico construyendo, usando

o escogiendo modelos que describan, expliquen, predigan y controlen fenómenos físicos. (Ornek, 2008).

Desde las teorías cognitivas, los investigadores creen que los modelos pueden ser importantes para el logro de la comprensión conceptual en la ciencia a un nivel que va más allá de los hechos, las ecuaciones o los procedimientos memorizados. Se espera que tales comprensiones no sólo conduzcan a una percepción del estudiante de que la ciencia puede tener sentido por medio de las explicaciones satisfactorias, sino también incorporar una forma de conocimiento flexible que se pueda aplicar a la transferencia del conocimiento mediante problemas (Clement, 2000).

Es ya extenso el uso de Geogebra para representar funciones de todo tipo, lo cual le proporciona a esta aplicación una excelente oportunidad para representar modelos de la física mediante la construcción de escenarios apropiados y el uso de deslizadores. Así, el alumno tendrá la facilidad de representar apropiadamente el modelo mental que haya diseñado y construido previamente, observar qué cambios se producen mediante la modificación de variables y deducir el significado físico de esos cambios (Carrillo de Albornoz, 2012).

4. Metodología y resultados

Aunque existen diferentes metodologías de uso de modelos en la enseñanza de las ciencias naturales, uno de los más usados divide el proceso en tres etapas sucesivas: 1) definición de los objetivos del modelo para construir un modelo mental inicial, 2) expresión del modelo mental usando alguna forma de representación y 3) comprobación del modelo mediante su sometimiento verificación del funcionamiento ante diferentes modificaciones de variables (Justi, 2006, pág. 180).

En el caso de esta propuesta, la metodología específica incluye, inicialmente, la preparación de los estudiantes en el uso de la herramienta durante dos meses, limitándonos a los aspectos de la herramienta necesarios para llevar a cabo modelaciones. Después de esta etapa vienen los tres pasos ya enunciados en la construcción del modelo (definición de objetivos, creación del modelo mental y representación en Geogebra y análisis de

variables mediante manipulación del modelo), etapa en la cual planeamos ocupar cuatro meses. La experiencia se está llevando a cabo, en su etapa preliminar con estudiantes del grado undécimo D, en el Colegio Colombo Británico, de Envigado, Colombia. Dado que nos encontramos en la etapa preliminar de la experiencia (apropiación de la herramienta) es muy pronto para hablar de resultados. La hipótesis que esperamos comprobar es la de que la creación de modelos por parte de los estudiantes les abre nuevas posibilidades para pensar como científicos y es una oportunidad para profundizar en el conocimiento, y que Geogebra es un mediador didáctico adecuado para lograr tal apropiación del conocimiento.

5. Conclusiones

Existen pocos antecedentes del uso de Geogebra para el diseño y la creación de modelos de fenómenos físicos (y no sólo en Iberoamérica). Las investigaciones que los docentes de ciencias podamos llevar a cabo en tal sentido pueden enriquecer el conocimiento del cuerpo docente sobre nuevas estrategias didácticas que propicien el aprendizaje significativo de la física mediante la modelación. Si es posible presentar esta propuesta en el Congreso podríamos movilizar a otros docentes a unirse a experiencias de este tipo, tan necesarias para la educación en ciencias naturales en Colombia.

6. Referencias bibliográficas

Carrillo de Albornoz, A. (2012). *El dinamismo de Geogebra,* Revista Iberoamericana de Educación Matemática. Obtenido de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo5.pdf

Clement, J. (2000). *Model based learning as a key research area for science education* (International Journal of science education). Obtenido de http://www.ecent.nl/servlet/supportBinaryFiles?referenceId=9&supportId=1599

Justi, R. (2006). *Investigación didáctica.* Obtenido de http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75824/96328

Ornek, F. (2008). *International Journal of Environmental and Science Education.* Obtenido de http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ894843.pdf

UNA PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN GRADO NOVENO, A TRAVÉS DEL DISEÑO DE TAREAS INTEGRANDO GEOGEBRA

Karen Gisel Campo Meneses, Julieth Hermelinda Meléndez vela.
Universidad del Valle, Colombia.
karen.campo@correounivalle.edu.co, julieth.melendez@correounivalle.edu.co

Línea: Propuesta para el grado Noveno de la educación secundaria.

Palabras clave: diseño de tareas, función exponencial, Geogebra, práctica de enseñanza y orquestación instrumental.

Resumen

En el presente trabajo se propone caracterizar la configuración de un diseño de tareas alrededor de la función exponencial, a partir de lo planteado en la orquestación instrumental en relación a sus dimensiones, tipos y elementos. Se parte de la identificación de algunas dificultades y necesidades relacionadas con el concepto, seguido del desarrollo histórico de dicha función y sus implicaciones didácticas. Todo conjugado para el diseño de tareas que bajo la metodología experimentos de enseñanza se implementa y analiza.

1. Introducción

Como punto de partida, en el presente trabajo se reconocen las diferentes investigaciones realizadas en el campo de la educación matemática en torno al concepto de función exponencial, por ejemplo, la de Rizzo, K.

(2014), Bracho, L., Araujo, R., & González, J. (2014), Londoño, L. (2006), y Trillos, H. (2008). En estos trabajos se logró identificar aspectos relacionados con la importancia y dificultades en la comprensión de la función exponencial, de igual forma se reconocen potencialidades del software Geogebra para la enseñanza y aprendizaje de dicha función. Lo anterior permitió indagar sobre el desarrollo histórico del concepto de la función exponencial, con el fin de establecer algunos aspectos para la configuración de un diseño de tareas, en donde se toma como referente también la noción de orquestación instrumental, además de lo establecido por las políticas nacionales para la enseñanza de las matemáticas relacionado con el desarrollo de procesos generales, pensamiento variacional y sistemas algebraicos.

En este sentido, en el presente trabajo interesa dar cuenta de aquellas características que emergen en la configuración de un diseño de tareas que toma como referente la orquestación instrumental y que integra Geogebra para la práctica de la enseñanza de la función exponencial en grado noveno. Para ello se elabora un diseño de tareas de acuerdo a la configuración establecida y se emplea como metodología experimentos de enseñanza para llevar a cabo el proceso de investigación.

2. Objetivo

Caracterizar la configuración de un diseño de tareas tomando como referente la Orquestación Instrumental en la práctica de enseñanza de un profesor relacionada con la función exponencial integrando Geogebra.

Objetivos específicos:

- Determinar algunos fenómenos, pensamientos y procesos matemáticos asociados con la enseñanza y aprendizaje de la función exponencial, desde una perspectiva histórica, matemática, didáctica y curricular.
- Configurar un diseño de tareas integrando Geogebra para la enseñanza de la función exponencial a la luz de la orquestación instrumental.
- Analizar el desarrollo del tipo de orquestación instrumental que surge en la implementación de un diseño de tareas sobre la función exponencial.

4. Marco teórico

Los aspectos teóricos en los que se fundamenta el presente trabajo están organizados en cuatro áreas: didáctico, histórico, matemático y curricular. Respecto al didáctico, se conforma por el enfoque instrumental en el cual se hace énfasis en la orquestación instrumental como teoría que guiará la configuración del diseño de tareas y que según Trouche [citado por Santacruz (2011)], permite orquestar la actividad del estudiante. En dicha teoría se destacan tres elementos: una configuración didáctica, los modos de explotación y el funcionamiento didáctico; dos dimensiones: global y local; y seis tipos de orquestación instrumental, donde se tendrá en cuenta la combinación de dos de estos, planteados por Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K (2010). En cuanto a lo histórico, se toman elementos que contribuyeron a conceptualizar la función exponencial reconociendo su importancia en la práctica docente (Guacaneme, 2011). En relación a lo matemático, la función exponencial se define, según el libro de Cálculo, Conceptos y Contextos (Stewart, 2005), como:

Función a^x donde a es una constante real positiva y $a \neq 1$. Su dominio es el intervalo $(-\infty, \infty)$ y su rango desde $(0, \infty)$, es una función continua, creciente e inyectiva en todo su dominio y su gráfica es cóncava hacia arriba en todo su dominio.

Finalmente, en lo curricular se hace alusión a los lineamientos curriculares y a los estándares básicos en competencia matemáticas elaborados por el Ministerio de Educación Nacional.

4. Tipo de investigación y metodología:

Este trabajo se enmarca en el tipo de investigación cualitativa y toma como estrategia metodológica para el diseño los estudios los casos que permiten analizar lo que puede ser aprendido específicamente en un caso y al mismo tiempo ir más allá fundamentando lo descrito con teoría.

5. Conclusiones

Teniendo en cuenta las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de función exponencial, se espera que la propuesta de configuración del diseño de tareas emitida en este trabajo pueda ser empleada por otros docentes, de tal forma que puedan adecuarla al contexto en el que la van a implementar y realizarle modificaciones de acuerdo a los resultados obtenidos. Además, se crea la necesidad de continuar diseñando tareas en relación a la función exponencial y otros conceptos matemáticos integrando tecnología y tomando como base los referentes matemático, histórico, didáctico y curricular que apunten no sólo a la aprehensión del concepto sino también al desarrollo del pensamiento variacional.

6. Referencias bibliográficas

Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in mathematics*, 75(2), 2013-234.

Guacaneme, E. (2011). La historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones. *In Brasil: Memorias de la XIII Conferencia de Educación Matemática*. Obtenido de www. cimm. ucr. ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2029/submission/review/2029-5172-1-RV. Pdf.

Santaruz, M. (2011). *Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: el caso de la rotación en educación primaria.* Cali, Colombia: Universidad del valle.

Stewart, J. (2005). *Cálculo, conceptos y contextos, 3 Ed.* México: Thomson.

GEOGEBRA COMO APOIO AO "ENSINO POR QUESTIONAMENTOS" PARA A APRENDIZAGEM POR DESCOBERTAS NO ENSINO BÁSICO

Yuriko Yamamoto Baldin
Universidade Federal de São Carlos, BRASIL
yuriko@dm.ufscar.br

Linea: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para aprendizaje y enseñanza de las Ciéncias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: ensino por questionamentos, aprendizagem participativa, geometria dinâmica na aprendizagem por descobertas.

Resumo

Na oficina "Inovando atividades de geometria para aprendizagem por descobertas no ensino básico", da programação científica deste congresso, trabalhamos exemplos articulados de atividades de geometria, com conteúdo curricular em nível básico, como evidências das possibilidades de utilização do GeoGebra como auxiliar didático na evolução de procedimentos de ensino e aprendizagem de geometria, numa sala de aula participativa. A fundamentação teórica do trabalho de pesquisa foca no conhecimento pedagógico de conteúdo do professor para o ensino. A metodologia do desenvolvimento das atividades é analisada sob perspectiva de "aprendizagem por descobertas" pelos alunos. O presente trabalho aborda, a perspectiva do professor sobre " aprendizagem por descobertas de propriedades matemáticas", quando a experimentação dinâmica com GeoGebra

esclarece para o professor como conduzir a descoberta de propriedades dos conceitos matemáticos pelos alunos, por meio de questionamentos adequados que estimulem uma aula participativa, distinta da tradicional exposição pelo professor. O conhecimento do professor da metodologia de ensino por questionamentos é fundamental para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos. Será apresentado um exemplo desta abordagem, baseado no trabalho que resultou de um projeto de educação continuada de professores (OBMEP na Escola, PROF-OBMEP) no Brasil.

1. Introdução:

Este trabalho propõe ilustrar, com um exemplo da metodologia de "aulas participativas por meio de questionamentos", a importância do "conhecimento pedagógico de conteúdo do professor", que essencialmente se compõe de dimensões integradas dos conhecimentos necessários do professor para sua tarefa de ensinar (Ball & Bass, 2003). As dimensões mencionadas incluem o conhecimento específico da disciplina, o conhecimento pedagógico das metodologias de ensino e formas de aprendizagem, e também o conhecimento curricular sobre as conexões entre os tópicos de ensino/aprendizagem. Nas aulas participativas, o professor tem como foco as aulas que promovam o desenvolvimento do raciocínio matemático e a aprendizagem de conceitos, por descobertas dos próprios alunos. Isto demanda do professor uma aprendizagem da condução de aulas que não sejam exposições tradicionais, mas sim, orientadas por questionamentos adequados que estimulem as descobertas pelos alunos. Tal conhecimento do professor requer material didático inovador para a atualização do perfil do professor que seja capaz de mudar paradigmas dentro da sala de aula. As atividades propostas num projeto piloto de educação continuada de professores de nível fundamental e médio PROF-OBMEP (Programa Oficinas de Formação de Professores da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), entre 2012 e 2014, foram desenvolvidas e testadas com grupos de professores de escola básica, segundo essa fundamentação teórica e com a metodologia de resolução de problemas. O projeto resultou na criação do material didático de apoio a professores do Ensino Básico do programa OBMEP na Escola (Baldin & Silva, 2016). O presente trabalho apresenta um exemplo desta referência, que foi trabalhado com GeoGebra como um apoio didático na resolução de um problema de geometria (para

6º e 7º anos). O exemplo realiza um estudo dinâmico de "propriedades de retângulo e quadrado" por meio de perguntas sequenciadas que auxiliam a descoberta por próprios alunos na descoberta de propriedades geométricas, que depois as reconhecem nos problemas correlatos como elementos chaves para a resolução, promovendo assim uma aprendizagem significativa.

2. Objetivo

A proposta do trabalho aborda o embasamento da oficina "Inovando atividades de geometria para aprendizagem por descobertas no ensino básico" na perspectiva do professor. O objetivo do trabalho é ilustrar a importância do "ensino por questionamentos" na formação do professor capaz de transformar uma aula de resolução de problemas em ambiente de aprendizagem participativa.

3. Marco teórico

Este trabalho se desenvolve baseado na MKT – Mathematics Knowledge for Teaching (Ball & Bass, 2003) que é uma expansão atualizada do conceito de Pedagogical Content Knowledge, de Shulman. A proposta em (Baldin & Silva, 2016) resulta da nossa pesquisa sobre o desenvolvimento de material didático para ensino por resolução de problemas, na perspectiva dos professores para aprender "*como promover aprendizagem dos alunos por meio de questionamentos, explorações e descobertas*", dentro deste marco teórico. Observamos que o conceito de "aprendizagem baseada em questionamentos" deste trabalho se trata do desenvolvimento de pensamento matemático pela resolução de problemas, e não se refere a conceituações específicas das teorias de aprendizagem.

4. Metodologia e resultados:

A referência (Baldin & Silva, 2016) é o primeiro volume do trabalho que sintetiza nossa pesquisa realizada dentro do projeto piloto de curso de capacitação de professores PROF-OBMEP, em quatro módulos de 100 horas. Neste, os professores aprenderam como trabalhar pedagogicamente

as etapas de resolução de problemas (Polya, 1945) como ferramentas de aprendizagem autônoma dos alunos. Para que a mediação rompa a tradicional aula expositiva de soluções explicadas pelo professor, este necessitaria aprender a fazer questionamentos sequenciados, adequados ao objetivo de aprendizagem de conceitos determinados. Apresentamos um exemplo ilustrativo do uso do GeoGebra num estudo de propriedades que caracterizam retângulos e quadrados, explorando posição relativa entre suas diagonais, que permitiu extensão para outros problemas como de condições de inscrição de paralelogramos em círculos. A metodologia mostrou-se um auxiliar poderoso na aprendizagem da geometria, que foi evidenciada pelo reconhecimento dos alunos em utilizar os conceitos aprendidos em outros problemas, em diferentes contextos.

5. Conclusão

As funcionalidades dinâmicas do GeoGebra são valiosas na aprendizagem dos professores da condução de questionamentos numa aula que oportunizam aos alunos a aprendizagem significativa e participativa. Conclui-se que é possível inovar o ensino da geometria preparando professor que saiba promover uma aprendizagem por descobertas dos seus alunos.

6. Referências Bibliográficas

Baldin, Y.Y. & Silva, A. F. (2016), *Resolução de Problemas na Sala de Aula, Vol 1, OBMEP na Escola*, IMPA-OBMEP, Rio de Janeiro. Acessivel como Tópicos para Professores, em: http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ index#9.

Ball, D. L & Bass, H. (2003), *Towards a practice-based theory of Mathematics Knowledge for Teaching*. In B. Davis & E.Simmt (Eds) Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Math. Education Study Group (CMESG), Edmonton AB: CMESG

Polya, G., (1945), How to solve it, Princeton University.Press.

MODELO DE VALIDACIÓN DE UN MÉTODO DE MEDICIÓN: PROYECTO DE AULA

Juan Diego López Chavarriaga, Iliana María Ramírez
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
lopezjuand@hotmail.com, ilianaramirez@itm.edu.co

Línea: Simulación y modelamiento en el contexto de las Ciencias Exactas y Naturales para el trabajo de aula. Nivel educativo: Educación terciaria pregrado.

Palabras clave: métodos de validación, didáctica, proyecto de aula, mediciones.

Resumen

En este trabajo se presenta el modelo para la validación de un método de medición de pH en suelos como un proyecto de aula en el área de estadística. En su desarrollo se construye una aplicación que involucra conceptos propios de la metrología, el uso de software no educativo y el proceso de medición de la variable en mención. Esta experiencia se fundamenta en ampliar el espacio de formación de tal modo que invite a encontrar los puntos comunes entre diversas áreas del conocimiento. En este sentido, el objetivo es establecer los alcances del uso de proyectos de aula de carácter interdisciplinario, como recurso didáctico para facilitar la comprensión y la aplicación de algunos conceptos de la estadística descriptiva en contexto. La metodología consiste en llevar a cabo las mediciones de pH en muestras de suelo, con el fin de validar el método de medición a partir de los datos obtenidos, siendo el resultado principal generar un modelo de validación

como resultado final de la ejecución del proyecto de aula. Se determina el alto grado de compromiso por parte del estudiante y las diversas rutas de aprendizaje que se pueden generar.

1. Introducción

Esta propuesta didáctica tiene como finalidad constituirse en una oportunidad para que los actores involucrados en el proceso de aprendizaje, vivan experiencias que lleven a la solución de algunos problemas específicos en un ámbito determinado, lo que conlleva a la consolidación de conocimientos en las áreas involucradas, en este caso estadística, metrología y el uso de software no educativo, y su relación con diferentes métodos o técnicas desarrolladas en una temática concreta. En este orden de ideas, se detalla la aplicación considerada, qué en términos generales, consistió en hacer uso de técnicas de medición de pH en suelo. La muestra fue tomada aleatoriamente de una parcela de 100 m^2, luego de ser dividida en seis sub-parcelas, esto se llevó a cabo para hacer la prueba piloto y definir con ella el tamaño de la muestra. Con el tamaño de muestra calculado se procedió a la toma de muestras y la posterior medición de pH tanto en agua destilada como en cloruro de calcio. Con el registro de los datos se realizaron las diferentes pruebas para validar el proceso de medición, las cuales son: exactitud, precisión, robustez y estimación de la incertidumbre, componentes ellas del modelo para validar el método de medición, que a su vez son aplicaciones directas de conceptos propios de la estadística descriptiva. La puesta en marcha de este proyecto de aula permitió documentar la experiencia como una propuesta didáctica y su incidencia en el desarrollo de habilidades cognitivas y metacognitivas en el estudiante, considerándolo como un ser integral que se relaciona con otros y con su entorno.

2. Objetivo

Dinamizar a través del proyecto de aula los aspectos relacionados con el proceso de validación de un método de medición de pH en suelos.

3. Marco teórico

En los procesos de formación de índole académico centrados en el aprendizaje, juega un papel importante el diseño y la aplicación de propuestas didácticas que enfatizan el trabajo interdisciplinario. Las experiencias reportadas en esta línea (Denegri, 2005; López, 2012) fundamentan la reflexión docente y orientan los planteamientos para trabajar en el aula de clase, no pensando en la enseñanza, sino en el aprendizaje. Así, el conocimiento teórico y práctico de diferentes disciplinas, se puede dinamizar a través de experiencias en diferentes contextos, con el fin de reorientarla hacia nuevos ambientes que fortalezcan las rutas de aprendizaje de los conceptos científicos y su relación con otras áreas del conocimiento.

De esta manera, es necesario considerar las representaciones en la ciencia como un punto de partida para entender la construcción del conocimiento científico y sus aplicaciones. Así, las representaciones de cierto problema tomado de la realidad, pueden conformar diferentes caminos para promover y proyectar el hecho de aprender y aprender a hacer en contexto (Rodríguez, 2010). Dado lo anterior el trabajo se enfoca en presentar los resultados del proceso de validación de un método de medición, como producto de la puesta en marcha de un proyecto de aula que articula diversos campos del conocimiento.

4. Metodología y resultados

Se definió la propuesta didáctica como un proyecto de aula, se llevó a cabo en primer lugar la toma de datos para la prueba piloto, la cual arrojó un tamaño de 18 muestras, se procedió con las mediciones de acuerdo a las normas técnicas colombianas NTC 5596 método B y NTC 5596 método B. La primera medición fue usando agua destilada y la segunda cloruro de calcio. Se registraron datos medidos por dos operadores y dos repeticiones. La figura 1 esquematiza la metodología y el resultado final lo cual corresponde a la documentación del proceso de validación:

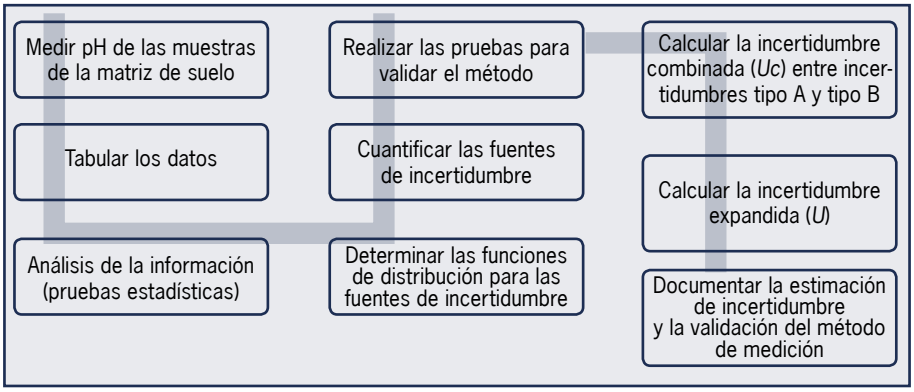


Figura 1. Esquema de la metodología y resultados del proyecto de aula

5. Conclusiones

Se logró identificar el nivel de confiabilidad de los resultados obtenidos en el proceso de medición de pH del suelo, lo cual es un insumo para la validación y normalización del método de medida en campo.

A partir de los resultados, se puede afirmar que relacionar los recursos, los procesos de aprendizaje en el marco de la propuesta didáctica, favorece la comprensión de los conceptos propios aquí considerados, con aplicaciones bien definidas en pro de la solución de problemas reales.

6. Referencias bibliográficas

Denegri Coria, M. (2005). Proyectos de aula interdisciplinarios y reprofesionalización de profesores: un modelo de capacitación. *Estudios Pedagógicos*, 31(1), 33-50.

López., E. (2012). Reflexiones sobre la interdisciplinariedad. Aprender para transformar, Revista científica-FAREM Estelí, 1(1), 69-70.

Rodríguez, M. G. (2010). El papel de la escuela y el docente en el contexto de los cambios devenidos de la praxis del binomio matemática-cotidianidad, *Revista iberoamericana de educación matemática,* 21, 113-124.

INCORPORACIÓN DE GEOGEBRA AL CURRÍCULO EN EL ÁMBITO DEL MODELO TPACK

John Jairo García Mora, Margarita Patiño Jaramillo
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
jhongarcia54@gmail.com, margaritapatino@itm.edu.co

Línea: Las TIC como fuente de innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales.

Palabras clave: TPACK, pedagogía, modelo, transmisión del conocimiento.

Resumen

Cuando se incorporan elementos GeoGebra en la trasmisión del conocimiento, el primer paso es responder a los cuestionamientos: ¿qué enseñar? ¿cómo enseñar? y ¿con qué enseñar?, es referirse al contenido, a la pedagogía y a la tecnología. Desde esta visión analizaremos cómo incorporar GeoGebra en nuestras clases bajo las premisas del modelo TPACK.

1. Introducción

A lo largo de la historia acerca de la transmisión del conocimiento, se ha discutido sobre el valor de los mediadores para adquirir todo tipo de saber, los sofistas griegos del siglo V a.C. le dieron importancia a la instrucción grupal sistémica y a los materiales y estrategias pedagógicas, haciendo a un lado la ciencia. La incorporación en nuestras clases de un mediador

como GeoGebra requiere de una planificación que permita convertir un diseño en un objeto de aprendizaje.

2. Objetivo

Con este trabajo se analiza un modelo de incorporación de las TIC en el aula para lograr en los estudiantes un aprendizaje efectivo. Para ello hemos empleado el modelo TCPK: el acrónimo de la expresión "Technological Pedagogical Content Knowledge".

Este modelo junto con los modelos EAAP actividades polifásicas (Cacheiro Gonzalez, 2011) con fundamento en los estilos de aprendizaje: activo, reflexivo, pragmático y activo) y el modelo SAMR (basado en la sustitución, la ampliación, la modificación y la redefinición de las tareas que se realizan en las aulas) permite que un docente se convierta en un diseñador de estrategias para lograr la calidad del aprendizaje de los estudiantes y es aquí donde, como docentes, podemos lograr aprendizajes relevantes desde todos los componentes de GeoGebra: el geométrico, el del cálculo simbólico, la tridimensionalidad de los objetos y el cálculo de probabilidades, entre otros.

3. Marco Teórico

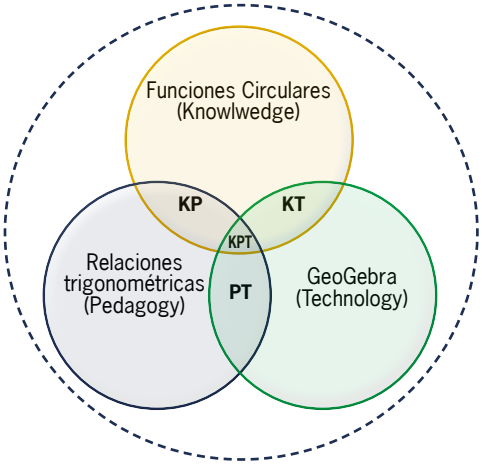
EL modelo TPACK desarrollado entre el 2006 y 2009 por los profesores Punya Mishra y Mattew J. Koehler, de la Universidad Estatal de Michigan, se describe como un modelo que identifica los tipos de conocimiento que un docente necesita dominar para integrar las TIC de una forma eficaz en la enseñanza que imparte puesto que se define como el Conocimiento Técnico Pedagógico del Contenido.

4. Metodología

La creación de un archivo *.ggb generado GeoGebra, puede convertirse en un objeto virtual de aprendizaje (OVA) que, aunque no exista una definición estandarizada para ese recurso, si podemos expresar que es un frente innovador en la educación en el campo de las aplicaciones TIC que

permite crear y mantener ambientes o entornos ricos para el aprendizaje de los estudiantes (Sangrá & González, 2004); este recurso innovador facilita un proceso autónomo y autorregulado por el estudiante en el que se logran desarrollar los conceptos básicos. El modelo TPCK se centra en la importancia del conocimiento (K-Knowledge) sobre el contenido(C-Content), la pedagogía (P-Pedagogy) y la tecnología (T-Technology), así como los conocimientos sobre las posibles interrelaciones entre ellos tal como se aprecia en la figura.

En ella hemos adaptado la enseñanza de las funciones circulares (el conocimiento), la pedagogía de las relaciones trigonométricas del triángulo rectángulo con el apoyo de un cuadrado giratorio (la tecnología). La intersección del conocimiento y la pedagogía permite dibujar un triángulo rectángulo dentro de un círculo sin necesidad de recurrir a GeoGebra, a partir de allí explicar las relaciones trigonométricas de ese triángulo. Con respecto a la intersección de la pedagogía y la tecnología que nos facilita GeoGebra el aprendizaje de los valores positivos o negativos de la funciones ubicando ese triángulo rectángulo en los diferentes cuadrantes dentro del circulo unitario. Para la intersección del conocimiento, la pedagogía y la tecnología se realiza a partir de un archivo denominado “cuadradogiratorio.ggb” que permite inducir a los estudiantes a plantear conjeturas acerca del movimiento de ese cuadrado.



Modelo TCPK y las funciones circulares

Fuente: Adaptación propia de tpck.org

5. Conclusiones

La incorporación de GeoGebra como herramienta digital en el currículo permite reunir en una sola aplicación los contenidos, la pedagogía y la tecnología que sólo un deslizador en este procesador geométrico permite.

Con este modelo hemos creado diferentes objetos virtuales de aprendizaje (OVA) en formato HTML5 donde podemos evidenciar las intersecciones entre el contenido y la pedagogía, entre la pedagogía y la tecnología, entre el contenido y la tecnología y por último, el reto para los docentes: hallar el equilibrio entre el contenido, la pedagogía y la tecnología.

6. Referencias bibliográficas

Cacheiro G, M. L. (2008). Recursos educativos TIC de información, colaboración y aprendizaje. Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación(39), 69-81.

Sangrá A. y González S, M. (2004). La transformación de las universidades a través de las TIC: discursos y prácticas, Barcelona: UOC.

EL SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN MATHEMA KIDS: UN CLUB JUVENIL DE GEOGEBRA QUE CUENTA HISTORIAS

Carlos Eduardo León Salinas
Universidad La Gran Colombia, Colombia
carlos.leon@ugc.edu.co

Palabras clave: GeoGebra, enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas y naturales, secundaria

Resumen

La siguiente experiencia está basada en la creación de un laboratorio tecnológico de matemáticas con estudiantes de sexto y séptimo de la institución Los Pinos y que tenga por objetivo la elaboración de metodologías de trabajo que fomenten el trabajo en equipo y la tolerancia a partir de una interpretación de fenómenos físicos cotidianos con el uso de las nuevas tecnologías, en especial, con el uso de software Geogebra y algunos sensores para tomar datos.

1. Introducción

Este proyecto de investigación tiene como objetivo el diseño de un club juvenil denominado "semillero de investigación Mathema Kids" en donde se busca la construcción social de conocimiento a través de la interacción de fenómenos físicos cotidianos y el uso del software GeoGebra. Se parte de la premisa, que las dinámicas sociales de los individuos frente a un fin común establecen unos espacios de diálogo que promueven la tolerancia,

el trabajo en equipo y la necesidad del conocimiento del otro para contrastar los propios. Este proyecto es auspiciado por la Universidad La Gran Colombia con estudiantes del barrio Los Laches en la ciudad de Bogotá.

2. Objetivo

El objetivo principal de esta propuesta apunta a que los estudiantes puedan hacer uso de las nuevas tecnologías para explicar su realidad a través de la argumentación científica y la construcción de conceptos físicos e ideas matemáticas. El consenso de argumentos que se puede establecer en este ambiente tecnológico se puede convertir en una propuesta para mejorar la convivencia entre los estudiantes, no solo del colegio sino para todo el barrio los Laches.

3. Marco Teórico

La idea inicial de esta propuesta define a la experimentación como una práctica generadora de otras prácticas que condicionan la construcción de conocimiento. La actividad fundamental de la experimentación consiste en comparar las propiedades de los modelos con las propiedades correspondientes al mundo real (Baird, 1996). Una metodología basada en esta apreciación hace necesario el diseño de laboratorios que establezcan secuencias para la comprobación de hipótesis. El laboratorio se puede interpretar como un escenario para la explicación científica y la argumentación critica de problemas. El laboratorio es una suma estructurada de actividades de modo que planeen la formulación de hipótesis y elaboración de tesis a través de la verificación experimental de la hipótesis formulada (Galetto, 2014). El trabajo de laboratorio tiene diferentes usos enmarcados de la siguiente manera (Hodson, 1994): Para motivar mediante la estimulación del interés y la diversión; Para intensificar, facilitar y propiciar la conceptualización de los elementos que conforman la teoría objeto de estudio; Para proporcionar una idea sobre el método científico y desarrollar habilidades en la planeación organización y desarrollo del trabajo investigativo en su utilización; Para desarrollar determinadas actitudes científicas como la consideración y valoración de las ideas y sugerencias de otras personas, la objetividad y la buena disposición para no emitir juicios apresurados.

4. Metodología y resultados

A través del colegio Los Pinos, la Universidad La Gran Colombia realizó una convocatoria en la cual se conformó un grupo de 12 niños con edades entre los 10 y los 12 años. Las reuniones se llevaron a cabo una vez por semana en un espacio de dos horas. Las sesiones se dividieron en dos tipos, una de experimentación fisica, donde los estudiantes tomaron sus datos y realizaron los experimentos propuestos y otras de trabajo con GeoGebra en donde ellos sistematizaron los datos obtenidos, los graficaron y los compararon con sus compañeros creando una comunidad de práctica en la cual se necesitan unos a otros para la confrontación de hipotesis y discusión de resultados. Inicialmente, con los estudiantes se realizó una introducción al uso del software GeoGebra, instrumento que no conocian y que representó una novedad en sus prácticas escolares. Se realizaron algunas actividades para el reconocimiento de herramientas, en este trabajo primó el componente autodidacta gracias a las facilidades que presenta el software en este sentido. Los estudiantes se motivaron con la construcción de figuras propias que podian compartir y comparar con sus compañeros a través del portal en donde se tienen la cuentas y el grupo que se conformó

5. Conclusiones

En esta fase inicial del proyecto se ha construido la idea de un club juvenil de GeoGebra, un escenario que responde a las necesidades sociales de convivencia y multiculturalidad presente en la comunidad educativa del barrio Los Laches y que propone a través de las matemáticas y la tecnología la ampliación del discurso escolar. Por lo cual los resultados del laboratorio se encaminan a procurar caracterizar cada uno de los comportamientos que se describen a partir de los fenómenos físicos y que se convierten en la base del concepto de función, idea fundamental en la estructura del cálculo. En el discurso escolar, se ha privilegiado la enseñanza de la función a un tratamiento analítico que dificulta mucho la interpretación que se le puede dar a la idea de funcionalidad, por esta razón el laboratorio tiene como resultado inicial ser un escenario que permite la contextualización de “lo funcional” y establecer un grado de importancia mayor en los comportamientos físicos y no en la representación algebraica de una función.

Por otro lado, el uso del software GeoGebra ofrece a los estudiantes la posibilidad de utilizar herramientas tecnológicas en su proceso de aprendizaje, con lo cual, este tipo de estudiantes presentan unas competencias tecnológicas que no los excluye del ámbito laboral en donde es usual el uso de estas herramientas. GeoGebra, los ayuda a visualizar los comportamientos, resultado de sus mediciones y con esto construir argumentos para realizar sus discusiones y llegar a consensos en cada uno de los grupos de trabajo conformados. Por esta razón, la tecnología juega un papel vital en este proyecto al permitir a los estudiantes comprobar sus conjeturas y las predicciones que la fase experimental determina. En la actualidad se trabaja en dos proyectos donde los estudiantes hacen del laboratorio una metodología de trabajo que privilegia la investigación en contexto y la conformación de una comunidad de práctica.

6. Referencias bibliográficas

Baird, D. (1996). *Experimentación: Una introduccion a la teoria de las mediciones y al diseño de experimentos*. México: Prentice Hall.

Galetto, M. y. (2014). *Saber Experimentar*. Bogotá: Magisterio.

Hodson, D. (1994). Hacia un enfoque más critico del trabajo de laboratorio. *Enseñanza de las ciencias*, 299-313.

USO DE GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA EL APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

Abigail Sarahi Trujillo Hernández, Jonathan Emmanuel Segura Flores
Universidad Nacional Autónoma de México. México.
sarah.trujilloh@gmail.com, segura.jonathan@hotmail.com

Línea: Experiencias de integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación secundaria, 16-18 años.

Palabras clave: ABP, proyectos, GeoGebra, ejemplo.

Resumen

Los avances tecnológicos nos demandan una educación que se adapte a los estilos de aprendizaje de cada alumno, y que se modernice para incluir nuevos métodos que preparen a los estudiantes para llegar a participar en una sociedad que se ha vuelto más exigente. El aprendizaje basado en proyectos, brinda la posibilidad para aplicar los conocimientos teóricos y al involucrar el uso de las TIC la experiencia de aprendizaje se potencializa para que los alumnos puedan apropiarse del conocimiento. En este trabajo se muestra la sinergia lograda al enlazar temas establecidos en el plan de estudios de matemáticas de nivel bachillerato con las energías renovables, mediante la construcción de un prototipo de horno solar. A través del cual se pudieron constatar los beneficios de involucrar a los estudiantes en temas de problemáticas sociales (como la crisis energética) y darles un panorama tangible de la aplicación de las matemáticas en su vida y el beneficio de utilizar las tic´s para llevar a cabo el diseño y construcción de modelos.

1. Introducción

Uno de los objetivos principales del proceso de aprendizaje es formar personas capaces de interpretar los fenómenos y los acontecimientos que ocurren a su alrededor. El aprendizaje basado en proyectos, proporciona una experiencia de aprendizaje que involucra al estudiante en un proyecto complejo y significativo, mediante el cual desarrolla integralmente sus capacidades, habilidades, actitudes y valores (Maldonado, 2008). Por su parte el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC´s) han contribuido al ejercicio de la enseñanza, gestionando, organizando y aplicando la información para poder construir el conocimiento. Dentro de las opciones que se encuentran en la red se ha seleccionado Geogebra como la herramienta que acompañe a los alumnos durante el curso de matemáticas de segundo año de bachillerato, el cual está enfocado a las áreas de geometría analítica y precálculo.

2. Objetivo

Utilizar Geogebra para diseñar y construir un prototipo de horno solar que cumpla con las características matemáticas de la parábola.

3. Marco teórico

Las propuestas de enseñanza / aprendizaje a través de proyectos se suelen articular sobre la base de investigaciones acerca de temáticas relevantes para el alumnado y el profesorado, de las cuales emanan interrogantes y problemas. Por razones económicas, ambientales y políticas, es necesario buscar fuentes alternativas de energía que sean a la vez económicas, abundantes, limpias y que preserven el equilibrio ecológico (Nandwani, 2005). La energía solar se puede convertir en energía calórica y eléctrica; en este trabajo se aprovechó dicha energía para poder calentar agua y demostrar la aplicación de la parábola y sus elementos geométricos.

4. Metodología y resultados

Para el desarrollo del proyecto se crearon equipos conformados por 4 estudiantes, la población total con la que se realizó el presente trabajo fue de 104 alumnos quienes cursaban el segundo año de bachillerato. El proyecto se llamó:"Y a ti, ¿Cómo te cae el sol?", a través del cual los alumnos investigaron y analizaron aspectos referentes a la coexistencia con el sol como nuestra fuente de vida. El producto final fue un horno solar basado en el estudio de la parábola como lugar geométrico y el cual fue realizado en su totalidad por los estudiantes.

En Geogebra los alumnos realizaron la parábola que utilizarían posteriormente como la base de la construcción (ilustración 1), los diseños obtenidos fueron impresos en planos para poder transferirlos a los moldes de cartón con los que fueron construidos los hornos (ilustración 2). El paraboloide se formó al ir uniendo las parábolas hechas en geogebra (ilustraciones 3 y 4), una vez armado el prototipo se colocó un termómetro en diferentes posiciones sobre el eje focal para poder analizar las hipótesis realizadas acerca del foco de la parábola como un "concentrador" de rayos solares (ilustración 5) (Gráfica 1).

Ilustración 1

Ilustración 2

Ilustración 3

Ilustración 4

Ilustración 5

Ilustración 6

5. Conclusiones

El uso de geogebra contribuyó a visualizar y posteriormente a construir el horno solar. En un principio los alumnos se concentraron en el estudio de la parábola, analizaron el estudio de sus elementos y la influencia que tendrían en su construcción. Cuando seleccionaron la parábola ideal, se dieron cuenta que el horno solar no solo tendría que involucrar la parábola como elemento principal si no que surgió la necesidad de crear la base, para este punto desarrollaron diferentes diseños, tomando en cuenta el material que tenían disponible, siendo la circunferencia el elemento geométrico más utilizado. La presentación de los prototipos se llevó a cabo en el patio del colegio, con ayuda de un termómetro digital, fueron probando como se incrementaba la temperatura a lo largo del eje focal, siendo más notorio en el foco.

Los alumnos trabajaron su horno con materiales como cartón, aluminio y pegamento blanco. Al analizar las temperaturas obtenidas se pudo observar su incremento el cuál coincidía con la ubicación física del foco; fue durante este análisis que los alumnos reflexionaron acerca de la selección de otros materiales como una manera de mejorar el horno, utilizando espejos en lugar del aluminio casero y realizar una tapa de vidrio, con los cuáles se obtengan mayores temperaturas. Estás mejoras surgieron de los propios alumnos, lo cual lleva a reafirmar que al trabajar el aprendizaje basado en proyectos, los jóvenes se adueñan de sus conocimientos y van investigando y haciendo hipótesis y conclusiones a medida que su curiosidad y ganas de mejorar aumenta. No se presentaron incidentes al trabajar en el horno ya que los alumnos mostraron actitud de respeto e interés por la materia de matemáticas. La totalidad de los estudiantes se sintieron satisfechos y sorprendidos de poder aplicar los temas vistos en el aula, en un proyecto que puede ayudar a cocinar en lugares donde no se cuenta con instalaciones de gas.

6. Referencias bibliográficas

Maldonado, M. (2008). Aprendizaje Basado en proyectos colaborativos. Una experiencia en educación superior. 3/agosto/2016, de REDALYC. Red de revistas científicas de América Latina, El Caribe, España y Portugal Sitio web: http://www.redalyc.org/pdf/761/76111716009.pdf

Nandwani, S. (2006). Energía solar. Conceptos básicos y su utilización. 7/09/2016, de Universidad Earth Sitio web: http://slideshowes.com/doc/1268596/32.-shyam-s.-nandwani—laboratorio-de-energ%C3%A-Da-solar—univ...

Sánchez, J. (2003). Integración curricular de las TIC, Concepto y Modelos. 10/Septiembre/2016, de Universidad de Chile Sitio web: http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/07/Sanchez_IntegracionCurricularTICs.pdf

DEMOSTRACIÓN DEL MÉTODO DE MÜLLER CON SCRIPTING Y SPREADSHEETS EN FRAMEWORK GEOGEBRA

Alexander Arias Londoño, Leonel Velásquez Torres, Luis Guillermo Zuleta González

Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia, Institución Educativa Normal Superior de Medellín, Colombia
profeitm@gmail.com, leonelvelasquez@itm.edu.co, luisgzo@gmail.com

Línea: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: GeoGebra, scripting, hoja de cálculo, framewor Geogebra, javascript

Resumen

El objetivo del artículo es mostrar el método de Müller para resolver ecuaciones polinómicas basado en scripting (guiones) en javascript, manejo de la hoja de cálculo de Geogebra y el sistema algebraico computacional (CAS). Toda esta integración conlleva a que se trabajen funciones avanzadas de programación y comunicación entre las diferentes componentes del framework Geogebra, en la cual se puede llevar a los usuarios a experiencias en manipulación de datos por medio de scripts y en la creación de métodos computacionales que aprovechan el CAS y la hoja de cálculo, esto conduce a Geogebra a un plano de análisis numérico que ayuda en los ambientes universitarios que tengan asignaturas relacionadas. También se hace un aporte en la creación de nuevas funciones para la evaluación de polinomios desde el "JavaScript Global" que se maneja en los objetos. El framework

de Geogebra ofrece una variedad de recursos que integran tecnologías de scripting y CAS que permiten mejorar la interacción con las matemáticas.

1. Introducción

La complejidad en la enseñanza de las matemáticas ha llevado a la construcción de una variedad de frameworks y tecnologías de aprendizaje interactivas. Geogebra tiene una variedad de recursos digitales que permite a los estudiantes universitarios afrontar problemas de situaciones reales, inventar y experimentar modelos utilizando una multitud de herramientas, entre ellas el scripting y CAS, estas permiten la formulación de ideas matemáticas cada vez más abstractas (Bu, Spector y Haciomeroglu, 2011). El framework de Geogebra es un modelo centrado en el aprendizaje y la instrucción (MCLI), en este trabajo se presenta la demostración del método de Müller para encontrar la raíz de una ecuación polinómica de cualquier orden.

2. Objetivo

Demostrar el teorema de Müller y los scripts para el desarrollo del modelo matemático y la interacción entre los diferentes paneles del framework de GeoGebra. Se utiliza la hoja de cálculo para el ingreso de los datos, en este caso los coeficientes del polinomio, el sistema CAS se utiliza para realizar cálculos, los scripts se utilizan para el modelado del algoritmo de Müller y se entregan los resultados en la hoja de cálculo, esta última facilita el análisis de los datos ya que se puede tener una mirada de los datos en forma matricial, también facilita la integración con otras herramientas al manejar la importación de archivos de datos en formato .txt, .csv o .dat (GeoGebra, 2016).

3. Marco Teórico

El método de Müller fue presentado por primera vez por el profesor de matemáticas y ciencias computacionales David E. Müller en 1956. El método de Müller es una generalización del método de la secante y en lugar de considerar una aproximación de una línea recta que pasa por dos puntos,

considera una parábola que pasa por tres puntos de la ecuación polinómica como se muestra en los puntos negros de la Figura 1, de allí se encuentra la raíz de la parábola y se itera con el nuevo valor encontrado que corta el eje x, hasta que el error descienda hasta una tolerancia especificada por el usuario (Muto, 1998).

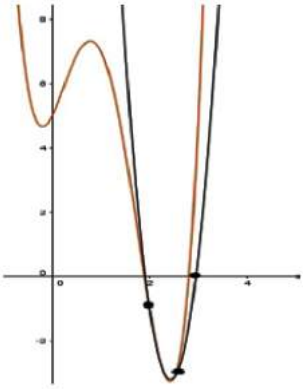


Figura 1. Aproximación de una parábola con tres puntos.

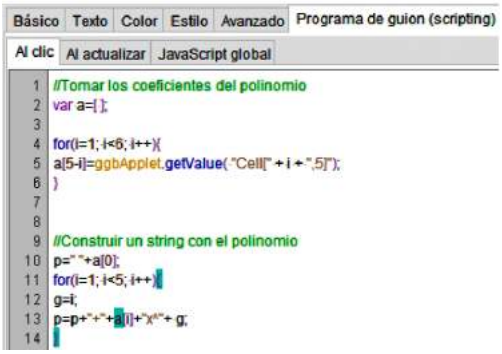


Figura 2. Scripting para Integración de CAS con Hoja de Cálculo.

4. Metodología y resultados

La metodología empleada consiste en primera instancia demostrar matemáticamente el método de Müller, el segundo paso fue el diseño del algoritmo, el tercer paso la implementación en el framework Geogebra por medio de scripting y los datos de entrada por la hoja de cálculo, los datos de entrada son los coeficientes del polinomio, y por último la salida de datos se da por medio de la hoja de cálculo donde se muestran las iteraciones en la cual se pueden realizar los análisis numéricos de los resultados. Un fragmento del guion en JavaScript se muestra en la Figura 2.

5. Conclusiones

El trabajo realizado se ha desarrollado en paralelo con la asignatura de análisis numérico del programa de Ingeniería de Sistemas y Métodos Numéricos de Ingeniería Financiera del ITM. Lo anterior implementa estrategias del

modelo MCLI y afianza el proceso de los métodos numéricos en Ingeniería por medio del modelo que facilita el aprendizaje (MFL) y el aprendizaje desde modelos computacionales, en este los estudiantes tratan de construir un modelo mental basado en el comportamiento de un determinado modelo con el que pueden experimentar y mejorar sus procesos de aprendizaje (de Jong, Wouter y van Joolingen, 2008).

6. Referencias bibliográficas

Lingguo Bu, J. Michael Spector, and Erhan Selcuk Haciomeroglu. (2011). Toward model-centered mathematics learning and instruction using Geogebra. A Theoretical Framework for Learning Mathematics with Understanding. Model-Centered Learning. ISBN: 978-94-6091-618-2. The Netherlands. Sense Publishers 2011.

GeoGebra. (2016). Hoja de Cálculo. Extraído el 28 de septiembre de 2016, de https://www.geogebra.org/manual/es/Hoja_de_C%C3%A1lculo.

Muto, V. (1998). Curso de Métodos Numéricos. Servicio Editorial Universidad del País Vasco.

Ton de Jong and Wouter R. van Joolingen. (2008). Model-Facilitated Learning. Handbook of research on educational communications and technology. Third Edition. University of Twente, Enschede, the Netherlands.

DISEÑO VECTORIAL DE LENTES GEOMÉTRICAS

Jairo Madrigal Argáez, Juan Carlos Molina García, Jorge Iván Usma Gutiérrez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
jairomadrigal@itm.edu.co, juanmolina@itm.edu.co, jorgeusma@itm.edu.co

Línea: Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC

Palabras clave: lentes esféricas, ley de snell, trazado de rayos, intersección de dos vectores.

Resumen

Este reporte expone la descripción vectorial del fenómeno de refracción de un rayo óptico, por efecto de una lente esférica sometida a la ley de Snell. La intersección del rayo incidente con la superficie de la lente es calculada por la interceptación de dos vectores geométricos. Uno representa al rayo incidente y el otro la tangente de la superficie de la lente en el punto de incidencia. En este proceso se establecen los parámetros vectoriales para la descripción del rayo incidente, rayo refractado y la lente, bajo el régimen de la ley de Snell. Los resultados tienen una buena correspondencia con la teoría de la óptica geométrica y presentan un panorama prometedor en aplicaciones que contienen sistemas ópticos complejos.

1. Introducción

En este trabajo se expone la descripción paramétrica de un vector y se establecen los criterios para la parametrización vectorial de los puntos

geométricos que describen una lente, del rayo de incidencia y la implementación de un modelo de cálculo para el rayo refractado condicionado por la ley de Snell en la superficie. Se presentan los modelos paramétricos de la lente y del rayo junto con la implementación de la ley de Snell en la superficie de una lente, para el cálculo del vector refractado.

2. Objetivo

Describir el modelo geométrico de una lente que permita darle un tratamiento vectorial a la interacción de un haz de luz incidente con la superficie de una lente y así mismo obtener una respuesta al vectorial para el haz refracctato que satisface la ley de Snell.

3. Marco teórico

Las superficies de las lentes son construidas por conjuntos de puntos que dan forma a la superficie esférica de la lente. Las coordenadas cartesianas de los puntos de los contornos son calculadas mediante las expresiones (Bruño, 1965)

$$x = h + R\cos(\theta) \qquad \theta \in [\prod - \alpha/2, \prod + \alpha/2] \quad \text{para } R < 0$$

$$y = k + R\,sen(\theta) \qquad \theta \in [-\alpha/2, \alpha/2] \qquad \text{para } R > 0$$

siendo R el radio de curvatura, (h, k) las coordenadas cartesianas del centro y α la pupila de la lente. Así la lente es parametrizada, además de la distancia de separación de los vértices y un índice de refracción asociado a esta región. Las convenciones de los signos utilizadas para la disposición geométrica de los radios de curvatura son los mismos utilizados en los libros de texto. (Zemansky, 2013).

El punto de intersección p_1, es calculado como la intersección de dos vectores (Mortenson, 1999)

$$p_1 = p_{v1} + kV_1 \text{ Vector incidente}$$
$$p_1 = p_{v1} + \delta V_2 \text{ Vector incidente}$$

Estos vectores *Vi*, para el rayo incidente y *Vs* para el vector superficie cada uno con un origen propio.

4. Metodología y resultados

Desde la óptica geometrica, cuando un haz de luz interactua con una frontera entre dos materiales de índices de refracción diferentes, n_1 y n_2, la trayectoria del haz de luz es desviada a un ángulo que puede ser calculado mediante ley de Snell (Zemansky, 2013):

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

Desde la geometria estos haces son interpretados como vectores geométricos, (Rescnick, 2002). definidos por pares de puntos. Igualmente la superficie de la lente tambien es descrita a través de segmentos de recta entre pares de puntos consecutivos. Una vez establecidos los vectores, el punto de interseccion es obtenido, haciendo posible calcular del vector refractado en correspondencia con la ley de Snell. La Figura 1 ilustra una lente de doble menisco el cual es cruzado por un grupo de haces de luz (vectores) que satisface la ley de Snell en la frontera de los dos materiales.

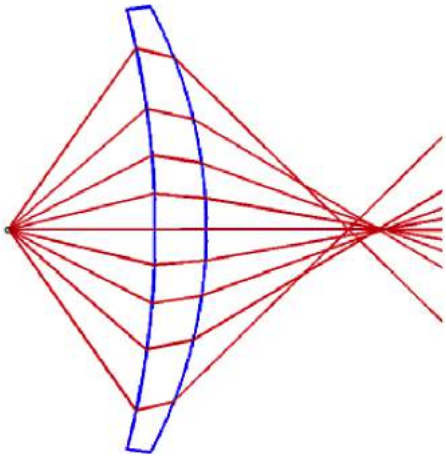


Figura 1. Cruce de rayos sobre una lente menisco con aberración esférica**.**

5. Conclusiones

Los aspectos resaltados en el presente trabajo, pueden ser implementados en software de simulación visto como medio de diseño de un recurso didáctico de uso práctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje en el estudio de los modelos de propagación de los rayos de luz en lentes delgadas; además, las ideas planteadas son útiles en la modelación de sistemas ópticos compuestos. De igual forma se cuenta con el estudio de situaciones asociadas a los sistemas ópticos del tipo de aberración esférica.

6. Referencias bibliográficas

Bruño, G.-M. (1965). *Geometria. Curso superior.* Medellín: Editorial Bruño.

Mortenson, M. (1999). *Mathematics for Computer Graphics Applications*. New York: Industrial press,Inc.

Rescnick, H. K. (2002). *Física.* México: Compañia Editorial Continental.

Zemansky, S. (2013). *Física universitaria, con física moderna*. Mexico: Pearson.

SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES MEDIANTE FREEFEM

Marly Alexandra Mendoza, María Camila Graciano, Omar Darío Gutiérrez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
marlymendoza213936@correo.itm.edu.co, mariagraciano213793@correo.itm.edu.co, omargutierrez@itm.edu.co

Línea: Simulación y modelamiento en el contexto de las Ciencias Exactas y Naturales para el trabajo de aula.

Palabras clave: freefem, software libre para ecuaciones diferenciales parciales

Resumen

El modelamiento y simulación de sistemas típicamente es abordado mediante software como Mathematica, Matlab o Comsol. Si bien estos se han consolidado como herramientas exitosas para el modelado en ciencia e ingeniería, a nivel universitario presentan restricciones en sus usos dada la naturaleza educativa de sus licencias. En este sentido, este trabajo presenta el software libre FreeFem, para el análisis de fenómenos gobernados por ecuaciones diferenciales parciales (EDOs), mostrando que FreeFem es una poderosa alternativa que el mundo del software libre le ofrece a la comunidad académica e industrial.

1. Introducción

Actualmente, las herramientas de modelamiento y simulación son un gran baluarte en la comprensión de fenómenos de importancia científica y tecnológica y en el desarrollo de nuevos dispositivos y/o sistemas. Estas necesidades, sumadas a los grandes desarrollos en potencia computacional han incrementado notablemente el modelado y simulación, siendo el método de elementos finitos (MEF), una metodología destacada en este campo. En este sentido, el uso de software libres que permitan implementar el MEF constituye un excelente aporte en la formación de los futuros profesionales en el área de las ciencias de la ingeniería.

2. Objetivo

Mostrar el potencial del software FreeFem en la modelación y simulación de sistemas descritos mediante ecuaciones diferenciales parciales.

3. Marco Teórico

En FreeFem la estrategia de solución de las EDOs sigue la secuencia típica de: (1) Definir la geometría o dominio geométrico, (2) establecer el mallado definiendo el tipo y número de elementos finitos, (3) ingresar la EDO con sus condiciones de borde y (4) resolver mediante elementos finitos el problema planteado. Para tal fin, los problemas se describen en la forma variacional, siendo necesario definir términos de tipo bilineal a(u,v), lineal l(f,v), y las condiciones de contorno; empleando la siguiente expresión general: problem P(u,v) = a(u,v)–l(f,v) + (condición de borde).

4. Metodología y resultados

En este caso se busca establecer el perfil de temperaturas en estado estacionario alcanzado por una placa metálica, considerando la ecuación de Laplace y las condiciones de borde Dirichlet indicadas en la figura 1a (Chapra, 2015). La figura 1b ilustra el código empleado para la simulación. En la figura 1c pueden verse la implementación del código en el entorno de Freefem y la simulación de la distribución de temperaturas alcanzada por la placa:

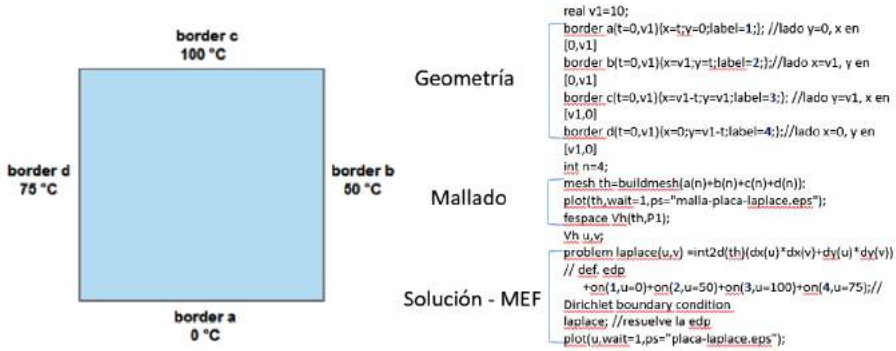


Figura 1. (a) Condiciones de borde, (b) Código para la solución numérica, (c) Implementación y solución obtenida.

5. Conclusiones

Freefem es una alternativa de software libre que ofrece la posibilidad de simular sistemas descritos por EDOs con un entorno accesible y un destacado desempeño numérico.

6. Referencias bibliográficas

Chapra, S.C. & Canale, R.P. (2015). Métodos numéricos para ingenieros. Ed. McGraw-Hill, Séptima edición., 756 p.

VINCULACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS EN EL DESARROLLO DE UN CURSO DE MATEMÁTICAS

José William Montes Ocampo
Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.
wizac@utp.edu.co

Línea: Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad.

Palabras clave: autonomía, recursos, colaboración, aprendizaje, apoyo.

Resumen

En los cursos de matemáticas 1 de la Universidad Tecnológica de Pereira; históricamente se ha presentado una problemática recurrente en los resultados académicos de los estudiantes, donde la aprobación de los cursos en mención cuenta con unos indicadores bajos, que conllevan a la repitencia de ellos y en los casos más críticos a la deserción en el proceso educativo. En correspondencia a esto, los profesores del departamento de matemáticas, en la búsqueda por solucionar estas necesidades, proponen iniciativas donde se transformen las prácticas educativas, para responder al contexto de la población atendida. Con el objetivo de mejorar el desempeño en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, se diseña y valida una propuesta educativa donde se vinculan recursos tecnológicos con intenciones educativas específicas, que acompañen el desarrollo del curso complementando las sesiones presenciales, así como también favorezcan la obtención de datos para la investigación en el área y puedan realizar los ajustes necesarios para obtener mejores resultados y avanzar en la

práctica educativa; con el fin de aportar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, fortaleciendo habilidades en el estudiante que le permitan tener mayor autonomía, investigar, colaborar y crear de forma colectiva e individual.

1. Introducción

La inclusión de las tecnologías en contextos educativos presenta cada vez más potencialidades y ventajas que favorecen algunas habilidades de los estudiantes para fortalecer y reforzar aprendizajes. *"La inclusión de la tecnología y la identificación de conexiones como actividades de aprendizaje, empieza a mover a las teorías de aprendizaje hacia la edad digital"*, (George Siemens, 2004). El aprendizaje colaborativo ofrece posibilidades interesantes en el proceso educativo, donde el estudiante realiza interacciones permanentemente en el ambiente formal e informal donde se moviliza y en los cuales aprende. Trascendiendo lo institucional, para la propuesta educativa en mención es necesario otorgarle el valor a las sesiones presenciales del curso pues las experiencias e interacciones que se generan en este espacio son únicas, significativas y muy importantes en el proceso de aprendizaje, donde la colaboración y las tecnologías estarán involucradas en las experiencias diseñadas, las cuales se expanden a los otros espacios no institucionales del estudiante, planteados en la propuesta.

Como punto de partida se identifican las necesidades de aprendizaje más relevantes en la población de los semestres en los cuales se valida la propuesta educativa. Después de un proceso de sistematización y de observación en los encuentros presenciales, se plantean las siguientes necesidades de aprendizaje: reprobación recurrente, estudiante pasivo, falta de vinculación de recursos tecnológicos, falencias en estrategias de estudio, falta de comprensión del lenguaje matemático, dificultades en la solución de problemas.

2. Objetivos

El objetivo principal de la propuesta, es ofrecer alternativas que posibiliten la integración de recursos tecnológicos en el contexto del estudiante con-

siderando el ambiente institucional y no institucional, para superar algunas de las necesidades de aprendizaje de la población, mejorando los índices de aprobación y fortaleciendo la construcción colectiva del conocimiento en diferentes entornos de aprendizaje, para el curso de matemáticas 1. Entre los objetivos específicos están: diseñar experiencias, aprendizaje colaborativo, diseño de contenidos, autonomía.

3. Marco Teórico

La propuesta educativa tiene como referentes teóricos, la teoría del conectivismo de George Siemmens y Sthephen Downes, en la cual se vincula el concepto de ecologías de aprendizaje, las cuales se refieren a todos los lugares colectivos donde nos movilizamos, interactuamos y aprendemos, sustentando cada vez más la poca diferenciación entre lo formal e informal en un proceso de aprendizaje, "En su corazón, el conectivismo es la tesis de que el conocimiento está distribuido a lo largo de una red de conexiones y por lo tanto el aprendizaje consiste en la habilidad de construir y atravesar esas redes". (Stephen Downes, 2004). Otro referente es el aprendizaje colaborativo de Begoña Gross, la cual plantea: "El aprendizaje colaborativo mediado por ordenador expresa dos ideas importantes. En primer lugar, la idea de aprender de forma colaborativa, con otros, en grupo. En este sentido, no se contempla al aprendiz como persona aislada sino en interacción con los demás. Se parte de la importancia por compartir objetivos y distribuir responsabilidades son formas deseables de aprendizaje. Además, enfatiza el papel del ordenador como elemento mediador que apoya este proceso. Se trata pues de aprender a colaborar y colaborar para aprender." (Gross Begoña, 2005). Para nuestro caso, esto está relacionado además con la vinculación de software, plataformas y dispositivos móviles que posibilitan la interacción en las sesiones presenciales y espacios no institucionales, creando comunidad de aprendizaje en torno a la construcción colectiva del conocimiento en los temas del curso de matemáticas 1.

4. Metodología

Se plantea el cómo lo vamos a realizar teniendo en cuenta las necesidades del contexto, del curso y los objetivos. Dicha metodología se definió en las siguientes fases:

Fase 1. Reconocimiento del contexto. El objetivo es efectuar una caracterización del grupo en cuanto al manejo que deben tener de las bases matemáticas y el nivel de acercamiento con las tecnologías. Para esta fase, se seleccionar recursos que permitieron gestionar e integrar datos y generar interacción, motivación, reto y aprendizaje en la solución de los cuestionarios. Ellos son: herramienta de evaluación Kahoot, formularios de Google Drive.

Fase 2. Comunicación y diseño de contenidos. En esta fase entre los objetivos se pretende generar un canal de comunicación más inmediato y apropiado para estar en constante interacción con los estudiantes. También se busca crear recursos y compartirlos a través de alguna plataforma educativa, para apoyar y complementar los temas trabajados en clase. Para realizarlo se utilizaron herramientas de comunicación y otras educativas, las cuales son: herramienta WhatsApp, plataforma educativa GoConqr, software GeoGebra.

5. Conclusiones

Aumento en los estudiantes del dominio en la escritura y el lenguaje matemático. Se evidencia en el curso un mayor interés, motivación, autonomía, responsabilidad en sus producciones y aportes al grupo, fortaleciendo el trabajo colaborativo teniendo como resultado final una mayor cantidad de estudiantes finalizando el curso satisfactoriamente. Puntualmente, en el primer semestre del 2016 de 25 estudiantes que finalizaron el curso aprobaron 18; en el segundo semestre de 2016 de 17 estudiantes que finalizaron el curso, aprobaron 12.

6. R eferencias bibliográficas

Siemens, George (2004). *Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital*. Consultado el 20 de marzo de 2016.

Gros, B. (2005). El aprendizaje colaborativo a través de la red: límites y posibilidades. Universidad de Barcelona. Disponible en http://ub.academia.edu/Bego%C3%B1aGros/Papers. Consultado el 15 de mayo de 2016.

ASPECTOS FUNDAMENTALES PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA PROYECTIVA EN CABRI 3D

Miguel Ángel Méndez Herrera
Universidad del Valle, Colombia
vitoeinstein@hotmail.com

Línea: Formación y Actualización docente, formación docente.

Palabras clave: cabri 3D, génesis instrumental, resolución de problemas.

Resumen

La construcción del conocimiento en la resolución de problemas es un proceso cognitivo de análisis para entender el problema, diseñar e implementar estrategias de solución y verificarlas; es un proceso donde se confronta el conocimiento adquirido con la realimentación dada por el arrastre del ambiente de geometría dinámica Cabri 3D que permite pensar de acuerdo a las reglas de las transformaciones perspectivas y las reglas de conformación de representaciones geométricas.

1. Introducción

El diseño es un conjunto de situaciones problema en donde se parte de información teórica, ya sea un teorema o axiomas que definen conceptos importantes dentro de la Geometría Proyectiva como lo son el concepto de plano, espacio tridimensional, haz de rectas, entre otros, necesarios como hipótesis en el desarrollo de las actividades.

2. Objetivo

Analizar los resultados de la utilización de Cabri 3D en relación a los conocimientos matemáticos de los estudiantes, así como las potencialidades y limitaciones de su uso en el aula.

3. Marco Teórico

Cabri 3D potencializa las representaciones en 3D por medio de la transformación perspectiva. A continuación, su definición:

Sean m y m' dos rectas distintas, y sea P un punto que no pertenezca a ninguna de las dos (figura 1), entonces cada punto de la recta m tiene la siguiente correspondencia con los puntos de la recta m': a un punto A $\in$ m le corresponde el punto A´ determinado por la intersección de la recta PA y la recta m'. Esta relación asegura una correspondencia biunívoca entre los puntos de la recta m y la recta m', llamada perspectiva, y se dice que los puntos de una recta son transformados en otros puntos de otra recta por medio de una transformación perspectiva con centro en P (Veblen & Young, 1938).

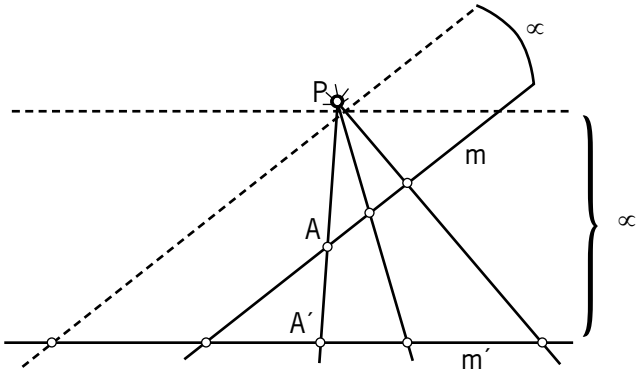


Figura 1: ejemplo de perspectiva.

En esta investigación se consideraron dos aspectos importantes para el análisis cognitivo, la transposición computacional que enmarca las dificultades del software para representar el objeto matemático y la génesis instrumental que determina el proceso desarrollado por los estudiantes en la construcción de nuevos conocimientos mediante el uso de artefactos.

La génesis instrumental tiene dos componentes, el primero de ellos, la instrumentalización, la cual está dirigida hacia el artefacto, es un proceso de adopción de esquemas de uso del artefacto; el segundo es la instrumentación que está dirigida hacia el tema de estudio, en donde el estudiante aplica los esquemas de uso, y resuelve un problema dado. Por último, se dice que el estudiante construye un instrumento a partir del artefacto al resolver un tipo de tarea.

4. Metodología y resultados

En la resolución de problemas de matemáticas es necesario que el estudiante cree heurísticas para resolver y formular preguntas, ya que es mediante la formulación de preguntas que él resuelve problemas o comprende conceptos matemáticos (Santos Trigo, 2008).

La actividad que a continuación se presenta contiene una serie de preguntas alusivas al concepto del espacio y se clasifica en el tipo I, en donde se le pide al estudiante que realice un constructo conservando ciertas propiedades del objeto matemático, y el arrastre sirve para la re-alimentación del estudiante (Laborde, 1998).

1.	Pregunta 1	La definición formal del espacio tridimensional en la geometría proyectiva es la siguiente: Sí *P*, *Q*, *R* y *T* son cuatro puntos no todos sobre el mismo plano, y si β es un plano que contiene a los puntos *Q*, *R* y *T*, la clase *S* de todos los puntos que pertenecen a las rectas que contienen a *P* y a cada uno de los puntos del plano β es denominada el espacio de tres dimensiones determinado por *P* y β. a) ¿Cómo representarías esta definición en Cabri 3D? ¿Qué entiendes por Clase *S*? ¿Cómo representarías la Clase *S* en Cabri 3D?
2.	Yesica:	La anterior construcción (figura 2) muestra un plano β que contiene a los puntos *Q*, *R* y *T*, y sea un punto *P* que no pertenece a este. Sea *PQ*, *PR* y *PT*. Entiendo por clase *S* como el lugar geométrico de todos los puntos de las rectas *PQ*, *PR* y *PT*, sin ignorar que los puntos *Q*, *R*, y *T* se pueden mover por el plano, igualmente *P* se mueve fuera de él, entonces formas infinitas líneas. La clase *S* se representa en Cabri 3D por medio de una construcción de un poliedro convexo, en este caso un tetraedro.

La estudiante Yesica representó sólo un sector del haz de rectas de la clase S que define el espacio según la definición y para ello utilizó la herramienta tetraedro, en sí es una aproximación porque Cabri 3D presenta limitaciones para representar la clase S (ver figura 2).

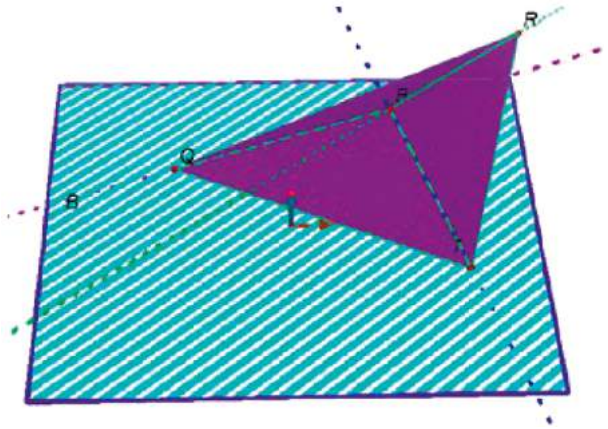


Figura 2: Representación de Yesica.

5. Conclusiones

Aprender a pensar implica usar el conocimiento propio eficientemente y comprender la estructura matemática de las transformaciones perspectivas, también comprender las reglas de conformación de representaciones geométricas en Cabri 3D.

Desde la perspectiva de la transposición computacional una limitación para representar el objeto matemático cuando se integra Cabri 3D es la imposibilidad de representar el espacio desde su definición en geometría proyectiva.

6. Referencias bibliográficas

Laborde, C. (1998). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment. In C. Mammana & V. Villani (Eds.). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (pp. 113-121). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Santos, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica*. México. Editorial Trillas.

Veblen, O., & Young, J. W. (1938). *Projective Geometry. Capítulos I, II y IV*. New York. Editorial Ginn and Company.

PRECISIÓN Y EXACTITUD. PROPUESTA INICIAL SOBRE EL ESTATUS DE LOS OBJETOS DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA

Sergio Rubio-Pizzorno, Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav), México
sergio.rubio@cinvestav.mx (www.zergiorubio.org), gmontiele@cinvestav.mx

Línea: Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación terciaria y Formación docente

Palabras clave: estatus de precisión y exactitud, geometría dinámica, GeoGebra, boceto, construcción particular o general.

Resumen

El estatus de precisión y exactitud de una construcción euclidiana, depende de seguir un procedimiento de construcción que se sustente en los aspectos teóricos de la geometría y que los instrumentos empleados para llevar a cabo el procedimiento, encarnen las herramientas teóricas declaradas en los elementos. Se ha reportado que las construcciones dinámicas cumplen con los dos requisitos y por lo tanto poseen ese estatus. Sin embargo, al reconocer que las construcciones dinámicas mantienen todas las propiedades de acuerdo a las cuales fueron generadas, es necesario poner atención en las herramientas de estos ambientes digitales. Por ejemplo, se puede seguir un mismo procedimiento de construcción utilizando herramientas distintas, con lo cual se podría obtener el mismo objeto geométrico, pero con comportamientos diferentes.

En este escrito estudiamos los procesos asociados al uso de distintas herramientas, lo cual nos permite reconocer, en principio, diferentes niveles de análisis de la tarea de construir un objeto dinámico, pudiendo obtener como resultado un boceto, una construcción particular o una construcción general, de las cuales sólo la última posee el estatus de precisión y exactitud aludido.

1. Introducción y objetivos

Cuando hacemos referencia al estatus de precisión y exactitud de una construcción euclidiana, este estatus es relativo a obtener un objeto geométrico declarado *a priori*, como resultado de un proceso de construcción. Imagine la tarea de construir un cuadrado con regla graduada y escuadra, para luego corroborar su estatus mediante la medición de los ángulos y los segmentos del cuadrilátero construido. Al medir se puede corroborar que los ángulos en realidad no son rectos, sino muy cercanos a serlo, lo cual implica que el dibujo no corresponde a un cuadrado sino a un rombo. Decimos entonces que el *proceso de construcción no fue preciso*, pues no resultó *exactamente un cuadrado*, sino un rombo.

Esta situación nos permite dilucidar que el estatus de exactitud y precisión es, en realidad, relativo al propósito de la tarea. En el ejemplo anterior, el objetivo es construir un cuadrado, pero el proceso llevado a cabo no contó con la suficiente precisión (por sustentar la construcción en aspectos perceptuales), lo cual condujo a una *construcción inexacta de un cuadrado*.

2. Marco teórico

En el caso de los ambientes de la geometría dinámica, se ha determinado su idoneidad para encarnar las herramientas teóricas de la geometría euclidiana (Rubio-Pizzorno y Montiel, 2016a), lo cual asegura que las construcciones dinámicas poseen este estatus de precisión y exactitud.

Sumado a lo anterior, Leung (2015) establece que “durante el arrastre, una figura mantiene todas las propiedades de acuerdo a las cuales fue construida y todas las consecuencias que conlleva la Geometría Euclidiana en el

proceso de construcción (p. 467)". En un ambiente de geometría dinámica, las propiedades de acuerdo a las cuales se construye el objeto, están subordinadas a la herramienta que se utilice en su construcción, pudiendo producir un mismo objeto con herramientas distintas.

3. Metodología

A continuación, se presenta la descripción del proceso de construcción de un cuadrado con diferentes herramientas que proporciona GeoGebra, luego la descripción de cada proceso de construcción y el objeto dinámico resultante:

Tabla 1: Herramientas GeoGebra, proceso y producto de construcción.

Herramienta: proceso	Resultado
Polígono: el objeto se va construyendo a medida que se crean los puntos (vértices) del polígono. La longitud queda determinada por la percepción del usuario al ubicar los vértices en el plano.	El objeto que resulta corresponde a un cuadrilátero, dado que no se puede asegurar por medio del proceso de construcción, que el objeto tenga efectivamente sus cuatro segmentos y ángulos congruentes.
Polígono regular: se crean dos puntos del polígono y luego el ambiente nos pide el número de lados, que para el propósito de construir un cuadrado, se ingresa el número cuatro.	El resultado de este proceso es con certeza un cuadrado, debido a que las cualidades de la herramienta están basadas en propiedades euclidianas.

Del análisis de la tabla 1 es posible determinar que las herramientas de GeoGebra ponen en juego distintas combinaciones de las propiedades de los objetos geométricos dinámicos, realzando más cierta característica por sobre otras. Por ejemplo, al emplear la herramienta polígono, el resultado no es exactamente un cuadrado, sino sólo se puede asegurar que es un cuadrilátero, ya que el proceso de construcción y la herramienta utilizada se respaldan principalmente en aspectos perceptuales.

4. Resultados

Para determinar el estatus de precisión y exactitud de un objeto geométrico dinámico, producto de un proceso de construcción con un propósito específico, se proponen los siguientes niveles de análisis que están fundamentados en la naturaleza de los objetos de la geometría dinámica: propiedades teóricas, gráfico-espaciales (perceptuales) y dinámicas (Rubio-Pizzorno y Montiel, 2016b):

- Análisis perceptual: al analizar el objeto a partir de su aspecto gráfico-espacial, sólo es posible decir que éste tiene el aspecto de cierta figura, sin poder aseverarlo. En este nivel se tendría un boceto (de cuadrado, por ejemplo).

- Análisis teórico: se analiza el objeto a partir de aspectos teóricos, como propiedades y teoremas, lo cual permite asegurar únicamente que el objeto podría corresponder a una construcción particular del objeto declarado como propósito. Esto ocurre, ya que en este nivel de análisis solo se estaría estudiando una representación estática del objeto, soslayando la posibilidad de escudriñar las propiedades dinámicas del mismo.

- Análisis dinámico: basado en la idea de buscar invariantes a través de aplicar ciertas transformaciones (Klein, 1985), se ponen en juego las propiedades dinámicas del objeto por medio de la prueba del arrastre, lo cual permite dilucidar si efectivamente es una construcción del objeto deseado, que en este caso lo denominamos construcción general, o por el contrario, representa simplemente un caso particular del objeto declarado como propósito de construcción.

4. Conclusiones y proyecciones

A partir de estos niveles de análisis de una construcción se puede obtener tres resultados distintos: boceto, en caso de no poder asegurar qué objeto es, sino solo a qué construcción dinámica se parece; construcción particular, cuando únicamente se puede asegurar que una representación

estática del objeto geométrico es una construcción; y construcción general, cuando se tiene certeza que el objeto es una construcción dinámica del objeto declarado como objetivo. Con lo cual se puede enunciar que el estatus de exactitud y precisión en un ambiente dinámico, es alcanzado únicamente por las construcciones generales, ya que cumplen a cabalidad con el propósito buscado.

Con base en este análisis y teniendo la certeza que las construcciones generales son poseedoras del estatus, podemos proponer ciertas situaciones a analizar en casos extremos, en base a los resultados propuestos en este escrito. Por ejemplo, (1) al construir un triángulo con la herramienta polígono, este objeto puede degenerar en un segmento con tres puntos (los vértices) colineales; (2) al tener un cuadrado homotético, este degenera en un punto cuando los cuatro vértices son concurrentes. ¿Podemos decir que estamos en presencia de una construcción general de triángulo o de cuadrado, respectivamente, o serían una construcción particular o ninguna?

5. Referencias bibliográficas

Klein, F. (1985). El Programa de Erlangen. Consideraciones comparativas sobre las Investigaciones geométricas modernas. *Revista Del Seminario de Enseñanza Y Titulación*. Laboratorio de Visualización Matemática, Facultad de Ciencias. UNAM: México. Recuperado de http://valle.fciencias.unam.mx/titulacion/4e.pdf

Leung, A. (2015). Discernment and Reasoning in Dynamic Geometry Environments. En S. J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 451–469). Springer International Publishing. doi: 10.1007/978-3-319-17187-6_26

Rubio-Pizzorno, S. y Montiel, G. (2016a, En Prensa). Construcciones Dinámicas. En F. J. Córdoba Gómez, J. C. Molina García, L. A. Ciro López (Eds.), *Avances en la integración de tecnologías para la innovación en educación. Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016*. Bogotá: Fondo Editorial Universidad La Gran Colombia.

Rubio-Pizzorno, S. y Montiel, G. (2016b, En Prensa). Naturaleza de los objetos de la geometría dinámica. En F. J. Córdoba Gómez, J. C. Molina García, L. A. Ciro López (Eds.), *Avances en la integración de tecnologías para la innovación en educación. Congreso Latinoamericano de GeoGebra 2016*. Bogotá: Fondo Editorial Universidad La Gran Colombia.

PROPUESTA DE UN AMBIENTE TECNOLÓGICO PARA PROMOVER EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS RELACIONADOS A FACTORIZACIÓN

Christian Morales Ontiveros, Erika Cedeño Badillo
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México
chris@umich.mx, cberika29@hotmail.com

Línea: Tecnologías emergentes en educación.

Palabras clave: álgebra, tecnología, ambientes de aprendizaje, factorización

Resumen

La factorización es uno de los temas fundamentales del álgebra donde se espera que el estudiante domine ciertos conceptos y sea capaz de manipularlos tal que de la generalización llegue a la abstracción o viceversa. Es por ello, que en el presente trabajo se muestra el diseño y desarrollo de una propuesta de software educativo dinámico que pretende apoyar al estudiante en la problemática que se le presenta al momento de factorizar una expresión matemática, abordando los conceptos básicos apoyados con objetos dinámicos a través del software.

1. Introducción

Existen varios trabajos de investigación que muestran ciertas dificultades en los estudiantes que cursan la materia de álgebra en el nivel medio superior y algunos de los primeros niveles de educación superior, particularmente

hablando del tema de la factorización (Serres Voisin, Yolanda, 2011). Esas dificultades implican varias cuestiones de fondo en la asimilación de conceptos, como pueden ser manipulación aritmética, interpretación del lenguaje simbólico, así como el memorizar reglas o fórmulas para resolver los problemas algebraicos que se les presentan y de las cuales muchas veces, terminan por no saber con exactitud cuál es la regla o fórmula que se debe de aplicar. Por otra parte, la tecnología ha evolucionado con una increíble rapidez en el mundo y es necesario buscar la forma de incorporarla en el salón de clase tal que permita a los profesores buscar alternativas de aprendizaje apoyados en la tecnología, como una alternativa para que los estudiantes comprendan los conceptos en donde tienen más dificultades de aprendizaje.

2. Objetivo

Favorecer el aprendizaje de la descomposición de expresiones algebraicas mediante objetos dinámicos a través del software en desarrollo, los cuales son tratados como superficies de áreas regulares, con el fin de que a partir de la manipulación de dichos objetos el estudiante modifique sus propios registros semióticos.

3. Marco Teórico

El uso de ambientes tecnológicos interactivos para el aprendizaje de las matemáticas ha mostrado que estos tienen potencial significativo para favorecer las habilidades asociadas a los conceptos matemáticos y a la construcción de procesos cognitivos en beneficio de los estudiantes. (Cortés, Núñez, 2007).

4. Metodología y resultados

El desarrollo de software educativo implica muchas variables a considerar, entre ellas el tener un equipo de desarrolladores, programadores, pedagogos, así como diseñadores de imágenes, con el fin de que el software sea amigable, flexible y robusto. En ese sentido, se requiere tener una metodología

básica para desarrollar software educativo efectivo. En el presente trabajo se utiliza como base la metodología sugerida por (Zavala J, C., Guerrero, L., Morales, C., Pedroza, L., (2014)), para el diseño de software educativo.

La presente propuesta de software educativo contempla las siguientes características entre otras:

- Objetos matemáticos rectangulares dinámicos.
- Asociación de área a cada objeto matemático y/o manipulación de tamaño.
- Lenguaje simbólico dependiente de la manipulación de los objetos matemáticos.
- Actividades que permitan reafirmar conceptos de manera gradual.

En la figura 1, se muestra una captura de pantalla de la propuesta del software, en la que se muestra el tipo de objetos matemáticos a manipular y con las cuales el estudiante interactúa para poder llevar a cabo la factorización de un polinomio.

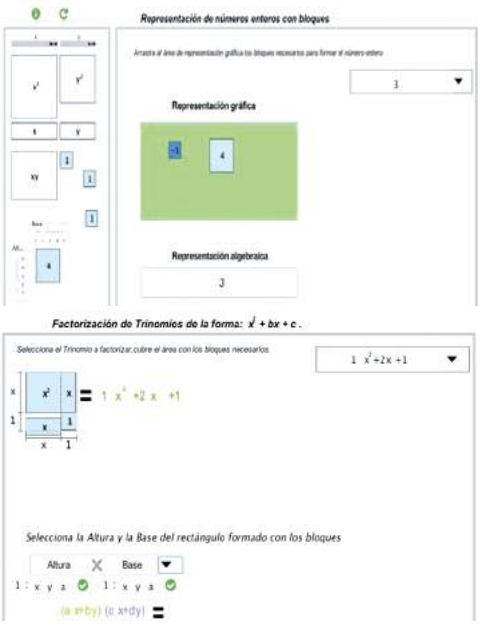


Figura 1. Actividad para la factorización de una expresión algebraica.

5. Conclusiones

Desde el punto de vista de la investigación, es el auge de la tecnología, por lo cual es importante desarrollar software educativo efectivo en diferentes plataformas, que les permitan a los estudiantes tener herramientas adicionales para su formación y asimilación del conocimiento. Por supuesto, este tipo de software debería ir acompañado de una serie de actividades adicionales para hacer que el estudiante reafirme ese conocimiento y tenga un mejor aprovechamiento. También es cierto, que el software requiere de tiempo para ir madurando en versiones estables y más efectivas, se requiere que constantemente se estén haciendo pruebas técnicas de robustez del software, en el caso particular de esta propuesta aún se está experimentando esa fase, con la idea de encontrar cuales son las partes del software que necesitan algún rediseño.

6. Referencias Bibliográficas

Cortés, C. y Núñez, E. (2007) Ambientes tecnológicos interactivos para el aprendizaje de las matemáticas. *Memorias del IX Congreso Nacional de Investigación Educativa.* México 2007.

Zavala, J.C., L, Guerrero., Morales, C., Pedroza, L., (2014). Aplicaciones tecnológicas para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática,* 39, 141-162.

Serres Voisin, Yolanda; (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación,* Enero-Junio, 122-142

EXPLORANDO MATEMÁTICA CON GEOGEBRA PROPUESTAS PARA EL AULA

Norma Susana Cotic
Instituto GeoGebra de Vicente López
Buenos Aires-Argentina
nscotic@mvl.edu.ar

Línea de trabajo: 1. Tema: GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Nivel Educativo: Formación Docente

Palabras clave: capacitación docente, GeoGebra, estrategias didácticas

Resumen

La capacitación de los docentes en actividad y de los futuros docentes de matemáticas han sido siempre foco de atención de la secretaría de educación de Vicente López en la provincia de Buenos Aires, que impulsa permanentemente acciones que potencian el desarrollo de competencias y habilidades en beneficio del proceso educativo. Es por eso que la actualización en el área, conocer y dominar programas dinámicos que sirvan de apoyo en las prácticas educativas con metodologías adecuadas que lleven a la innovación y optimización del trabajo en contexto, son los ejes sobre los que se fundamenta el proyecto: explorando matemáticas con GeoGebra, propuesto desde nuestro instituto.

En esta exposición se presentan los objetivos y características del mismo, el cual se encuentra en proceso de ejecución. Además se compartirán reflexiones y conclusiones de capacitadores y de docentes asistentes sobre sus experiencias de aula.

1. Introducción

Los docentes en general y de matemáticas en particular de los distintos niveles, se enfrentan en la actualidad al desafío de incorporar en sus clases nuevos recursos como el software dinámico GeoGebra, que no solo brinda una nueva forma de presentación de contenidos y procesos propios del área, sino que colabora con la aplicación de metodologías y estrategias didácticas diferentes que promueven la participación activa del sujeto que aprende.

Ante esta realidad es imprescindible promover la capacitación docente, focalizada en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas utilizando GeoGebra como recurso y a la luz de metodologías adecuadas que promuevan el desarrollo de habilidades tales como:

- la anticipación: que el alumno pueda establecer relaciones entre el problema y sus conocimientos previos
- la elaboración de conjeturas: que el alumno pueda proponer soluciones a la situación planteada utilizando lo conocido y probado.
- la exploración dinámica: que el alumno pueda investigar y descubrir.
- la validación o argumentación: que el alumno pueda **explicar, comunicar y** justificar lo producido.
- la institucionalización: que el alumno pueda consolidar los nuevos conocimientos e integrarlos a los que ya posee con la guía del docente.

Los entornos de aprendizaje ricos en tecnología tienen el potencial de hacer que los alumnos cambien sus actitudes porque les exigen que asuman mayor responsabilidad en su aprendizaje, que utilicen la investigación y también sus capacidades de colaboración (Pedró, 2011).

2. Objetivos del Proyecto

- Analizar colaborativamente enfoques de enseñanza para la incorporación efectiva de programas dinámicos en la clase de matemáticas.
- Desarrollar habilidades para el uso efectivo de GeoGebra en el aula.

- Reflexionar sobre los conocimientos y procesos que se pueden generar en el aula a partir de su incorporación.
- Incentivar la producción de materiales para el aula con GeoGebra y la adaptación de los existentes al contexto en que se utilizan.

3. Metodología de trabajo

- Se proponen 8 talleres presenciales mensuales para nivel primario y secundario.
- En cada taller se propone un tema específico, utilizando GeoGebra como recurso.
- Se entregan guías de actividades, video tutoriales, applets con secuencias de contenidos y procesos para fomentar la reflexión, con evaluación continua.
- Se mantiene la comunicación on line durante los tiempos intermedios entre talleres.

4. Conclusiones

Aunque todavía nos encontramos en proceso de ejecución del proyecto, hemos observado en los docentes capacitados un progreso significativo en la actitud positiva hacia la utilización de GeoGebra en el aula y en la creación de sus propios materiales adaptados al nivel de sus alumnos, para incentivarlos a explorar nuevas situaciones problemáticas.

Del trabajo colaborativo logrado con docentes del mismo nivel surgieron propuestas para el aula que se presentan en la exposición y que serían muy difíciles de explorar sin las herramientas que provee el software dinámico, como la generalización de la relación pitagórica para figuras irregulares o circulares, la visualización de problemas en 3D, las combinaciones de movimientos en el plano con deslizadores o con el comando secuencia (Abar y Cotic, 2014). Los docentes asistentes manifestaron su satisfacción sobre los logros obtenidos hasta el momento. Esperamos se acrecienten con nuevas producciones.

5. Referencias bibliográficas

Abar, C. y Cotic, N. (2014). GeoGebra en la Producción del Conocimiento Matemático. Buenos Aires: Editorial DUNKEN.

Pedró, F. (2011). *Tecnología y escuela: lo que funciona y por qué. XXVI Semana Monográfica de la Educación*. Fundación Santillana. Recuperado el 10 de junio de 2016 de http://www.fundacionsantillana.com/upload/ficheros/noticias/201111/documento_bsico.pdf

EXPERIENCIA DE FORMACIÓN DE PROFESORES CON GEOGEBRA. ANÁLISIS MEDIANTE LA "FOTO DE CLASE" DE STALLINGS[1]

Alexander Castrillón Yepes, Juan Esteban Palacio, Jhony Alexander Villa-Ochoa
Universidad de Antioquia, Colombia.
alexander.castrillony@udea.edu.co,juan.palacior@udea.edu.co, jhony.villa@udea.edu.co

Formación de profesores y educación superior.

Palabras clave: GeoGebra, foto de Stallings, formación de profesores.

Resumen

Este trabajo presenta los resultados de un análisis de las estrategias utilizadas y sobre el uso del tiempo efectivo en una sesión de un seminario orientado a la formación de profesores de matemáticas en tecnologías. Se utilizó la foto de Stallings como una metodología para atender a este propósito. Los resultados muestran que la exploración y la discusión son las dos estrategias más utilizadas por esta sesión; otras estrategias activas no estuvieron presentes.

[1] Agradecemos a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia por el apoyo financiero a través del Proyecto de innovaciones Didácticas "Metodología de la "foto de clase" en la formación en investigación de los futuros profesores de matemáticas

1. Introducción

La investigación acerca de la integración de tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha tenido diferentes desarrollos, enfoques, perspectivas y objetos de estudio. Uno de los aspectos que ha llamado la atención de los investigadores ha sido una formación de profesores que permita desarrollar un conocimiento (competencias) para el diseño e implementación de ambientes de aprendizajes en los que integre situaciones, recursos y contextos de tal forma que utilice al máximo las posibilidades que ofrecen los medios (Villa-Ochoa y Ruiz, 2010). En esta ponencia se analizará la implementación de una sesión de clase que hace parte de un seminario de formación de profesores de matemáticas en y para el uso de las tecnologías en su futuro desempeño profesional. El centro de atención estuvo en el tipo de estrategias utilizadas por el profesor del seminario para promover un conocimiento del software GeoGebra y su uso en la producción de conocimiento matemático.

2. Objetivos

Reconocer las estrategias utilizadas y el uso del tiempo efectivo en una sesión de un seminario orientado a la formación de profesores de matemáticas en el uso de tecnología.

Identificar las potencialidades y las limitaciones de las estrategias utilizadas para la formación de profesores en el uso de la tecnología.

3. Marco teórico y metodología

Para valorar el tipo de estrategias utilizadas en la clase se tuvo en cuenta la metodología de la "foto de clase" de Stallings. Dicha metodología se fundamenta en la observación, utilizada para medir el tiempo efectivo dedicado al aprendizaje por parte de docentes y estudiantes en el aula. Esta manera de sistematizar la observación de la clase proporciona, principalmente, información en cuanto al tipo de actividades que se realizan en ella, los materiales y estrategias utilizadas; asimismo, informa acerca de qué tanto están comprometidos los profesores y los estudiantes con

las actividades de clase (Sánchez, Ávila & Cervantes, 2011). La técnica se desarrolla mediante la codificación y descripción de lo observado en una ficha que consta de 16 criterios. Estos criterios se encuentran en las siguientes cuatro categorías, a saber, instrucción activa, actividades fuera de la tarea, instrucción pasiva, y actividades de organización y manejo.

La metodología ha sido utilizada en programas de formación en donde los docentes, quienes son observados, posteriormente conocen los resultados sobre la manera en que organizan el tiempo de clase. A través de esta metodología se provee información (materiales utilizados, actividades realizadas, estudiantes no involucrados, entre otras) que ha permitido a los maestros realizar modificaciones significativas en las maneras en que utilizan el tiempo (Texas A&M University, 2007). Es en este sentido, que la foto de Stallings fue usada en esta experiencia de formación de profesores con GeoGebra.

Para la sesión de clase se tuvo como objetivo la construcción de la tarea propuesta por Villa-Ochoa y Ruiz (2010) en la que se problematiza la relación entre la función tasa de variación y la función derivada en un tipo específico de funciones. Los estudiantes debían observar una imagen de los objetos matemáticos y proponer su construcción a través del GeoGebra. Posteriormente, explorar las relaciones entre las funciones y analizar matemáticamente ese comportamiento. En la ilustración 1 se muestra la tarea:

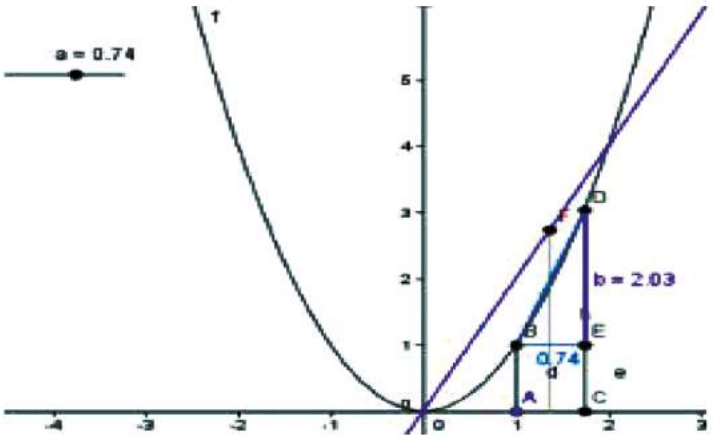


Ilustración 1.

4. Resultados y conclusiones

En nueve de las diez observaciones realizadas se presentaron estrategias de discusión, es decir, espacios en los cuales los estudiantes y el profesor dialogaban acerca de la pertinencia y uso de las herramientas del software, así como también de los usos que los estudiantes han inferido de estas herramientas a través de su exploración. Estas discusiones también estuvieron centradas en las maneras en que los futuros profesores hicieron la construcción y la naturaleza geométrica y analítica de las mismas. En los registros se observó que algunos estudiantes realizaron actividades que no estaban en coherencia con lo que se estaba trabajando en el momento; llamó la atención que, en cierta forma, el profesor no generó acciones para canalizar de nuevo la participación de los estudiantes en lo que se estaba realizando.

No se observaron prácticas de instrucción directa, es decir, actividades en las que el profesor estuviera ofreciendo orientaciones o demostraciones que ejemplifiquen el uso y aprovechamiento del software; en los momentos en los que aparecieron dudas e inquietudes de los estudiantes, el profesor no aportaba directamente una respuesta, sino que cuestionaba al estudiante o proponía una recomendación que le permitiera construir su propia respuesta. Aunque se promovió el trabajo y la discusión en grupo, no se observaron estrategias que permitieran a los futuros profesores sistematizar sus propias elaboraciones y generar un informe entregable al respecto.

5. Referencias bibliográficas

Villa-Ochoa, J. & Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional. Seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de nociones variacionales. *Educação Matemática Pesquisa*, *12* (3), 514-528.

Texas A &M University. (2007). Stallings Snapshot Observation Manual (pp. 1–19). College Station, Texas. College of Education. Center for Collaborative Learning Communities. Obtenido de https://www.google.com/search?q=stalling+snapshot&ie=utf-8&oe=utf-8

Sánchez, Ávila & Cervantes. (2011). *Observaciones en el salón de clase a partir del sistema de observación Stallings*. Secretaría de educación pública, México D.F.

EXPLORACIÓN DE LA FUNCIÓN POR TRAMOS USANDO EL PERIÓDICO Y GEOGEBRA

Ángela Katherine Trochez Tapia, Álvaro Javier Saa Vernaza
Universidad del Valle, Colombia
angelikate91@hotmail.com, saa_0401@hotmail.com

Línea: Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, nivel educativo Básica Secundaria

Palabras clave: GeoGebra, el periódico, función, teoría de situaciones didácticas (TSD), registros de representaciones semióticas.

Resumen

Esta investigación pretende contribuir con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función por tramos partiendo de sus diferentes registros de representación semiótica al integrar el periódico y GeoGebra al diseñar e implementar una secuencia didáctica.

1. Introducción

Esta investigación se enfoca en el diseño y la implementación de una secuencia de situaciones didácticas para el estudio de función por tramos, con la integración de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y el periódico como un recurso didáctico en el aula de clase. Se parte del hecho que el uso de las TIC es común en los adolescentes de hoy día, por lo cual integrarlas en una secuencia de situaciones didácticas

determina una alternativa de enseñanza para el estudio matemático de la función por tramos.

2. Objetivo

Caracterizar el estudio de la función por tramos en una secuencia didáctica que propicie el manejo de diferentes representaciones semióticas, al integrar recursos como GeoGebra y el periódico con estudiantes de grado noveno.

3. Marco Teórico

Se presentan algunos referentes teóricos que permiten diseñar una secuencia de situaciones didácticas planteadas en tres dimensiones. En la dimensión cognitiva se analiza los registros de representación semiótica, de Duval (1990), en los que se destacan, la formación que permite expresar una representación mental o describir un objeto matemático. Segundo, el tratamiento es una transformación interna de un registro; es decir, la trasformación de una representación en otra representación, pero en un mismo registro. Y por último la conversión es un cambio de registro de representación en relación con el mismo objeto matemático. En la dimensión matemática, las funciones se dan como un estudio de las matemáticas en aplicaciones directas de la vida real. Las funciones se constituyen como un saber para describir fenómenos, partiendo de contextos establecidos a partir de relaciones entre mundos que cambian, donde se pueden identificar las cantidades que permanecen invariantes y cuales cambian según la situación.

En esta dimensión didáctica, se presenta la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (2007), quien describe el aprendizaje por adaptación, el cual, a su vez, trata de la interacción entre un sujeto y un medio; por lo cual el docente guía al estudiante por medio de preguntas para que construya de manera apropiada el conocimiento. Por otra parte, se presenta el referente curricular, que se tendrá en cuenta al momento de saber qué propone el MEN (2006) en los grados de octavo y noveno para el estudio de función.

4. Metodología y resultados

Se toma como referente la micro-ingeniería de Artigue (1995) donde se distinguen en cuatro fases; análisis preliminares, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, experimentación y por último análisis a posteriori y validación. La investigación se implementó en el Colegio Bennett de Santiago de Cali durante el año lectivo 2012-2013. A continuación, se presentan los resultados de cada una de las situaciones. En la situación 1 se puede afirmar que el objetivo propuesto se vio desarrollado en los conocimientos nuevos que adquirieron los estudiantes, al llevarlos a identificar la relación entre un lenguaje verbal con las coordenadas cartesianas. En la situación 2 se puede concluir que algunos estudiantes interpretaron, reconocieron y validaron las relaciones que existen entre variables al identificar la dependencia de las variables en el cobro de una carrera. En la situación 3 los estudiantes determinan los intervalos de covariación en la función por tramos manipulando la representación gráfica que conduce a respuestas y revelando así la falta de articulación con las representaciones tabulares y algebraicas para determinar las respuestas.

5. Conclusiones

En la experimentación se evidenció el poco interés de los estudiantes en verificar sus resultados con otros tipos de registros, de manera que tratan de responder cada pregunta en el registro inicial dado. Los resultados obtenidos nos muestran, con satisfacción, que las nociones de intervalo, constante y variable se dan como interiorizadas por la mayoría de los estudiantes. Como caso contrario, se evidenció que a la hora de convertir de la representación gráfica a la algebraica presentaron dificultades. Aun así, es posible aprovechar la tecnología para fomentar en los estudiantes procesos de razón como la variación y el cambio entre variables. En el desarrollo de la secuencia didáctica, se aprecia que los estudiantes identificaron la función como cantidades que varían, al ver el cambio de las parejas ordenadas en la representación gráfica. La secuencia didáctica tuvo buena acogida por parte de los estudiantes al presentarse en un contexto reconocido y vivido por ellos, como lo es el cobro de la carrera de un taxi y las variables que influyen en esta. Por ello, es una buena alternativa para que los docentes

exploren diversas formas de diseñar y presentar situaciones, pues integrar GeoGebra como medio didáctico permite realizar acciones sobre la representación gráfica que ayuda a desarrollar el pensamiento variacional.

6. Referencias bibliográficas

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En R. Douady, L., Moreno., & P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-60). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana S.A de C.V.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de Situaciones Didácticas*. (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Trabajo original publicado en 1986)

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE TRAYECTORIAS DE CORTE CON GEOGEBRA, UN CASO PARADIGMÁTICO

Roberto Sánchez Pámanes, Ramiro Saldaña Acosta
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey Campus Laguna, México
rob.sanpam@hotmail.com, sramiro@itesm.mx

Línea de Trabajo: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias exactas y naturales.

Nivel Educativo: Pregrado.

Palabras clave: modelación matemática, ecuaciones paramétricas, contenedor autovolcable.

Resumen

El presente trabajo muestra un ejemplo de modelación matemática realística, en el cual, el uso de tecnología computacional con GeoGebra, resultó crucial para llegar al resultado correcto satisfaciendo ampliamente los requerimientos técnicos solicitados.

El problema específico consistió en la obtención de un modelo matemático exacto, mediante las ecuaciones paramétricas, para la trayectoria de corte de la ranura por donde se desplaza el eje de un contenedor autovolcable; el uso de GeoGebra, tanto de la ventana gráfica como de la opción simbólica, permitieron corroborar la forma exacta de la trayectoria, así como la simplificación considerable de los cálculos involucrados.

1. Introducción

Según el reporte final del proyecto Tuning para América Latina(2007), la modelación matemática y el uso de la tecnología y software son dos de las competencias más importantes a desarrollar en cualquier egresado de Ingeniería, dado que esto se ha mantenido vigente y se ha visto reflejado en la mayoría de los planes de estudio de las universidades, nos hemos visto en la necesidad de incorporar la modelación a las prácticas educativas que se realizan; en el presente trabajo se muestra una posibilidad de hacer que esta incorporación sea lo más natural y fructífera posible, ya que tomamos un problema de la realidad de la Industria y lo contextualizamos en el ámbito de lo académico.

2. Objetivo

Mostrar el uso de GeoGebra en la obtención del modelo matemático exacto para la trayectoria de corte de la ranura de un contenedor autovolcable (fig.1).

La exigencia de rigurosa exactitud del modelo se presenta debido a que el movimiento del contenedor, una vez liberado el seguro, se ve alterado por cualquier imperfección en la forma de la ranura aun cuando el corte en sí mismo sea de alta calidad; en lo académico, la oportunidad de aplicar el conocimiento a la solución de problemas reales, proporciona el ejemplo ideal para desarrollar la modelación con nuestros estudiantes.

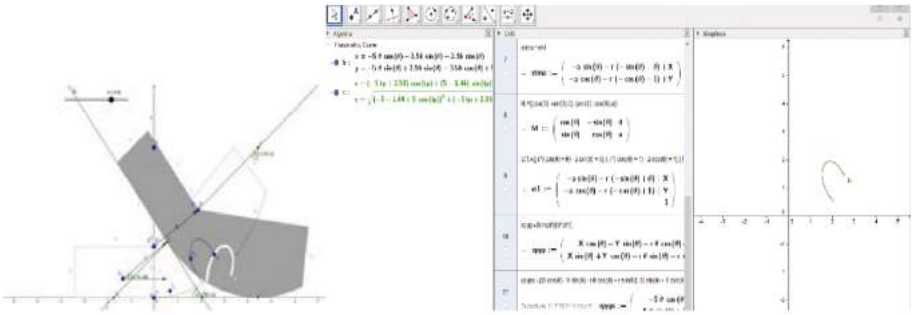
Figura 1: Contenedor autovolcante con sistema de giro por ranura que se encuentra en Industrial B&S de México.

3. Marco teórico

Considerando a la modelación matemática desde la perspectiva de Rodríguez (2016), quien reporta que "la incorporación de la tecnología en la actividad tenía como intención el buscar un mejor entendimiento al problema planteado y, a su vez la superación de las dificultades reportadas en las diferentes etapas del ciclo de modelación matemática, así como en los tránsitos entre ellas…", proponemos mostrar que la incorporación de GeoGebra, en su modalidad gráfica y simbólica, es una excelente herramienta que permite desarrollar la competencia de modelación matemática de problemas de la realidad.

4. Metodología y resultados

A partir del análisis físico del mecanismo rechazamos la posibilidad aproximativa mediante Splines y después de lograr un mejor entendimiento del movimiento del contenedor sobre el eje, se planteó la alternativa de obtener la solución exacta por medio de curvas de rodamiento y sus ecuaciones paramétricas, el análisis matemático de la situación permitió plantear un sistema de coordenadas polares móvil (Fig. 2), a partir del cual fue posible encontrar la ecuación en coordenadas polares y posteriormente pasarlo a las ecuaciones paramétricas, las cuales al ser graficadas en GeoGebra(Fig. 3) nos permitieron visualizar y comprender plenamente la justeza de los resultados.



Figuras 2 y 3. A la izquierda se muestra el sistema de coordenadas polares móvil para la obtención de las ecuaciones paramétricas y a la derecha el uso de CAS en GeoGebra con métodos matriciales.

5. Conclusión

Como conclusión del trabajo nos planteamos que en la vinculación, las problemáticas planteadas por los industriales a las universidades e instituciones de educación superior generan una base muy rica de nuevas situaciones retadoras que permiten dar sentido y realce a algunos procedimientos que incluso no aparecen de manera explícita en los planes de estudio de nuestras carreras, lo cual nos lleva a replantearnos diseños de aprendizaje aplicables en el aula tal y como proponen Arrieta y Díaz(2015), pero quizá, llegando a proponer cambios en el currículo en caso de ser necesario.

6. Referencias bibliográficas

Beneiton, P. et al. (2007). *Informe Final-Proyecto Tuning-América Latina 2004-2007*. España. Publicaciones de la Universidad de Deusto. P. 217.

Quiroz S., Rodríguez R. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19*(1), 99-124.

Díaz L., Arrieta J. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(1), 19-48.

ESTUDIO DE LA TASA DE VARIACIÓN PARA UNA APROXIMACIÓN A LA DERIVADA. UN EJEMPLO A TRAVÉS DEL USO DEL GEOGEBRA[1]

Jhony Alexander Villa-Ochoa, Jaime Andrés Carmona-Mesa; Jesús Victoria Flores Salazar

Universidad de Antioquia, Colombia; Universidad de Antioquia, Colombia; Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú
jhony.villa@udea.edu.co, jandres.carmona@udea.edu.co, jvflores@pucp.pe

Experiencia de aula a partir del trabajo con Geogebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Superior.

Palabras clave: tasa de variación, derivada, construcción de herramientas, imágenes mentales

Resumen

Se presentan los resultados de un estudio en el que se utilizaron dos herramientas construidas con GeoGebra para estudiar la tasa de variación como una manera de aproximarse a la derivada. Las herramientas construidas aportaron a la configuración de imágenes mentales acerca de los crecimientos y concavidades de las gráficas de funciones.

[1] Agradecemos a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia por el apoyo financiero a través del Proyecto de innovaciones Didácticas Acta No 22002301-04-2016.

1. Introducción

El estudio de la derivada, su comprensión, usos y aplicaciones ha llamado la atención de diversos investigadores. Buendía y Ordóñez (2009) señalan que es importante trascender la enseñanza enfocada en la manipulación de reglas y procedimientos; en lugar de ello, el centro de su estudio debe ponerse en el análisis de la variación; por su parte, Esteban y Llorens (2003) concentraron su atención en la creación de herramientas (e.g. haz de secantes, Zoom) para ofrecer una interpretación geométrica de la derivada como la pendiente de la recta tangente en un punto; para ello, promovieron la comprensión de la aproximación local. Si bien es cierto que desde el punto de vista matemático la pendiente a la recta tangente puede representarse de diversas maneras, también es cierto que desde el punto de vista didáctico, algunas de esas representaciones no se enfocan en los mismos aspectos y, por tanto su compresión también puede ser diversa. En este sentido hemos creado dos herramientas para aproximarse a la derivada (en un punto y como función) que ponen énfasis en la comprensión de la tasa de variación y a través de su representación geométrica algebraica y numérica.

2. Objetivo

Describir y analizar un conjunto de imágenes mentales que construyeron cuatro estudiantes de un curso de precálculo, cuando se enfrentaron al estudio de fenómenos de variación a través de las herramientas diseñadas.

3. Marco teórico

Las imágenes mentales las comprendemos en la manera en que se presentan por Carlson et al. (2003), es decir dinámico, que se origina en acciones corporales y movimientos de la atención, y como la fuente y el vehículo de operaciones mentales.

4. Metodología y resultados

El estudio se fundamentó en un estudio de casos (Yin, 2009) a través del cual se analizaron las imágenes mentales que dos parejas de estudiantes construyeron en relación con la tasa de variación y su relación con la derivada. Para el estudio, se diseñaron cuatro tareas, la primera consistió en estudiar la variación y la tasa de variación del área de un rectángulo inscrito de un cuadrado, esta tarea fue diseñada para hacer uso del software GeoGebra y de una herramienta construida para el estudio de la tasa de variación en un punto (ver ilustración 1). La segunda tarea consistió en estudiar la variación de desplazamiento de un móvil en relación con el tiempo, para ello se utilizó el software Modellus. En la tercera tarea se recuperó la experiencia de la primera en cuanto al estudio de la tasa de variación puntual y promovió, a través de un razonamiento inductivo, la construcción de la función "tasa de variación" y el establecimiento de relaciones con la función derivada (ver ilustración 2). La cuarta tarea consistió en el estudio de un video en el que se registró la descarga de un archivo web, la tasa de transferencia y el tiempo; a partir de allí se solicitó una descripción de la variación en el fenómeno. Los datos fueron recolectados a través de videos construidos con el software Camtasia, notas de campo y entrevistas. Para el análisis se prestó especial atención a todos aquellos datos que dieran cuenta de imágenes mentales construidas por las estudiantes, en contexto en que ellas emergieron y la manera en la que se manifestaban. Se realizó un proceso de triangulación de fuentes de datos.

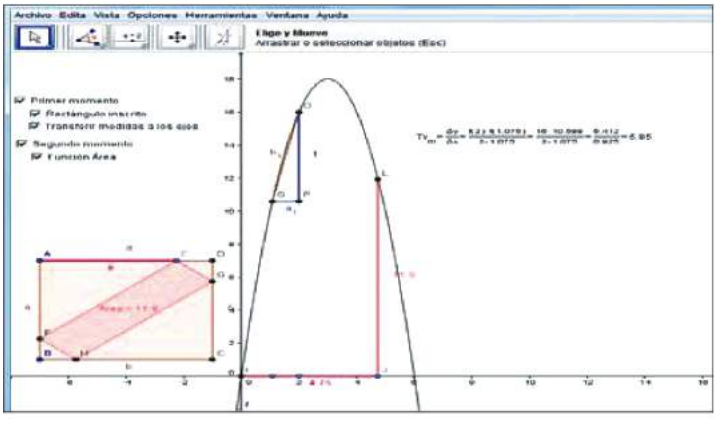


Ilustración 1. Ambiente de la herramienta para la tasa de variación en un punto

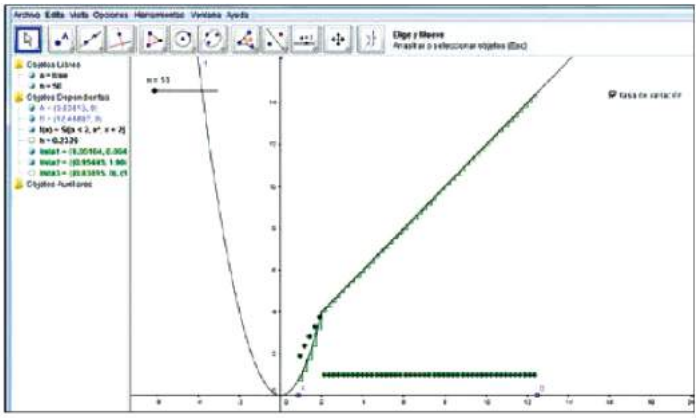


Ilustración 2. Ambiente de la herramienta para la función tasa de variación

5. Conclusiones

Las herramientas construidas se mostraron como elementos que promovieron una interpretación alternativa a la tasa de variación puesto que al usar simultáneamente representaciones geométricas, numéricas y cinemáticas las estudiantes pudieron hacerse una imagen directa del crecimiento de una variable con respecto al crecimiento de la otra. De esta manera, en esta investigación pudimos observar que dichas herramientas aportaron elementos para la interpretación dinámicas de las concavidades de gráficas cartesianas.

Los resultados del estudio también nos permitieron determinar que las naturalezas de las imágenes mentales asociadas a la covariación están fuertemente influenciadas por las experiencias con el software, las imágenes mentales previas acerca de la variación (e.g. la proporcionalidad directa) y por las reflexiones que emergieron en la discusión entre el profesor y las estudiantes.

6. Referencias bibliográficas

Buendía, G., & Ordoñez, A. (2009). El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista de investigación en Matemática Educativa, 12* (1), 7-28.

Carlson, M.; Jacobs, S.; Coe, E.; Larsen, S.; Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA, 8*(2), 121-156

Esteban, P. V., & Llorens, J. L. (2003). Aspectos comparativos en la extensión del modelo de Van Hiele al concepto de aproximación local. *Summa* (44), 45-52.

Yin, R. (2009). *Case study research, Design and methods*. Thounsand Oaks, California: Sage Publications, Inc.

DETERMINACIÓN DE LOS ESCINTORES DEL TRIÁNGULO Y SU RELACIÓN CON ALGUNOS PUNTOS NOTABLES

Hernán Darío Ortiz Álzate
Grupo ELIME CEID-ADIDA, Colombia
herdaror@hotmail.com

GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas
Educación secundaria

Palabras clave: puntos notables, escintores

Resumen

El concepto de escintor de un triángulo ha sido poco explorado como objeto de estudio en la geometría escolar, es por ello que, con un propósito divulgativo, se hace uso del procesador geométrico GeoGebra para visualizar la construcción sintética-dinámica de los escintores de un triángulo, establecer su relación con algunos puntos notables y validar las fórmulas obtenidas por el autor, las cuales permiten determinar las coordenadas de sus puntos extremos.

1. Introducción

Las potentes herramientas de visualización que brindan los procesadores geométricos en las construcciones dinámicas abren la posibilidad de hacer investigación en geometría, al permitir inferir propiedades de los objetos

geométricos y determinar su posterior validación. Es así como, partiendo de la construcción sintética-dinámica de los escintores del triángulo, establecer la relación de estos con algunos de los puntos notables y considerar relaciones geométricas y trigonométricas intrafigurales, se logra determinar las fórmulas de las coordenadas de sus puntos extremos, que una vez insertos en un procesador geométrico permite su visualización y la validación de sus propiedades.

2. Objetivo

Exponer las características y propiedades de los escintores de un triángulo, su relación con algunos puntos notables y divulgar las fórmulas que permiten la determinación de sus puntos extremos en términos de la longitud de los lados o de las coordenadas cartesianas de los vértices.

3. Marco teórico

El término escintor de un triángulo y su clasificación como vescintor, mescintor y escintriz (figura 1) son adoptados de los trabajos desarrollados, en el ámbito colombiano, por Therán y Falcón (2006) y Sánchez (2009), si bien, esta temática se registra a nivel internacional con los términos splitter, cleaver (cuyos conceptos se pueden rastrear en la literatura con Avishalom, 1963) y equalizer (cuyo término se registra con Kodokostas, 2010). Conceptualización que ha sido poco explorada como objeto de estudio en la geometría escolar, tanto por parte de la geometría sintética como de la geometría analítica, siendo este un concepto ausente en los textos guía usados por los docentes.

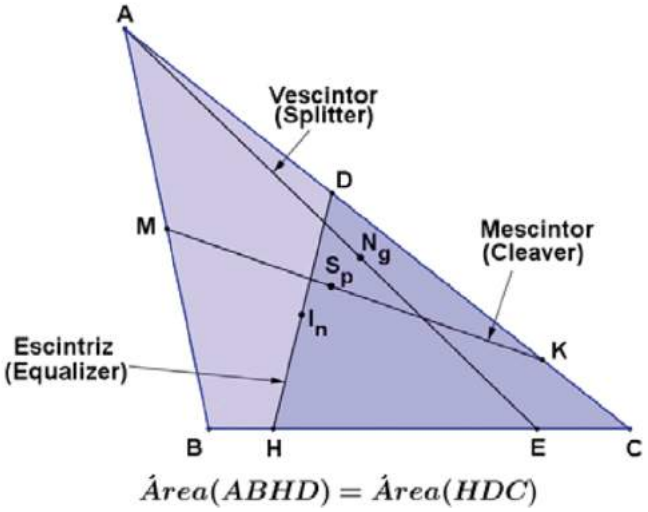


Figura 1. Clasificación de los escintores notables del triángulo y su relación con los puntos notables incentro (In), Spieker (Sp) y Nagel (Ng).

Fuente: Diseño del autor

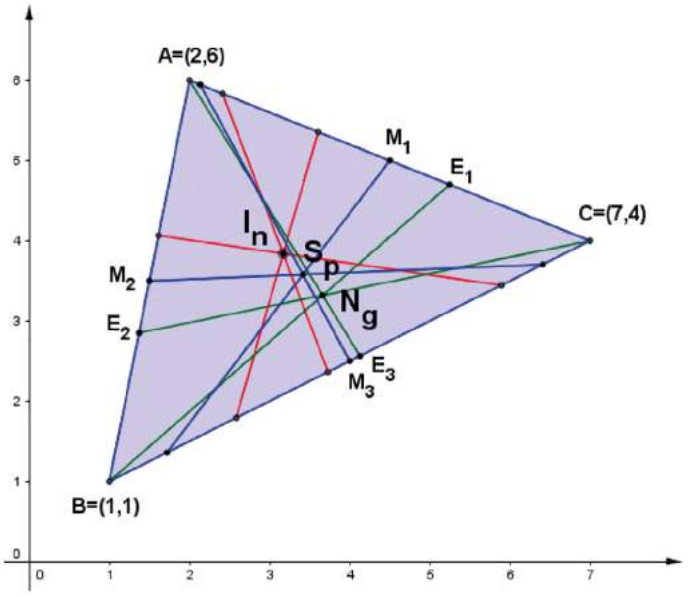


Figura 2. Ubicación de los escintores notables del triángulo en términos de las coordenadas cartesianas de los vértices.

Fuente: Diseño del autor

4. Metodología y resultados

Para la ubicación de las coordenadas de los puntos extremos de los escintores de un triángulo se hace uso de fórmulas algebraicas en términos de la longitud de sus lados (figura 1) o en términos de las coordenadas cartesianas de sus vértices (figura 2), las cuales han sido establecidas por el autor y que hacen parte de trabajo inédito, y que una vez insertas en el procesador geométrico GeoGebra permite explorar y visualizar sus propiedades, al igual que establecer su relación con algunos puntos notables.

5. Conclusión

Los procesadores geométricos son una potente herramienta para la investigación y desarrollo de conceptos que, como el de escintor, han sido poco explorados en la matemática escolar.

6. Referencias bibliográficas

Avishalom, Dov. (1963). The perimetric bisection of triangles. *Mathematics Magazine, 36*(1), 60–62.

Kodokostas, D. (2010). Triangle Equalizers. *Mathematics Magazine, 83*(2), 141-146.

Sánchez, A. (2009) Nuevos puntos y rectas notables de un triángulo. En: Memorias *VIII Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística*. Duitama.

Therán, E. y Fernando, D. (2006). Exploración *de algunos conceptos no convencionales del triángulo con Cabri.* En: *VIII Congreso colombiano de informática educativa*. Cali

DISEÑO DE RECURSOS PEDAGÓGICOS PARA EL ESTUDIO DE LA MULTIPLICACIÓN INTEGRANDO TIC EN GRADO TERCERO

Yesid Fernando Pérez Bernal, Mauricio Rodríguez Agüiño, Maritza Pedreros Puente

Universidad del Valle, Colombia.
yesid.perez@correounivalle.edu.co, mauricio.rodriguez@correounivalle.edu.co

Línea: Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación Matemática (NTICEM), Pregrado.

Palabras clave: recurso pedagógico, multiplicación, tecnología de la información y la comunicación (TIC), trayectoria hipotética de aprendizaje.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo presentar una propuesta de configuración de un recurso pedagógico que integre GeoGebra y proporcione diferentes acercamientos para la enseñanza de la multiplicación en grado tercero, tales como el modelo lineal, cardinal, combinatorio y de medida. Es así que, para diseñar las situaciones consideradas recursos pedagógicos, se tendrá en cuenta como marco teórico el enfoque instrumental, específicamente la orquestación instrumental y como enfoque metodológico, la trayectoria hipotética de aprendizaje, un constructo que admite diseñar actividades de aprendizaje que aporten a la comprensión del concepto de multiplicación en los estudiantes de la educación básica primaria.

1. Introducción

Durante el primer ciclo de la educación básica se plantea la enseñanza de las cuatro operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división), haciendo especial énfasis en la comprensión de dichas operaciones con números naturales. De acuerdo a distintas investigaciones, entre ellas, la expuesta por Ángel y Candamil (2013) quienes afirman que, la multiplicación es frecuentemente abordada por los profesores como suma reiterada, lo cual es válido para iniciar el trabajo de esta operación, sin embargo el problema de la enseñanza de la multiplicación radica en la complejidad conceptual y la necesidad de múltiples perspectivas y diferentes contextos para llegar a reconocer esta operación y avanzar en el reconocimiento de sus propiedades. Por esta razón, este trabajo se realiza con el objetivo de implementar una propuesta que integre GeoGebra y brinde nuevos recursos que proporcionen acercamientos para la enseñanza de la multiplicación.

2. Objetivo General

Configurar un recurso pedagógico que integre GeoGebra y proporcione diferentes acercamientos para la enseñanza de la multiplicación en grado tercero de la educación básica primaria.

Objetivos específicos:

- Fundamentar teóricamente el concepto de multiplicación teniendo en cuenta las diferentes perspectivas de este concepto.
- Indagar las dificultades, errores y obstáculos en la enseñanza de la multiplicación para ser tenidos en cuenta en el diseño de las actividades propuestas en el recurso pedagógico.
- Planificar el objetivo y diseño de cada una de las actividades propuesta en el recurso pedagógico.

3. Marco Teórico

Como marco general se consideran algunas reflexiones desde la didáctica de las matemáticas estudiando la influencia de los instrumentos en el aprendizaje de ellas. El concepto de recurso pedagógico permite aludir a diferentes estudios que se relacionan con este tema, sin embargo, en este trabajo se entenderá por recursos pedagógicos, según la perspectiva de Guin & Trouche (2007), como el conjunto de documentos, en los cuales los profesores disponen de situaciones matemáticas y de elementos para el aprovechamiento de sus clases, considerando la mediación de un artefacto en la actividad matemática.

Con relación al concepto matemático que se abordará, se tendrán en cuenta los distintos modelos expuestos por Castro, Rico y Castro (1999): modelos cardinales: se utiliza en el contexto cardinal la distribución de objetos en un esquema rectangular o la representación mediante producto cartesiano de dos conjuntos para representar uno o los dos factores; modelos combinatorios: otra forma de usar los diagramas lineales para representar un producto es mediante el diagrama de árbol; y los modelos con medida: las regletas proporcionan un modelo adecuado del número como longitud. Cada uno de estos modelos, va a permitir brindar diferentes aproximaciones para trabajar el concepto de multiplicación.

4. Referente metodológico y resultados

Para el diseño de los recursos pedagógicos se tendrá en cuenta como enfoque metodológico, la trayectoria hipotética de aprendizaje, un constructo que admite diseñar actividades de aprendizaje que conllevan a la comprensión del concepto de multiplicación en los estudiantes y que presenta tres componentes relacionados entre sí: la visión que el profesor tiene del objetivo del aprendizaje, la planificación del profesor y las hipótesis del profesor acerca del proceso de aprendizaje (Gómez, 2002). Para el diseño de los recursos se tendrá en cuenta estos componentes, pero como la investigación está en proceso todavía no se pueden dar resultados del análisis de contenido, cognitivo y de instrucción del tipo de actividad matemática que se pretende desarrollar.

5. Conclusiones

A pesar de que se han realizado diferentes propuestas relacionadas con la enseñanza de la multiplicación son pocos los trabajos que involucran el diseño, para grado tercero de recursos pedagógicos con TIC, de allí el interés de realizar este trabajo y poder proporcionar distintos acercamientos para la comprensión de este concepto.

6. Referencias

Ángel, K y Candamil, M (2013). *Una secuencia didáctica para fortalecer el concepto de multiplicación de números naturales en el grado segundo de la educación básica*. (Trabajo de grado para optar el título Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas), Universidad del Valle, Cali.

Castro, E., Rico, L., Castro, E. (1999). *Producto y división. Números y operaciones: fundamentos para una aritmética escolar*. (pp. 139-145). Madrid. Síntesis, S.A.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA, 7*(3), 251-292.

Guin, D., & Trouche, L. (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de resources pédagogiques. En M. Baron, D. Guin, & T. Luc, *Environnemnets, informatisés er ressources numériques pour lápprentissage. Conception et usages, regards croises* (p. 197-226). Paris: Lavoisier.

GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA POTENCIAR EL DESARROLLO DEL CONCEPTO-IMAGEN EN ESTUDIANTES DE CÁLCULO

Hebder Fonseca Guerrero
Corporación Universitaria Minuto de Dios Centro Regional Madrid, Colombia.
hebder.fonseca@uniminuto.edu.co, hfgsamm@gmail.com

Línea de trabajo: Experiencias de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Concepto de continuidad. Primer semestre de Universidad.

Palabras clave: cognición, concepto-imagen, límite, continuidad.

Resumen

A continuación se muestran los resultados obtenidos al introducir en clase la idea de Concepto-Imagen (Tall y Vinner,1981) en la que se plantea que es necesario hacer una distinción entre el concepto matemático formalmente conocido y el proceso cognitivo por el que se concibe [...]. de esta manera se introduce el concepto de esquema conceptual (concept image) el cual describe la estructura cognitiva completa que está asociada al concepto, con inclusión de todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados al mismo. Con el ánimo de buscar esta construcción se tomó un grupo focal de 15 estudiantes de cálculo y se trabajó el concepto de continuidad. Encontramos que GeoGebra facilita mucho la formación de imágenes mentales, permitiendo a los estudiantes fortalecer la apropiación del concepto, sin embargo es necesario profundizar en el manejo del

lenguaje técnico ya que se encontró que es un factor determinante en la formación del concepto imagen, como hallazgo también se evidenció que a mayor apropiación del concepto el individuo encuentra nuevos estímulos para continuar con su estudio.

1. Introducción

La educación matemática cambia cada mañana en el encuentro con los estudiantes, no necesariamente hay cambios en las estructuras políticas o incluso institucionales, pero si hay grandes cambios que ocurren, generalmente de manera anónima en las aulas. La literatura alrededor de experiencias matemáticas, de métodos y de nuevas formas de enseñar es a mí parecer una de las más amplias y variadas, siembre buscando dar respuesta a la pregunta de muchos docentes: ¿Cómo logro que mis estudiantes apropien el conocimiento? Y así se inicia el camino de cada docente por buscar métodos tecnologías y recursos, siempre se nos pide más, siempre habrá quien piense que no hacemos lo suficiente, pero esto no es inadecuado, estas opiniones no generan en los profesores de matemáticas incomodidad, nos gustan los problemas. En una sociedad en la que la mayoría busca alejarse de los problemas, a quienes estamos en este camino, nos gustan los problemas, a veces para resolverlos, otras veces simplemente para contemplarlos y regocijarnos viendo como otros de maneras muy elegantes los han resuelto. El problema central de esta propuesta es: ¿Cómo podríamos usando GeoGebra potenciar el desarrollo del concepto-imagen, en los estudiantes de primer año de universidad? Previamente, hay que revisar esa idea de concepto-imagen inicialmente definida como la estructura cognitiva asociada con un determinado concepto matemático que incluye todas las imágenes mentales, representaciones visuales, experiencias e impresiones, así como propiedades y procesos asociados a ese concepto, los primeros estudios en este sentido provienen de a Vinner[1], Tall y Dreyfus y sus trabajos acerca de “estructuras elaboradas” o “esquemas” según los científicos cognitivos.

[1] Vinner considera que las definiciones crean un problema en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, ya que representan el conflicto entre la estructura de las matemáticas según la conciben los matemáticos profesionales y los procesos cognitivos de la adquisición de los conceptos, de manera que el docente en el aula puede pensar que su tarea ha terminado, con la introducción de la definición formal, pero puede no haber claridad en el poder que tiene esta definición en el pensamiento matemático del estudiante.

2. Objetivo

Identificar estrategias que permitan a los estudiantes, la formación de diferentes conceptos de esquema conceptual matemático (concepto-imagen).

3. Marco teórico

En la actualidad existen múltiples estudios acerca del proceso mental que permite la aprensión de conceptos matemáticos. Los de mayor impacto vinculan al proceso componentes que antes no eran tenidos en cuenta, en ellos se muestra que la enseñanza multisensorial de las matemáticas (y en general de cualquier ciencia) genera mucho mejores resultados en los estudiantes, ya que les proporciona una comprensión más formal y amplia de los conceptos incluso de conceptos abstractos, (Orton 1990). No se puede esperar que los estudiantes aprendan a través de definiciones, siendo necesario utilizar ejemplos y contraejemplos para la definición de un concepto matemático. La vinculación de estos aspectos es formalizada en las teorías de Vinner y Tall, en las cuales se pone de manifiesto que adquirir el concepto significa realmente adquirir un proceso de construcción del mismo, que involucra muchos componentes, no solo el enunciado formal lingüístico. También es igual de valido formalizar desde lo geométrico y desde los procesos que lo transforman. Algunas propuestas pedagógicas, buscan la comprensión del concepto de continuidad desde lo formal, otras vinculan lo geométrico y algunas de ellas posturas formales, sin embargo el concepto estará formado por todos esos componentes. En la presente propuesta se han tenido en cuenta estos factores en la búsqueda del concepto-imagen de continuidad.

4. Metodología y resultados

Se trabajó con un grupo focal de 15 estudiantes y se realizó un comparativo con un grupo no expuesto a las concepciones del trabajo experimental, los resultados muestran que se requiere un mayor tiempo para formar concepto-imagen, pero también que se alcanza mucho mayor nivel conceptual cuando se incluyen más factores en la búsqueda de estos conceptos.

5. Conclusiones

Los textos muestran componentes muy importantes desde el punto de vista formal que ayudan en la formación de una idea cercana al concepto, pero no incluir otros componentes que puedan dinamizar estos conceptos da como resultado una limitada imagen de los mismos. Geogebra es usado como un estímulo y una sala de sistemas puede convertirse en un laboratorio de matemáticas, donde el alumno experimente, haga conjeturas, explore, se equivoque, aclare sus ideas, verifique sus aciertos, aprenda concepto-imagen, comprobando teoremas.

6. Referencias bibliográficas

Campillo, H (1998). La Noción de Continuidad desde la Óptica de los Niveles de van Hiele. *Revista Divulgaciones Matemáticas*, 69–80.

Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12*, 151-169.

Vinner, S. (1981). The Role of Definitions in Teaching and Learning of Mathematics, en Tall, D. (ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

MEDICIONES Y TRABAJO DE CAMPO

Adriana Guerrero Peña, Juan Carlos Molina García, Iliana Ramírez Velásquez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
adrianaguerrero@itm.edu.co; juanmolina@.itm.edu.co; ilianaramirez@itm.edu.co

Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación terciaria (pregrado)

Palabras clave: medición, trabajo de campo, estadística, estrategia de enseñanza

Resumen

La intención de este trabajo es mostrar una estrategia de enseñanza en la cual los estudiantes a partir del trabajo de campo adquieren los conocimientos necesarios y las habilidades entorno al área de estadística en contexto, así como la medición de una variable física en una matriz de suelo. El tratamiento de los datos obtenidos se aborda considerando los conceptos de estadística y los protocolos estandarizados de conductividad eléctrica del suelo, para reducir los errores sistemáticos en la medida. Así, el análisis de datos de una situación en particular brindará resultados que se pueden considerar como estrategia didáctica; es decir como un trabajo de campo para potenciar las habilidades en los estudiantes, ya que se articula la estadística con un problema o situación real.

1. Introducción

Una estrategia de aprendizaje del área de estadística, es el trabajo de campo, por desarrollarse de manera coherente y cronológica, de acuerdo al micro diseño curricular de la asignatura. Tal micro currículo está diseñado por competencias donde cada eje temático se concibe con el desarrollo de un estudio estadístico. El recorrido metodológico, va desde el diseño de variables por parte del estudiante, hasta realizar estimaciones y contrastar hipótesis en el estudio que se propone.

2. Objetivo

Aplicar una estrategia para el aprendizaje de la estadística basada en el trabajo de campo

3. Marco teórico

La importancia de la estadística y transversalidad que tiene en las otras áreas llevan a pensar en utilizar instrumentos para la enseñanza y el aprendizaje de la materia, el trabajo de campo es la herramienta que concatena el conocimiento y la aplicación. Para Anderson & Loynes (1987) la estadística está estrechamente ligada a las aplicaciones. Según Batanero & Díaz (2005) al trabajar en la clase de estadística con proyectos permite que tanto profesores como estudiantes contextualicen los contenidos del área con las demás áreas de conocimiento. Murray & Gal (2002) señalan que la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no sólo requiere conocimiento estadístico o matemático sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas y una postura crítica, los proyectos estadísticos aumentan la motivación de los estudiantes. (Batanero & Díaz, 2005). Así el trabajo de campo contextualiza la estadística y se hace más relevante (debido a que los datos surgen de un problema real).

4. Metodología y Resultados

Consiste en la formulación de una situación real donde el estudiante deba aplicar un trabajo de campo que contenga aplicaciones en investigación cuantitativa siguiendo el método científico ello durante el período académico.

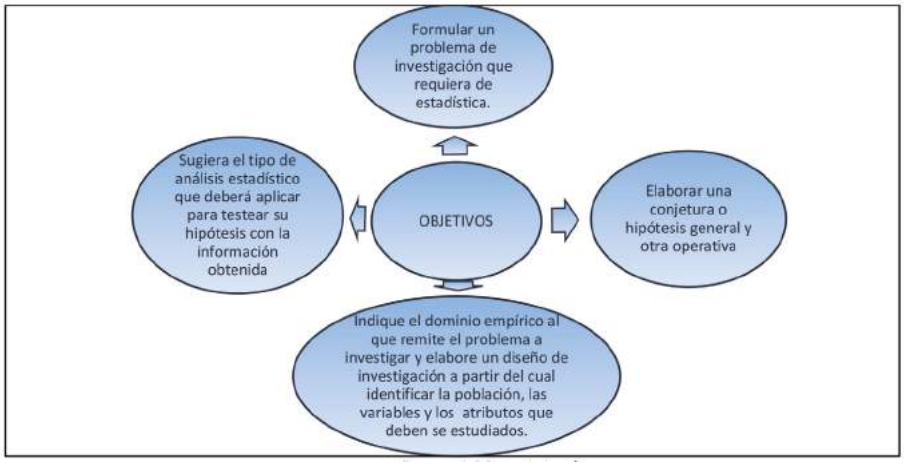


Figura 1. Metodología

5. Conclusiones

Producto de las experiencias de los estudiantes de la institución, con la estrategia "trabajo de campo insumo para el aprendizaje de la estadística", se tienen prácticas valiosas, que reposan en los archivos de investigación del grupo Da Vinci del ITM, con resultados sorprendentes, ganadores de ferias de ciencias. Esto es valioso para el estudiante y además para los semilleros de investigación y el programa de emprendimiento institucional. Las bases en investigación para los estudiantes, se realizan bajo la mirada de dos destacados del autor Hernández Sampieri et. Al. (2007), que le da una dinámica diferente a la investigación universitaria, con una marca de encanto por la investigación, al entregar conocimiento, interés, responsabilidad, creatividad y experiencias prácticas, al servicio de la metodología de la investigación. Después de múltiples evaluaciones realizadas a la propuesta, por la comunidad académica, se ha concluido:

La estrategia de trabajo de campo, es un modelo a seguir como proyecto de aula que genera aprendizajes significativos.

El concepto del docente con respecto al proceso de enseñanza y de aprendizaje del estudiante, ha cambiado. Así las cosas el discurso didáctico y pedagógico ya no es ajeno al docente de estadística.

La institución universitaria ITM le apunta a la calidad con retención efectiva, basada en estrategias pedagógicas y didácticas, en la dirección de inclusión planteada por el Ministerio de Educación Nacional.

6. Referencias bibliográficas

Anderson, C. W., & Loynes, R. M. (1987). *The teaching of practical statistics*. Nueva York: Wiley.

Batanero, C., & Díaz, C. (2005). *El Papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. I Congresso de Estatística e Investigacao Operacional da Galiza e Norte de Portugal.

Murray, S., & Gal, L. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. ICOTS 6-papers for school teachers).

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill Interamerican.

USO DE MATERIAL CONCRETO Y GEOGEBRA EN NIVEL BÁSICO PARA PRACTICAR LA MULTIPLICACIÓN

Gloria Leticia Flores Ramírez, Alejandra Lorena López Carrasco, Abigail Sarahi Trujillo Hernández.

Universidad TecMilenio, México. Universidad Pedagógica Nacional, México, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
glfr126@yahoo.com.mx, maestra_alejandra@yahoo.com.mx, sarah.trujilloh@gmail.com

Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Primaria (Segundo grado, 7-8 años).

Palabras clave: multiplicación, material concreto.

Resumen

Desde los niveles básicos hasta los jóvenes de 18 años, las matemáticas en las escuelas, siguen siendo una materia con altos índices de rezago, ya que conforme se va avanzando en la educación básica, si un concepto no es bien comprendido, entonces, provoca “agujeros” sobre los cuales se van añadiendo más conceptos, y como consecuencia, crea angustia y poco agrado entre los estudiantes. El presente trabajo se enfoca en mostrar una propuesta educativa que involucra el uso de material manipulativo y el software de GeoGebra para enseñar a los alumnos de nivel básico que tienen entre 7 y 8 años, el concepto y la aplicación de las multiplicaciones, evitando que este tema se vuelva solamente memorístico.

1. Introducción

¿Qué significa que el estudiante aprenda matemáticas?. Es un proceso donde el alumno recolecta información, descubre o crea relaciones, discute sus ideas, planea conjeturas y constantemente evalúa y contrasta resultados. El National Council of Teachers of Mathematics identificó cinco componentes que caracterizan el sentido numérico: significado del número, relaciones numéricas, tamaño de los números, operaciones con los números y referentes para los números y cantidades. (Maz-Machado, 2014) y es aquí donde se enfoca el presente documento ya que enfatiza las características de la multiplicación con referentes geométricos y de construcción.

2. Objetivo

Utilizar GeoGebra y materiales manipulativos, como las regletas de Cuisinarie, para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de las multiplicaciones.

3. Marco teórico

La teoría del aprendizaje significativo aborda cada uno de los elementos, factores y condiciones que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que se ofrece a los estudiantes, de tal modo que lo aprendido adquiera significado para ellos (Rodríguez, 2008). Por su parte los sistemas educativos han ido adaptándose a los cambios tecnológicos que se van presentando.Proponiendo la introducción de las TIC´S en el curriculo educativo, tal que los alumnos puedan ir formando sus competencias en las habilidades digitales. Es en este punto donde el programa de GeoGebra abre una gran posibilidad de visualizar e interactuar con la geometría ya que la interfaz permite que niños desde nivel básico realicen análisis e hipótesis que los ayudaran a reforzar su lógica matemática.

4. Metodología y resultados

Antes de dar a los alumnos la tarea de memorizar las tablas, se trabajó con ellos la interpretación de multiplicación, llevándolos a la reflexión del

significado de esta operación. Mediante el uso de las regletas los alumnos fueron formando multiplicaciones 2x2, 2x3, 2x4 y analizando propiedades como la conmutatividad (figura 1). Al preguntarles si era lo mismo 3x2 y 2x3 los alumnos de segundo año de primaria contestaban que el resultado era el mismo pero que las regletas que utilizaban para su demostración eran de colores diferentes. Posteriormente, aprovechando las regletas se le dio espacio a la explicación del área de una figura. Los alumnos fueron observando la relación que existe entre el ancho y largo del rectángulo, que al multiplicar estos dos valores obtendríamos la cantidad de regletas (tomando como base la unidad, que es la regleta blanca) que se encuentran dentro de la figura, con lo cual se abordó el tema de área (figura 2).

Figura 1.

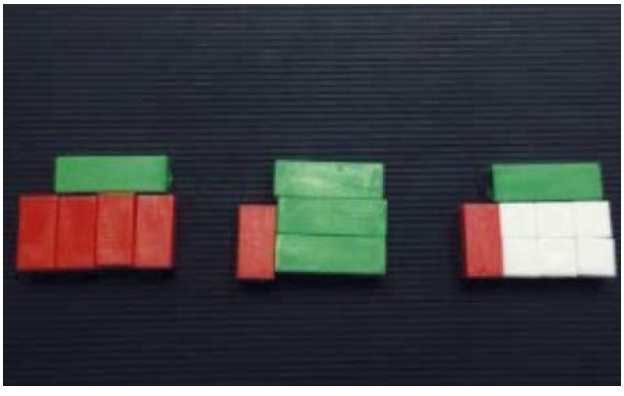


Figura 2.

Para trabajar el área de la figura, se utilizó el programa de GeoGebra, con la aplicación de geometría. Se les mostró a los alumnos la cuadrícula y se les pidió que pusieran puntos donde quisieran, para después formar figuras. Una vez se contó con el interés dentro de la actividad, se les hicieron preguntas relacionadas con las figuras geométricas que habían conocido en kínder y sus características. ¿Cuántos lados tiene un triángulo?

¿Cuántos lados tiene un cuadrado? ¿Cuántos puntos necesitaríamos para dibujar un triángulo? ¿Cuántos puntos se necesitarían para trazar un rectángulo? Los alumnos fueron construyendo sus figuras y fueron mostrando gran interés en las actividades propuestas. Para vincular el área y lo visto con las regletas, se les pidió que con las regletas de tres y de dos formarán un rectángulo y se les pidió que construyeran lo mismo en GeoGebra. En este punto los alumnos comprobaron que tenían la misma cantidad de "cuadritos" en el ipad que con sus regletas blancas "llenando" su rectángulo (figura 3).

Figura 3.

5. Conclusiones

Al evaluar el desempeño de alumnos de nivel bachillerato en el área de álgebra se pudo observar que su déficit en habilidades matemáticas, se debe a un mundo de dudas respecto de los conceptos básicos. A un grupo de alumnos de 16 años se les preguntó ¿qué representa 2x3? respondiendo

al unísono 6, estos alumnos sabían el resultado, pero no habían analizado que representaba; después de ver esta situación fue que se decidió darles a los alumnos de segundo grado de primaria (niños entre 7 y 8 años) una visión diferente del significado de las multiplicaciones. Los resultados fueron sorprendentes, ya que no solo podían asociar conceptos como cantidad y forma, si no que empezaron a adoptar definiciones de geometría como área, polígono, vértice ya que GeoGebra además de ayudarlos a visualizar las figuras les muestra el lenguaje propio de las matemáticas.

6. Referencias bibliográficas

Maz-Machado, A., & Adrián, C. (2014). *Uso de materiales didácticos y desarrollo del sentido numérico en primaria*. Universidad de Córdoba. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de http://funes.uniandes.edu.co/5351/1/Maz2014UsoInvestigaciones.pdf

Rodríguez, M. (2008). *Teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva*. Editorial Octaedro.

ROBÓTICA EDUCATIVA EN EL CONTEXTO DE ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Ingrid Durley Torres, Oscar Saavedra, Daniel Alejandro Rojas
Institución Universitaria Salazar y Herrera, Escuela de Ingeniería, Grupo de Investigación GEA.
Medellín, Colombia.
ingrid.torres@iush.edu.co, oscar.saavedra@salazaryherrera, danrojasu87@hotmail.com

Línea de trabajo educativo: Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales.

Palabras clave: robótica, ciencias básicas, lego mindstorm, teorema de Pitágoras, enseñanza, EV3.

Resumen

El presente artículo, se apoya en el enfoque pedagógico del aprendizaje activo y los aspectos tecnológicos de la robótica educativa, para la formulación de un modelo que permita la reestructuración y/o el desarrollo de material educativo en el ámbito de las ciencias básicas, persiguiendo alcanzar las mismas competencias cognitivas transmitidas bajo el modelo tradicionalmente usado, pero incorporando ahora elementos como los kits básicos Lego (LEGO, 2015), el trabajo colaborativo de los alumnos y la construcción y programación de su propio robot.

1. Introducción

La robótica es un medio altamente versátil y de esta riqueza proviene su valoración pedagógica; en desarrollos recientes se ha considerado desplegar diferentes investigaciones que exploran las nuevas aplicaciones de las teorías de Piaget del desarrollo cognitivo (Piaget, 1994), a fin de trasladarlas como herramienta de enseñanza en las aulas de clases (Jiménez et. al, 2009). Usar este tipo de artefactos concebidos como organismos artificiales, permite a los alumnos comprender conceptos teóricos complejos además de estimular el acercamiento personalizado, el estudio e investigación, la construcción e invención con los materiales y conceptos de las "ciencias" y "tecnologías" que convergen en ella.

2. Objetivo

Identificar una metodología que permita diseñar un software para la enseñanza del teorema de Pitágoras, a los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la IUSH, a través de la experimentación con un robot LEGO (LEGO, 2015).

3. Tabla de trabajos relacionados a la robótica educativa

Con el ánimo de otorgar una visión contextualizada de la experimentación de la robótica como estrategia pedagógica (LEGO Dacta, 2015), la siguiente tabla recopila los principales trabajos en este ámbito y con la cual podremos apreciar como la robótica se ha convertido en una parte fundamental para muchas áreas del conocimiento. Es por ello que la aplicación de la robótica en las matemáticas es de suma importancia para generar un mejoramiento de la enseñanza de las áreas que esta compone.

Tabla. 1. Trabajos relacionados

TÍTULO DEL TRABAJO	DOMINIO	DESCRIPCIÓN
Robótica educativa.	Hidráulica.	Por medio de la creación de un robot se analizarán diversos conceptos de la hidráulica.
Programación y robótica.	Matemáticas, programación y robótica.	Desarrollo del pensamiento matemático como soporte a la robótica.
Robótica pedagógica.	Robótica y pedagogía.	Utilización de herramientas robóticas para la creación de micro-mundos para facilitar la enseñanza.

4. Metodología

La primera etapa del proceso preliminar, definió una encuesta, la cual buscaba registrar el grado de dificultad de los principales conceptos abordados en las clases de ciencias básicas, dicha encuesta, fue socializada y diligencia por los estudiantes del primer semestre del programa en mención.

La muestra (n=94) a quienes se les aplicó la encuesta diseñada por el grupo de investigadores, permitió definir el grado de dificultad de los principales conceptos impartidos en el currículo de las clases de ciencias básicas, en donde se le asignaban valores numéricos a cada tema dependiendo de su complejidad. Esta encuesta dio como resultado que todos los temas referentes a la teoría de triángulos presenta cierta dificultad, por lo cual se comenzará con el teorema básico y uno de los principales de la teoría de triángulos, el cual es el teorema de Pitágoras.

5. Conclusiones

Las encuestas pudieron dar a conocer las falencias en los diversos temas de las ciencias básicas, clasificando los conceptos según ranking de complejidad. El desarrollo reportado, permite registrar la viabilidad de implementar la robótica como medio de experimentación para enseñar algunos conceptos del campo de las ciencias básicas.

Como trabajo futuro se espera evaluar y comparar los resultados de aprendizaje reportados por los estudiantes, además de extender la experimentación con la inclusión de otros conceptos.

La utilización del robot lego EV3 como parte de la enseñanza aporta una nueva herramienta para que el estudiante entienda más el tema y no sólo el teorema de Pitágoras si no todos los temas que este conlleva. Es por ello que la utilización el lego EV3 ayudará al entendimiento de varios temas de las ciencias básicas.

6. Referencias bibliográficas

Jiménez, J., Ovalle D. y Ramírez, J. (2009). *Robótica Educativa. Estrategias Activas de Ingeniería*. Medellín: Universidad Nacional.

LEGO CyberMaster. CyberMaster. Recuperado el 8 de septiembre de 2015 de http://lego.wikia.com/wiki/CyberMaster.

LEGO Dacta. LEGO Education. Recuperado el 8 de septiembre de 2015 de http://education.lego.com/es-ar/ (último acceso: 08 de 09 de 2015).

Piaget, J. (1994). JEAN PIAGET. *Revista Trimestral de Educación Comparada, XXIV*. UNESCO: Oficina Internacional de Educación).

PROPUESTA DE UN MODELO PARA EL APRENDIZAJE AUTORREGULADO

Iliana María Ramírez Velásquez, Adriana Guerrero
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
ilianaramirez@itm.edu.co , adrianaguerrero@itm.edu.co

Línea de trabajo: Simulación y modelamiento en el contexto de las Ciencias Exactas y Naturales para el trabajo de aula. Nivel educativo: Educación terciaria pregrado.

Palabras clave: aprendizaje autorregulado, aprendizaje, educación.

Resumen

En este trabajo se presenta una experiencia en el aula de clase diseñada para fortalecer las acciones autorreguladoras del aprendizaje en estudiantes universitarios. El desarrollo de la propuesta se enmarca en un curso específico, en donde el docente a través del desarrollo curricular, enfoca las actividades acompañadas de preguntas direccionadas hacia las dimensiones contempladas en el concepto de autorregulación de aprendizaje con mira a la autonomía académica. El empleo contínuo de esta estrategia permitió observar cambios de aptitud y motivación frente a las actividades en el contexto del trabajo independiente.

1. Introducción

El aprendizaje autorregulado requiere de la interacción entre la autoeficacia percibida, el monitoreo y el control de las acciones que conducen al

aprendizaje: tales como establecimiento de metas en un tiempo límite, uso de estrategias acordes con la temática, actividades y tareas a realizar sin dejar de lado el estilo personal y la reflexión crítica del individuo frente al conocimiento que adquiere con miras a su utilización. El interés del presente trabajo se establece en potenciar los procesos de aprendizaje en el marco de la educación superior y debido a la relevancia que ha tomado la autonomía de los estudiantes, se considera importante presentar experiencias llevadas al aula de clase como ruta para fortalecer elementos que conducen a la autorregulación del aprendizaje. Estos elementos, de acuerdo a Martín & Moreno (2007) son: la persona que aprende, el contenido o la tarea a realizar, las estrategias a utilizar, la regulación y el control del proceso de aprendizaje y la autoconciencia emocional. Cada elemento va acompañado de una serie de preguntas que invitan a la reflexión y a la supervisión del proceso de aprendizaje en el contexto de una temática específica para ser llevada en el aula.

2. Objetivo

Activar en el desarrollo curricular de un curso universitario a través de la reflexión de los elementos centrales en el proceso de autorregulación.

3. Marco teórico

Las personas construyen conocimiento a partir de sus experiencias, saberes y reflexión en una era donde se cuenta con la tecnología y las comunicaciones para almacenar y compartir información; de allí la importancia de tener la capacidad de ser críticos y selectivos ante la información para interpretarla y convertirla en saber acumulado, estructurado y útil en el marco de una realidad aceptada como verdadera dentro de un grupo social. Es allí donde el aprendizaje, como un proceso dinámico y complejo, permite construir conocimiento, lo que responde a una actividad intencionada que obedece a una conducta estratégica y reflexiva, cuya finalidad es la autonomía de la persona (Pozo & Monereo, 2000). Este tipo de aprendizaje se asocia con otros conceptos que a su vez se relacionan entre sí, entre ellos se destacan: las estrategias de aprendizaje, los procesos metacognitivos y la autorregulación. Este último constructo mencionado, es el trabajo central de este

trabajo, que de acuerdo a Valle et al, (2008) la autorregulación es un proceso activo en el que los estudiantes establecen las metas de aprendizaje y en su transcurso conocen, controlan y regulan las cogniciones, motivaciones y comportamientos con miras para alcanzar dichas metas; es una acción reguladora que se ejerce en el camino recorrido hacia el aprendizaje.

4. Metodología y resultados

La metodología consiste en realizar una serie de preguntas en el marco del aprendizaje autorregulado y en torno a la temática desarrollada. Además de desarrollar actividades en las cuáles el estudiante tenga la oportunidad de ser partícipe activo de su aprendizaje. Las preguntas a realizar hacen parte del auto-reporte como herramienta para hacer monitoreo del proceso. El cuadro 1 resume la intensión de la estrategia:

Cuadro 1. Elementos centrales en el proceso de autorregulación. Adaptado de Martín y Moreno (2007:27-29)

Elementos centrales de la autorregulación del aprendizaje y preguntas para la reflexión sobre ellos		
Persona: Reflexión del estudiante		
¿Para mí es importante aprender el tema? ¿Me gusta lo que aprendo?	¿Qué conozco del tema? ¿Me da dificultad entender el tema?	¿Cómo es mi aptitud en clase? ¿Me intereso por los temas tratados?
Tarea: Reflexión sobre la tarea		
¿Tengo clara la finalidad de la tarea?	¿Me parece fácil o difícil la tarea a realizar? ¿Tiene sentido para mí la tarea?	¿Tengo a la mano el material que se requiere para realizar la tarea? ¿Organizo el material? ¿Tengo en cuenta el tiempo que tengo para realizar la tarea?
Estategias: Reflexión sobre el uso de estategias		
¿Cuál es la mejor manera de aprender algo?	¿Conozco el o los procedimientos que se deben realizar para desarrollar una tarea? ¿Reconozco los elementos comunes entre diversos temas?	¿La forma en que realizo la tarea es la más adeacuada para mí?

5. Conclusiones

Se logró identificar el nivel de autorregulación de los estudiantes, lo que es importante al momento de diseñar estrategias metodológicas para abordar una temática específica.

Se pudo verificar que los estudiantes mejoran en el tiempo las acciones autorreguladoras tales como la orientación a las metas, la autoeficacia, el uso de estrategias y la autoevaluación.

6. Referencias bibliográficas

Pozo, J.I. y Monereo, C. (2000). Introducción: Un currículo para aprender. Profesores, alumnos y contenidos ante el aprendizaje estratégico. En: Pozo, J.I. y Monereo, C. (Coord.) *El aprendizaje estratégico*. Madrid: Aula XXI. Santillana.

Martín, E. y Moreno, A. (2007). *Competencia para aprender a aprender*. Madrid: Alianza.

Valle, A., Núñez J.C., Cabanach, R., González-Pienda, J.A., Rodríguez, S., Rosário, P., Cerezo, R. y Muñoz-Cadavid, M.A. (2008). Self-regulated profiles and academic achievement. *Psicothema, 20* (4), 724-731.

LA INCIDENCIA DE LOS OBJETOS INTERACTIVOS DE APRENDIZAJE, EN LA COMPRENSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Jorge Cardeño Espinosa
Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas Instituto Tecnológico Metropolitano,
Centro Formativo de Antioquia CEFA,
Centro de Estudios e Investigaciones Docentes CEID-ADIDA, Colombia;
jorgecardeno4955@correo.itm.edu.co

Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Básica Primaria.

Palabras clave: objetos interactivos de aprendizaje, OIA, matemáticas escolares, TIC, Descartes-JS, enseñanza, aprendizaje, Colombia.

Resumen

Este artículo analiza el impacto del uso de los objetos interactivos de aprendizaje, OIA creados mediante el programa Descartes-JS, sobre la adquisición o desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes y en el proceso de enseñanza aprendizaje orientado por los docentes de cuarto, y quinto grado de la educación básica primaria, de las instituciones educativas Débora Arango Pérez, (Medellín) y la Primitivo Leal La Doctora, (Sabaneta). Para lograrlo se aplicaron diversos instrumentos de los cuales se retoma la prueba estandarizada diagnóstica y la prueba estandarizada final, a una muestra de 231 estudiantes en la primera escuela y 237 en la segunda con dos grupos de control y dos grupos de experimentación

en cada contexto educativo, comparando los resultados por grupos y de manera general. Se presenta un análisis descriptivo de los datos e inferencia estadística, y se establece que los estudiantes pueden hacer un uso racional de los recursos o estrategias virtuales, para mejorar la comprensión de las matemáticas, acompañados por los docentes, para propiciar una alfabetización digital autónoma y de trabajo colaborativo.

1. Introducción

El enfoque propuesto para la enseñanza en las matemáticas y demás áreas del conocimiento en el caso colombiano, es el de competencias. Los resultados en pruebas estandarizadas locales, nacionales e internacionales muestran la necesidad de plantear un cuestionamiento acerca de la pertinencia de este proceso y su incidencia en la calidad de la educación. Conviene señalar que desde el año 2003, el Ministerio de Educación Nacional, MEN está proponiendo al país, a sus escuelas y a sus maestros el "modelo" por competencias, pero se observa en sus resultados, que no ha logrado transformar los problemas de escaso rendimiento de los estudiantes en dichas pruebas, lo cual es un problema y evidencia que la inversión en el sector educativo y el cambio en la forma en que se está ofreciendo la educación en Colombia son temas que requieren tratamiento urgente (Barrera et al, 2012; Vargas, 2014 y García et al, 2014).

2. Objetivo

Evaluar el impacto que tiene el uso de objetos interactivos de aprendizaje desarrollados con el programa Descartes-JS, en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, en los grados cuarto y quinto de primaria en la I.E. Débora Arango Pérez, de Medellín y la I.E. Primitivo Leal La Doctora, de Sabaneta

3. Marco Teórico

Se trata de crear modelos de intervención pedagógica relacionados con el uso de las TIC, que como dispositivos disruptivos, se dice han contribuido a

determinar el ecosistema escolar, modificando las prácticas escolares, las formas de actuación de los docentes y cambios en los entornos virtuales de aprendizaje, crean nuevas necesidades y capacidades para poder ofrecer una enseñanza más individualizada, que tenga presente las necesidades cognitivas, sociales y emocionales de los estudiantes. Además de utilizarlas entre centros educativos alejados geográficamente (Del Mora y Neira, 2014).

4. Metodología y Resultados

Para esta investigación se utilizó la técnica cualitativa-cuantitativa, apoyados en la observación y la entrevista para abordar el objeto de estudio. Por lo tanto, como medios de recolección de la información se utilizaron tanto la observación participante como la entrevista estructurada de modo que permitieron recolectar las impresiones que, sobre el uso de los OIA, se desarrollan en las escuelas.

Figura 1: Aciertos grupos de experimentación y control

Fuente: Diseño propio

5. Conclusiones

La enseñanza de las matemáticas en el nivel de básica primaria mediante los OIA y la incorporación de la tecnología en las escuelas y en sus aulas, logra aprendizajes matemáticos significativos y una mayor motivación, no solo de los estudiantes, sino de los docentes participantes, para pasar

de una enseñanza puramente tradicional, a otra que utiliza los recursos digitales disponibles, sin desaparecer elementos esenciales de la primera.

6. Referencias bibliográficas

Barrera, F., Maldonado, D., y Rodríguez, C. (2012). Calidad de la educación básica y media en Colombia: Diagnóstico y propuestas. *Serie Documentos de trabajo; No. 126*.

García, S., Maldonado, D., y Rodríguez, C. (2014). *Propuestas para el mejoramiento de la calidad de la educación básica y media en Colombia*. Fedesarrollo. Bogotá: La Imprenta Editores S.A.

Vargas, B. C. (2014). Utilización de TIC, competencias básicas y calidad de la educación. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, 4-37.

Del Mora, P. y Neira, M. (2014). Oportunidades de las TIC para la innovación educativa en las escuelas rurales de Asturias. *Aula Abierta*, 61-67.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS BIDIMENSIONALES DE PROGRAMACIÓN LINEAL CON GEOGEBRA Y EXCEL

Jorge Iván Usma, Jairo Madrigal Argaez, Omar Darío Gutiérrez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
jorgeusma@itm.edu.co, jairomadrigal@itm.edu.co, omargutierrez@itm.edu.co

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: programación lineal, optimización, función objetivo, método gráfico para la solución de problemas de PL.

Resumen

Este trabajo presenta una propuesta que busca abordar la resolución de problemas de programación lineal (PL) de dos (2) variables, a través el uso de GeoGebra y Excel como mediadores en el aprendizaje del concepto de optimización.

1. Introducción

La solución de problemas de PL de dos variables puede llevarse a cabo a través del "método gráfico", que implica la construcción de la "región factible (RF)" de donde se obtienen los valores de las variables que producen un valor óptimo (mínimo o máximo) de la función objetivo (FO). Geogebra facilita la construcción de la RF gracias a la precisión que ofrece para la

construcción de gráficos y, además, ofrece un entorno que media en el aprendizaje de los conceptos de la PL.

2. Objetivo

Describir una metodología para la resolución de problemas de PL de dos variables, haciendo uso del entorno gráfico de GeoGebra en combinación con el uso de la hoja de cálculo, Excel.

3. Marco Teórico

Muchos de los problemas de la ingeniería implican procesos de optimización, en los que se requiere determinar el costo mínimo, la ganancia máxima o el uso mínimo de los recursos (Larson & Edwards, 2004). La PL se ocupa del análisis de sistemas de desigualdades lineales para obtener la solución óptima de un problema (Williams, 2002).

Un problema de programación lineal de dos variables consiste en una FO de la forma , sujeta a una serie de restricciones dadas mediante un sistema de inecuaciones lineales del tipo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y \leq C_1 \\ a_2x + b_1y \leq C_2 \\ \vdots \\ a_mx + b_my \leq C_m \end{cases}$$

Los puntos del plano que satisfacen el sistema de desigualdades forman una región convexa acotada o no acotada, llamada RF del problema. Resolver el problema de PL, consiste en buscar entre todos estos puntos, aquel o aquellos que hagan el valor de *F(x,y)* máximo o mínimo, según sea el problema. En general, un problema de programación lineal puede tener una, infinitas o ninguna solución. Sin embargo, si hay una solución óptima, ésta se encuentra en un vértice de la RF, y si hay infinitas soluciones óptimas, se encontrarán en un lado de la RF (Pérez, 2016).

4. Metodología y resultados

Para solucionar un problema de PL de dos variables se sigue el siguiente procedimiento:

1. Primero, se definen las variables, se construye la FO y se describen las restricciones.
2. A continuación, se grafican las desigualdades. En GeoGebra, la representación geométrica de una desigualdad corresponde a una región plana, la cual se consigue ingresando la expresión matemática que define la desigualdad.
3. Luego, se identifica la RF y se reconocen sus vértices como puntos de intersección entre líneas rectas que delimitan las regiones que representan las desigualdades. GeoGebra permite estimar las coordenadas de estos puntos, lo que equivale en un procedimiento analítico, a la solución de un sistema de ecuaciones lineales de dos variables. Figura 1.
4. Después, con las coordenadas de los vértices de la RF, se construye en una hoja de cálculo, una plantilla que permite evaluar la función objetivo en los vértices de la RF.
5. Finalmente, se estima el valor óptimo (máximo o mínimo) de la FO.

Figura 1. Región factible trazada para un problema de PL usando GeoGebra.

5. Conclusiones

El entorno gráfico de GeoGebra permite construir la RF para la solución de un problema de PL. Así mismo, pueden determinarse las coordenadas de los vértices de la RF, lo que equivale a la resolución de un sistema de ecuaciones lineales de dos variables. Con la ayuda de la hoja de cálculo y los datos obtenidos en GeoGebra, puede evaluarse una función objetivo y de esta manera, dar lugar a la solución de un problema de PL. Es así, como GeoGebra en conjunto con la hoja de cálculo, se convierten en una herramienta que media en el aprendizaje de los conceptos básicos de la PL y permite lograr una respuesta visual y con precisión en periodos de tiempo muy cortos.

6. Referencias bibliográficas

Larson, R.E. & Edwards, B.H. (2004). *Introducción al Álgebra Lineal*. México, D.F.: Ed. Limusa, 659 p.

Pérez, J. (2016) *Matemáticas*. Recuperado el 13 de septiembre de 2016 de http://sauce.pntic.mec.es/~jpeo0002/Partes/apuntes.html

Williams, G. (2002). Álgebra lineal con aplicaciones. México, D.F..: Ed. McGraw Hill, 646 p.

USANDO O GEOGEBRA EM DISPOSITIVOS MÓVEIS PARA EXPLORAR INVARIANTES GEOMÉTRICOS NA SALA DE AULA

Humberto José Bortolossi, Edilson José Curvello Machado
Universidade Federal Fluminense & Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro, Brasil
hjbortol@vm.uff.br, edilson.machado@gmail.com

Linea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundaria/Formación docente.

Palabras clave: Invariantes Geométricos, GeoGebra, Dispositivos Móveis, BYOD.

Resumen

Estudos apontam que, em Geometria, alunos da Escola Básica frequentemente confundem propriedades do desenho com propriedades do objeto geométrico representado. Possivelmente, este tipo de comportamento seja um reflexo da natureza estática de como a Geometria é comumente abordada em sala de aula. Este trabalho tem por objetivo propor uma linha de ação que procura contrapor este cenário: apresentamos uma coleção de exercícios, classificados por nível de dificuldade, onde os alunos, em sala de aula e com seu próprio dispositivo (BYOD: *Bring Your Own Device*), devem (1) implementar a construção do enunciado usando o GeoGebra, (2) arrastar os pontos livres e semilivres para estudar o problema, (3) descobrir (por si mesmos) invariantes geométricos associados à configuração e, por fim, (4) tentar prová-los. Esta linha de ação tem sido testada em várias oficinas de formação de professores no Brasil.

1. Introducción

Conforme já apontado por Gravina (1996), em geral, os alunos apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundem propriedades do desenho com propriedades do objeto geométrico representado, ou seja, misturam a componente figural associada ao desenho com a componente conceitual, aquela que define o objeto por meio das suas propriedades intrínsecas. Essa confusão tem origem nos livros didáticos que geralmente iniciam seus assuntos com definições verbais acompanhadas de desenhos "prototípicos" onde, por exemplo, quadrados e retângulos são desenhados quase sempre com os lados paralelos às bordas da folha e os triângulos, na sua maioria, são acutângulos e quase sempre estão desenhados com sua base na "horizontal" e altura na "vertical" (Figura 1, lado esquerdo). Isto leva nossos alunos a não reconhecerem desenhos destes mesmos objetos em outras posições (Figura 1, lado direito).

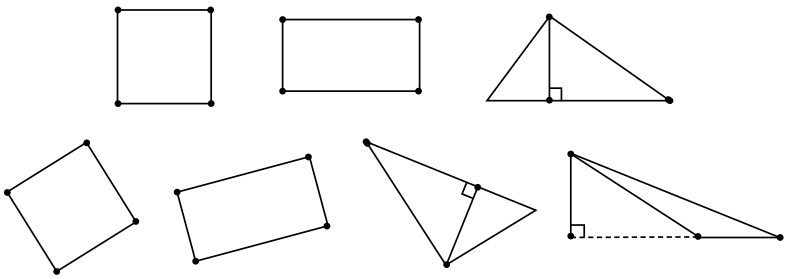


Figura 1: Figuras geométricas em posições prototípicas e não prototípicas.

Mais ainda: os exemplos e exercícios propostos são, em geral, aqueles cujas soluções são baseadas em operações aritméticas do tipo "calcule" ou em equações "determine o valor de *x*", de modo que, para os alunos, a posição relativa do desenho quanto a borda da página, o traçado particular do segmento, a operação aritmética ou a equação utilizada passam a fazer parte das características do objeto estabelecendo desequilíbrios na formação dos conceitos e na dedução de propriedades.

2. Objetivo

No sentido de evitar que características de representação sejam confundidas com as propriedades matemáticas dos objetos geométricos, devemos passar para um tratamento de "desenhos em movimento" onde particularidades da representação desapareçam quando impomos ao desenho movimentos de translação, rotação, entre outros. Neste sentido, propomos uma linha de ação onde, a partir de uma coleção de exercícios classificados por nível de dificuldade, os alunos devem (1) implementar a construção do enunciado usando o GeoGebra, (2) arrastar os pontos livres e semilivres para estudar o problema, (3) descobrir (por si mesmos) invariantes geométricos associados à configuração e, por fim, (4) tentar prová-los.

3. Marco Teórico

Nossa proposta se apoia na Teoria dos Conceitos Figurais de Fischbein (1993), que aponta para a importância da interlocução adequada entre as componentes figural e conceitual de um objeto geométrico que viabilize o seu correto entendimento. A componente figural dá acesso ao objeto geométrico abstrato e permite criar imagens mentais. Por outro lado, estas imagens devem ser variadas o suficiente para que representações prototípicas e particulares não sejam confundidas com as propriedades matemáticas do objeto em questão.

4. Metodología y resultados

Cada um dos 28 exercícios propostos (cujos enunciados e soluções completas estão disponíveis em Machado (2015)) são organizados da seguinte maneira: o enunciado, seguido de uma figura ilustrativa; identificação dos pontos livres e semilivres (caso existam); indicação do objeto geométrico cuja invariância se deseja estudar; solicitação de formulação de uma conjectura e sua prova. Sugerimos que o professor faça uma seleção de acordo com as características de sua turma e do assunto que quer trabalhar. Os alunos podem implementar suas construções usando o dispositivo móvel (*smartphone*, *tablet* ou *notebook*) de sua conveniência. Recomendamos que cada exercício seja discutido e corrigido em grupo antes que um novo seja iniciado.

5. Conclusiones

Nossa proposta foi aplicada em cursos de formação de professores em vários eventos no Brasil. Todos os professores participantes reconheceram que: (1) existe, de fato, uma forte tendência dos alunos em usar uma dada configuração específica (a componente figural) para estabelecer uma propriedade que não é válida em geral; (2) o uso de um *software* como o GeoGebra permite articular melhor as componentes figural e conceitual de uma configuração geométrica, favorecendo a construção de conceitos; (3) os exercícios propostos colocam o aluno na posição de investigador e não de um mero expectador ou verificador de resultados já dados prontos; (4) os exercícios propostos oferecem a oportunidade de explorar relações geométricas, indo além dos exercícios do tipo "calcule" ou "determine o valor de *x*"; (5) o uso de dispositivos móveis é um forte elemento de motivação e engajamento dos alunos; (6) o uso de dispositivos móveis facilita a logística de integração das TIC em sala de aula

6. Referencias bibliográficas

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24 (2)*, 139-162.

Gravina, M. A. (1996). Geometria dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. *Anais do VII SBIE, 1-13*, Belo Horizonte, Brasil.

Machado, E. J. C. (2015). Explorando invariantes geométricos com o GeoGebra: Uma seleção para a sala de aula. UFF, Brasil. Disponível em: https://goo.gl/wKxlCb.

EXERCÍCIOS DE GEOMETRIA ESPACIAL COM O GEOGEBRA 3D PARA DISPOSITIVOS MÓVEIS

Humberto José Bortolossi, Rogério Vaz de Almeida Junior
Universidade Federal Fluminense & Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro, Brasil
hjbortol@vm.uff.br, rogermatuff@gmail.com

Linea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundaria/Formación docente.

Palabras clave: Geometria Espacial, GeoGebra, Dispositivos Móveis, BYOD.

Resumen

Uma das dificuldades que os alunos enfrentam ao estudar geometria espacial é a tarefa de reconstruir mentalmente uma imagem tridimensional a partir de uma figura bidimensional estática impressa na página de um livro. Como a geometria projetiva bem nos ensina, este tipo de procedimento dá margem à ambiguidade, pois dois objetos diferentes podem ter uma mesma projeção plana. Para melhor entender um objeto tridimensional, é necessário observá-lo de várias posições diferentes e, neste contexto, o uso das TIC se coloca como uma abordagem muito promissora. Neste trabalho, apresentamos uma coleção de exercícios especialmente idealizados para a exploração da geometria espacial com o GeoGebra 3D (incluindo as versões do software para smartphones e tablets). Os exercícios propostos abordam questões de geometria de posição, geometria do tetraedro e geometria analítica espacial. Acreditamos que alunos e professores do Ensino Médio

e do Ensino Superior se beneficiarão da nossa proposta em seus cursos de geometria espacial e geometria analítica.

1. Introducción

Estudar geometria espacial a partir de representações bidimensionais de figuras tridimensionais pode ser uma tarefa difícil. Por exemplo, a própria natureza das projeções em perspectivas pode gerar ambiguidades: ambos o segmento de reta que liga o vértice *A* do cubo ao ponto médio *B* de uma de suas arestas na Figura 1 (c) e o caminho poligonal *APQB* na Figura 1 (b), quando vistos de um mesmo determinado ponto de vista, podem produzir uma mesma imagem: a Figura 1 (a).

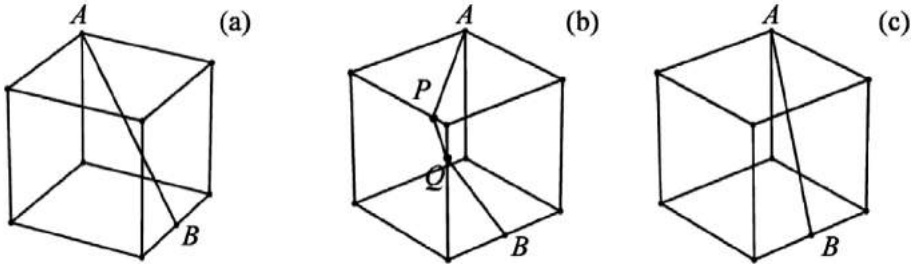


Figura 1: Ambiguidade em projeções em perspectiva.

Mais ainda: enquanto que na geometria plana só existe um tipo de ângulo, em geometria espacial existem três tipos (ângulos entre retas, entre retas e planos e entre planos) e estes ângulos, quando projetados, podem ficar distorcidos (um ângulo de 90º pode não parecer reto na figura projetada). Todas estas dificuldades comprometem a intuição e evidência no ensino e na aprendizagem de geometria espacial (Volkert, 2008). A transição do desenho na folha para o objeto no espaço se configura como um dos maiores problemas no estudo dos objetos tridimensionais. O uso de materiais concretos como recurso didático é indispensável. Contudo, certas configurações e propriedades geométricas são difíceis de se representar concretamente, devido a limitações de ordem técnica.

2. Objetivo

Dentro deste contexto, nosso trabalho tem, assim, o objetivo de oferecer a professores e alunos do Ensino Médio e do Ensino Superior uma coleção de exercícios abordando geometria de posição, geometria do tetraedro e geometria analítica no espaço. Os alunos podem implementar as construções sugeridas usando o dispositivo móvel de sua conveniência (Figura 2).

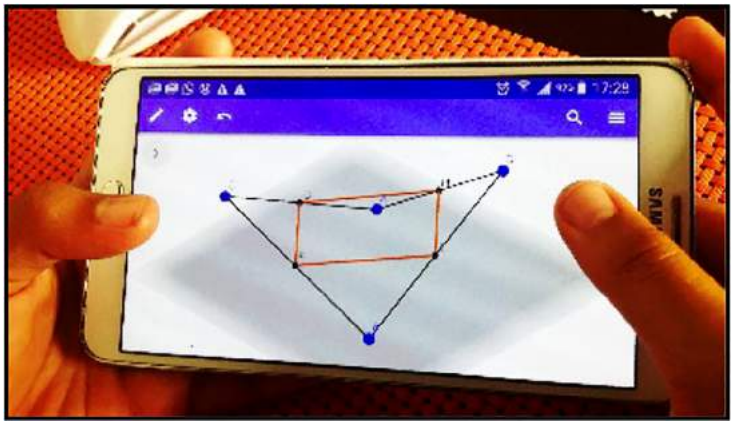


Figura 2: O Teorema de Varignon no espaço implementado no GeoGebra 3D para *smartphones*.

3. Marco Teórico

Nossa proposta se apoia na Teoria dos Conceitos Figurais de Fischbein (1993), que aponta para a importância da interlocução adequada entre as componentes figural e conceitual de um objeto geométrico que viabilize o seu correto entendimento. A componente figural dá acesso ao objeto geométrico abstrato e permite criar imagens mentais. Por outro lado, estas imagens devem ser variadas o suficiente para evitar interpretações equivocadas advindas de uma análise do objeto em questão de um ponto de vista particular (a situação da Figura 1 é um exemplo disso). No caso das TIC, enquanto que a tela do dispositivo apresenta uma representação plana sujeita à ambiguidade, a possibilidade de modificar a configuração geométrica tridimensional e observá-la de pontos de vista diferentes permite, ao estudante, adquirir mais informações da configuração e, assim, entendê-la melhor conceitualmente.

4. Metodología y resultados

Os enunciados de todos os exercícios propostos podem ser encontrados no seguinte endereço: https://goo.gl/zxSNGG (parte dos exercícios foram adaptados de Bastos (2009)). Os assuntos tratados incluem: geometria de posição, geometria do tetraedro e geometria analítica.

5. Conclusiones

Pretendemos fazer um estudo mais sistemático da adequação, desdobramentos e impacto dos exercícios propostos. Não obstante, nossas experiências têm mostrado que o GeoGebra 3D para *smartphones* se constitui em um excelente instrumento para se explorar e investigar situações diversas em geometría espacial e que, assim, atividades computacionais podem ser realizadas mesmo sem um laboratorio de informática convencional.

6. Referencias bibliográficas

Bastos, C. S. (2009). Atividades de geometria espacial com o Calques 3D. UFF, Brasil.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, *24* (2), 139-162.

Volkert, L. (2008). *The problem of solid geometry*. Symposium on The Occasion of The 100th Anniversary of ICMI, Rome. Disponível em: https://goo.gl/9x7LJ7.

MODELACIÓN CON GEOGEBRA DE FENÓMENOS NATURALES PARA ILUSTRAR RELACIONES ENTRE CONCEPTOS FÍSICOS Y FUNCIONES MATEMÁTICAS

Miguel Pinto Herrera, Alberto Piedrahita Ospina, Yolanda Álvarez Ríos
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM; Colombia
miguelpinto0616@correo.itm.edu.co,albertopiedrahita@itm.edu.co, yolandaalvarez@itm.edu.co

Línea: Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: enseñanza de la física, aprendizaje, evaluación, funciones, matemática, aprendizaje basado en problemas.

Resumen

Dadas las dificultades que existen para evaluar los estudiantes de educación básica secundaria, tal como, el aprendizaje memorístico y la abundancia de dispositivos electrónicos, se propone en este artículo una actividad que permita desarrollar competencias en los estudiantes de básica secundaria, para relacionar algunos fenómenos físicos naturales con funciones matemáticas utilizando recursos audiovisuales y modelos de funciones 2D y 3D en Geogebra®. La aplicación de ésta actividad podrá mejorar la forma en la que los estudiantes relacionan los contenidos curriculares de matemática y los conceptos que imparten en el área de física, de forma que se pueda contextualizar el fundamento humano de esta ciencia y transmitir

la curiosidad por entender la naturaleza utilizando las matemáticas. Se da a entender que el método científico utiliza las matemáticas para modelar fenómenos naturales, los cuales analizamos, comprendemos y utilizamos para mejorar la calidad de vida y la curiosidad científica de los estudiantes.

1. Introducción

La física es una ciencia natural que recurre a las matemáticas para definir sus fundamentos, esta última es una ciencia exacta que permite describir la naturaleza de forma cuantitativa a través de un lenguaje abstracto conformado como todo idioma por símbolos, relaciones y contextos.

A través del método científico, el ser humano ha logrado encontrar una relación útil entre la abstracción de los símbolos y la posibilidad de entender cuantitativamente su entorno. Luego de evidenciar en la naturaleza la existencia de patrones, relaciones y objetos, se han realizado grandes avances desde mejorar drásticamente la capacidad de supervivencia como raza hasta dejar abierta la posibilidad de entender el inicio de su existencia.

Sin embargo, el ejercicio de la enseñanza de estas ciencias tiene un historial de desagrado por parte de los estudiantes y en muchos casos también de los docentes (Summers, 2016), puesto que las actividades para transmitir estas ciencias generalmente son limitadas a la memorización y resolución de problemas abstractos sin propósito útil aparente (Luzón & Letón, 2015). Generalmente se puede identificar que los estudiantes aprenden los conceptos sin relacionarlos a un contexto que les permita realizar un análisis más profundo y su aplicación en otras áreas.

2. Marco Teórico

El enfoque de este trabajo se fundamenta en estrategias de aprendizaje basado en problemas (Morales & Landa, 2004; Hung et al, 2003), pero en esencia se quiere estructurar a nivel metacognitivo una razón para que los estudiantes comprendan que la ciencia que llaman física surge de la necesidad del ser humano para entender su entorno y la curiosidad por comprender la razón del comportamiento de fenómenos naturales.

No es desconocido que la educación en Colombia posee un desafío en la enseñanza de la física y las matemáticas a sus estudiantes, de allí, surgen las preguntas, ¿por qué la predisposición negativa a las matemáticas y a la física? y ¿cómo hacer para evitar que se transmita la sensación de desagrado e indiferencia a estas ciencias?

3. Metodología

En esta ponencia se propone una estrategia que busca recopilar imágenes y videos de fenómenos físicos observables en la naturaleza, que sean cotidianos para los estudiantes; donde se quiere demostrar la relación de un fenómeno natural con una función matemática.

Con estos fenómenos se elaboran grupos de preguntas en grados de cotidianidad, en las que un estudiante que posea las competencias adecuadas podrá encontrar una relación entre el fenómeno físico y la ilustración, para posteriormente ser retroalimentado con una breve descripción del concepto matemático y sus usos en la vida cotidiana. En la figura 1, se presenta un ejemplo donde se le cuestiona al estudiante mediante el siguiente enunciado: "Indique a cuál de las gráficas de las funciones presentadas, corresponde el fenómeno físico observado". Mediante este tipo de enunciados el estudiante encuentra similitudes entre la realidad y su representación gráfica.

Figura 1. Modelo de pregunta ilustrando la relación del comportamiento ondulatorio de las olas con la función periódica seno en 3D.

4. Conclusiones

Al enseñar que la física es una ciencia que representa el propósito del ser humano para entender la naturaleza de su entorno y que utiliza la facilidad de las matemáticas para hacerlo, se puede lograr contextualizar a los estudiantes de la importancia y del porqué de ambas ciencias, lo cual, podría conllevar a disminuir la predisposición negativa del aprendizaje en estas asignaturas.

5. Referencias bibliográficas

Hung, W., Jonassen, D. H., & Liu, R. (2008). Problem-based learning. *Handbook of research on educational communications and technology, 3*, 485-506.

Luzón, J. M., & Letón, E. (2015). Use of animated text to improve the learning of basic mathematics. *Computers & Education, 88*, 119-128.

Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. *Theoria, 13*(1), 145-157.

Summers, R. G. (2016). *A statewide examination of attitudes toward science among Illinois students in grades 5-12* (Doctoral dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign).

DISEÑO VECTORIAL DE LENTES ACOPLADOS EN UN SISTEMA ÓPTICO COMPUESTO

Jairo Madrigal Argáez, Jorge Iván Usma Gutiérrez, Giovanni Barrera Torres
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM–Medellín
jairomadrigal@itm.edu.co, jorgeusma@itm.edu.co, giovannibarrera@.itm.edu.co

Línea: Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC

Palabras clave: lentes esféricas, ley de Snell, trazado de rayos, lentes acopladas, dispositivos Petzval.

Resumen

Se presenta el esquema de un sistema modular de lentes acoplados y el comportamiento de un rayo desde una perspectiva vectorial. En este se expone gráficamente al comportamiento de un vector, que cruza la región acotada por el sistema de lentes en donde se satisface la Ley de Snell. Este diseño se desarrolla en tres esquemas secuenciales complementarios: El primero establece los parámetros los puntos que conforman la lente, entre otros los radios de curvatura, pupila de entrada y el índice de refracción. El segundo organiza geométricamente la secuencia del grupo de lentes, y el tercero desarrolla la descripción vectorial tanto para el rayo incidente, como para la lente y para el rayo refractado bajo el régimen de la ley de Snell.

1. Introducción

Se expone un esquema de arreglos de puntos geométricos que constituyen una superficie esférica y un modelo para el cálculo de la intersección del rayo óptico con la superficie de una lente. Los rayos de incidencia y de refracción son calculados a través del proceso algebraico que calcula el punto de intersección entre dos vectores. Este desarrollo convoca un conjunto de procedimientos y condiciones establecidas por la geometría descriptiva, la trigonometría y el álgebra lineal, para la elaboración de los modelos y los procedimientos de cálculo para satisfacer la ley de Snell.

2. Objetivos

Estructurar un esquema modular de relaciones entre puntos geométricos, que permita configurar un sistema compuesto de lentes y vectores a través de los cuales, el comportamiento de un rayo de luz que satisface la ley de Snell sea descrito gráficamente.

3. Marco teórico

Las superficies de las lentes son construidas por conjuntos de puntos que dan forma a la superficie esférica de la lente. Las coordenadas cartesianas de los puntos de los contornos son calculadas mediante las expresiones (Bruño, 1965)

$$x = h + R\cos(\theta) \qquad \theta \in [\prod - \alpha/2, \prod + \alpha/2] \text{ p ara } R < 0$$

$$x = h + R\cos(\theta) \qquad \theta \in [-\alpha/2, \alpha/2] \qquad \text{para } R > 0$$

Siendo *R* el radio de curvatura, *(h, k)* las coordenadas cartesianas del centro y la pupila de la lente. Así la lente es parametrizada, además de la distancia de separación de los vértices y un índice de refracción asociado a esta región. Las convenciones de los signos para la disposición geométrica de los radios de curvatura son los mismos utilizados en los libros de texto (Zemansky, 2013).

El punto de incidencia del haz de luz con la lente se calcula como la intersección de dos vectores (Mortenson, 1999) cuyos factores de coincidencia *k* y ō son obtenidos al resolver sobre el plano el sistema 2x2 de la forma.

$$[V_t - V_s]^{-1}[P_{v2} - P_{v1}] = \begin{bmatrix} k \\ \delta \end{bmatrix}$$

P_{v1} es el origen del rayo incidente *Vi*, y P_{v2} el origen del vector superficie o incidente *Vs*.

4. Metodología y resultados

Se establecen los parámetros geométricos con los cuales se estructura la lente con relación al eje óptico. Posteriormente se establece un esquema de ordenamiento de la secuencia de las lentes. La tabla 1 presenta el arreglo matricial de un sistema de cuatro lentes ordenados en secuencia sobre el eje óptico. La secuencia de los vértices de las lentes se calcula en términos del grueso de la lente *d* y la distancia de separación entre las lentes ō. El arreglo matricial está ordenado esquemáticamente en la secuencia del orden de las lentes.

Tabla 1. Arreglo matricial de un sistema de cuatro lentes, diseñado originalmente en 1840 por Josef Max Petzval como una lente rápida para retratos (Hetch, 2005) y ajustado para propósitos de ilustración.

Lente	Vértice	R_1	R_2	Grueso (d)	n	ō	EO
1	3	1.628	-27.570	0.375	1.6116	0.189	4
2	V1+d1+ 1	-3.457	1.582	0.081	1.6053	0.525	4
3	V2+d2+ 2	50.00	1.920	0.217	1.5123	0.010	4
4	V3+d3+ 3	1.920	-2.400	0.396	1.6116		4

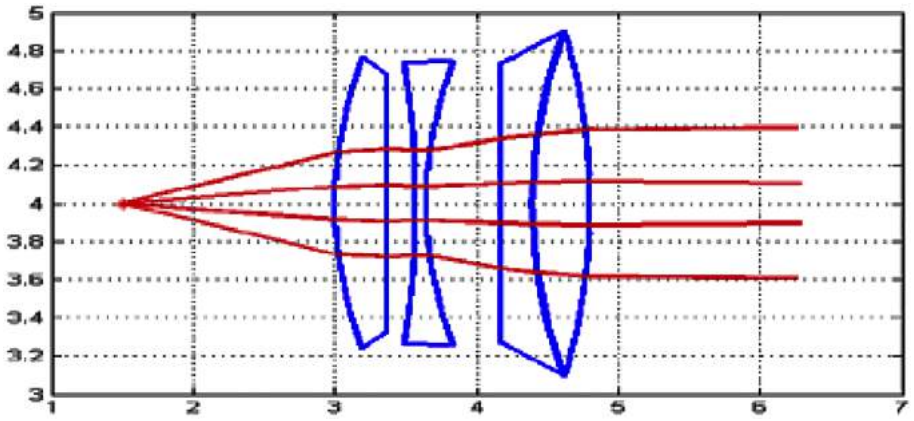


Figura 1. Ilustración de las intersecciones rayos que satisfacen la ley de Snell en un dispositivo tipo Petzval

5. Conclusiones

Los aspectos resaltados en el presente trabajo son de uso práctico para la comprensión de la óptica geométrica de los modelos de propagación de los rayos de luz en lentes y en la implementación de una amplia gama de aspectos relacionados con el diseño y funcionamiento de sistemas ópticos complejos tales como el triplete de Cook (Taylor), dispositivos Tessar (Hetch, 2005).

Referencias Bibliográficas

Bruño, G.-M. (1965). *Geometria. Curso superior.* Medellín: Editorial Bruño.

Hetch. (2005). *Optica.* España: Pearson, Addison Wesley.

Mortenson, M. (1999). *Mathematics for Computer Graphics Applications.* New York: Industrial press,Inc.

Zemansky, S. (2013). *Física universitaria, con física moderna.* Mexico: Pearson.

COORDENADAS DE UN VECTOR CON GEOGEBRA

Irma Zulema Martínez, Silvia Coria
Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta. Salta, República Argentina; Instituto de Educación Media Dr. Arturo Oñativia. Universidad Nacional de Salta. Argentina.
irmazmartinez@hotmail.com, silviaecoria@gmail.com

Línea1. Experiencias de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Terciaria.

Palabras clave: dinámico, interacción, aprendizaje, participación.

Resumen

Un grupo de docentes de la Universidad Nacional de Salta, Argentina, de la Facultad de Ciencias Exactas, de la asignatura: algebra lineal y geometría analítica con cierto conocimiento en GEOGEBRA, decidimos incorporar este software a las actividades habituales en razón a las benéficas utilidades al ser usado por la mayoría de alumnos y para diferentes temas de la asignatura. En el presente trabajo, haciendo uso de la mayoría de herramientas y comandos, que permiten realizar operaciones de vectores y matrices, procuramos mostrar de manera interactiva la conceptualización de coordenadas de un vector en diferentes bases, relacionando el desarrollo analítico y su interpretación gráfica, recordando previamente el concepto de combinación lineal, exhibiendo para ello la vista algebraica, la ventana de cálculo simbólico y la vista gráfica, con la intención de ser usado este aprendizaje, posteriormente en ecuaciones de segundo grado, con dos o tres variables, especialmente para cónicas o superficies rotadas. El resultado

de la incorporación del software utilizado, ha sido positivo (Ammann, 2012; Burgos, 1993).

1. Introducción

En búsqueda de una participación más activa de los alumnos, se realizaron actividades prácticas, para el tema coordenadas de un vector, con GeoGebra, teniendo en cuenta que una de nuestras tareas principales como docentes es estimular la motivación y participación activa de los alumnos para aumentar la significatividad potencial de los contenidos académicos.

2. Objetivos

Utilizar este Software dinámico e interactivo con la finalidad didáctica de apreciar conceptos y problemas de geometría, de manera interactiva, para incrementar el interés en el aprendizaje.

Acrecentar el entendimiento del vínculo que existe entre la geometría y el álgebra. Favorecer el análisis y el descubrimiento de propiedades de las figuras construidas, desde diferentes puntos de vista, con la ventaja de que la geometría pasa de ser una construcción estática a ser una construcción dinámica (Ammann, 2012; Caccuri, 2013; Burgos, 1993).

3. Marco Teórico

Los sistemas educativos actualmente enfrentan el reto de utilizar las TIC para brindar a los alumnos las herramientas y conocimientos que se requieren. Enseñar y aprender de las TIC es un desafío y una oportunidad. Aceptar este hecho y conocer sus posibilidades como herramientas de apoyo al aprendizaje nos permite construir espacios de interacción, donde docentes y alumnos juegan roles diferentes a los tradicionales, todo esto acorde a lo expresado por numerosos expertos y usuarios en TIC (Ammann, 2012; Caccuri, 2013).

4. Metodología y resultados

Tratando que los alumnos conozcan la variedad de recursos y procedimientos básicos de GeoGebra, y aprendan a utilizarlos con libertad y criterio, se han realizado problemas extras en las habituales guías de trabajos prácticos, para que adquieran habilidad, para luego acceder a nuevos problemas cada vez más interesantes. El presente trabajo se realizó en dos instancias consecutivas, con los contenidos necesarios para cada una de ellas. Se dio el archivo en GeoGebra con un ejemplo apropiado, al que se le podía hacer modificaciones, de manera que se puedan visualizar los conceptos correspondientes al tema. En la primera instancia se realizó la representación gráfica de un vector (figura 1), operaciones de suma de vectores y producto de un escalar por un vector. Así como combinación lineal, interpretación geométrica en GeoGebra mediante deslizadores, tal como se observa en la siguiente ilustración:

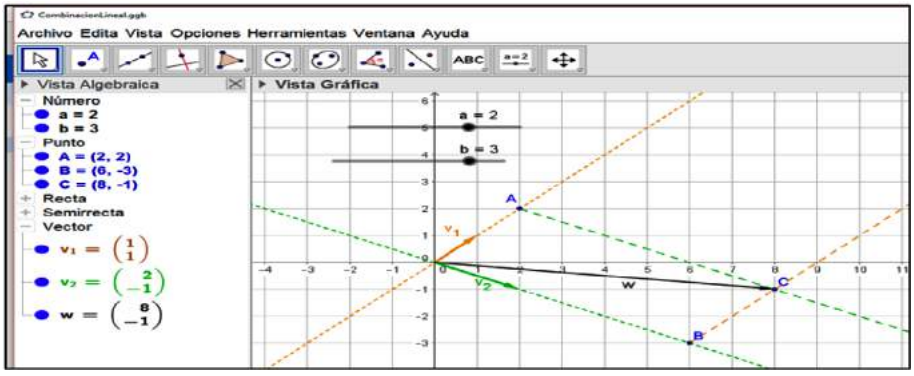


Figura 1.

En la segunda instancia se realizaron coordenadas cartesianas de un vector en n-dimensiones, respecto a una base dada (Fig. 2). Se pidió que describieran y explicaran lo realizado con el programa y propusieran otras situaciones ejemplificando con cálculos y gráficas correspondientes como la siguiente:

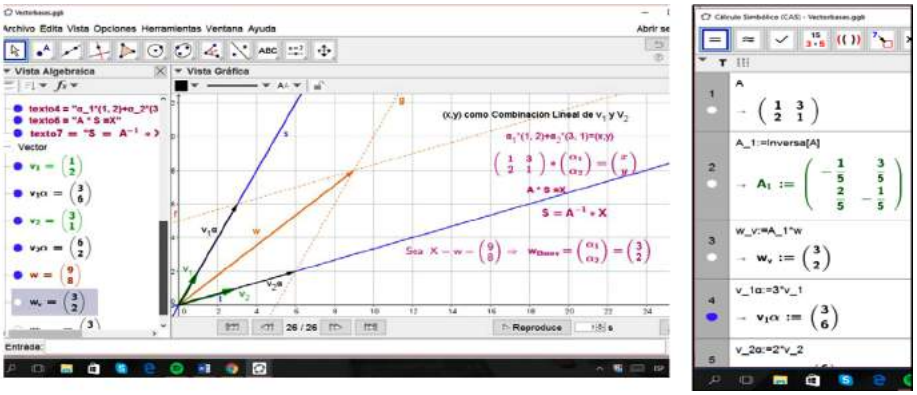


Figura 2.

5. Conclusiones

Las experiencias realizadas, nos condujeron a resultados alentadores, tanto en coloquios y parciales, mejorando los resultados en un 20% de los habituales y en las encuestas realizadas a los alumnos, se mostraron interesados en esta propuesta para abordar los distintos temas.

El trabajo práctico realizado estuvo en coherencia, con los ejercicios que se implementaron, para ser realizado con GeoGebra, siendo más beneficiosa esta forma de trabajo, pero también haciendo más extenso el tiempo de desarrollo práctico. De las encuestas realizadas a los alumnos y docentes, se infiere que la experiencia ha sido benéfica, ahora con el objetivo de que continuar, ampliando el uso del software a mas temas, asumiendo que falta bastante por hacer, para ir mejorando en beneficio del proceso de enseñanza y aprendizaje, que es en definitiva lo que buscamos en forma constante.

6. Referencias bibliográficas

Ammann, S. (2012). *Geogebra entra al Aula de Matemática*. Argentina: Espartaco.

Caccuri V. (2013). *Educación con TICs*. Argentina: Fox Andina.

Burgos, J. (1993). *Algebra Lineal*. España. McGraw Hill.

MODELO DE INNOVACIÓN ESTADÍSTICA: LA CURVA EN S

Jhon Darío López Rojas, Diego Alejandro Guerrero Peña, Manuel Alejandro Domínguez Guerrero

Instituto tecnológico Metropolitano ITM - Medellín Colombia
jhonlopez4469@correo.itm.edu.co, diegoguerrero@itm.edu.co, manueldominguez189667@correo.itm.edu.co

Modelamiento y simulación en ciencias.

Palabras clave: curva en S, frecuencias acumuladas, inferencia, modelo, regresión no lineal.

Resumen

Se realizó un estudio a los ciclos de ventas de una línea de calzado industrial, basados en una aplicación de estadística inferencial, usada para el análisis de crecimiento de poblaciones en la que se asocian variables aleatorias a un modelo no lineal de características específicas de curva en S. Se obtienen puntos de inflexión que serán utilizados en la toma de decisiones estratégicas y así poder determinar los momentos claves para la aplicación de innovaciones, realizar inversiones y generar estrategias de mercadeo.

1. Introducción

Las curvas en S son una teoría que se desarrolla a través de la estadística inferencial y se usa para el análisis de crecimiento de poblaciones en la que se asocian variables aleatorias a un modelo no lineal de características

específicas de curva en S (Aguilar et al., 2012), con ellas se obtienen puntos de inflexión que indican algunos cambios y, consecuentemente, sean utilizados en la toma de decisiones y así determinar los momentos claves para la implementación de nuevas tecnologías o innovaciones; además, proponer estrategias de monitoreo e inversión, generar estrategias de mercadeo específicas y establecer mecanismos de propiedad intelectual de acuerdo con cada fase de la curva en S.

2. Objetivo

Determinar un modelo de curva en S para el sector secundario de la industria para medir siclos de vida y evoluciones tecnológicas, permitiendo la realización de análisis posteriores y generación de nuevas estrategias de innovación.

3. Marco teórico

Esta aplicación estadística es una función matemática que aparece en diversos modelos de crecimiento y constituye un refinamiento del modelo exponencial para el crecimiento de una magnitud, para así modelar la función sigmoidea de crecimiento de un conjunto o población y, a su vez, también la maduración y rendimiento de una tecnología o innovación(Schilling & Esmundo, 2009).

4. Metodología y resultados.

Metodología**.** Se hace un proceso productivo del sector calzado con el fin de corroborar la aplicación del modelo en un producto diferente, que no guarda relación aparente con los ya analizados, repitiendo todo el proceso realizado anteriormente.

Definición de variables. Y proceso productivo montada: indica el número zapatos de seguridad elaborados bajo un proceso productivo específico y vendidos durante determinado periodo de tiempo.

Tabla 1. Productos industria calzado

Producto	Sector	Meses analizados
Montada	Industrial	80

X tiempo: indica el número de períodos que se utilizaron para observar las unidades vendidas. Se elige este proceso al ser uno de los más antiguos de la empresa y porque en el momento pasa por un proceso de sustitución tecnológica en el cual se busca minimizar los costos de producción mediante la reducción del tiempo del proceso productivo de adhesión de la suela y la cantidad de personal requerida para dicho proceso, que pasa de 14 a tan solo 4. Es un producto cuyas características se ajustan perfectamente a las teorías de los modelos logísticos o de curvas en S, en especial a lo que se ha tratado de explicar en este artículo.

Resultados estadísticos del modelamiento de curvas en s (sector calzado)

Tabla 2. Estimación de parámetros del modelo para el proceso productivo Montada

	Montada			
			Intervalo Confianza 95,99%	
Param.	**Coeficiente**	**Error estándar**	**Inferior**	**Superior**
a	-61734	25617,49	-112745	-10723,1
b	1688050	30093,45	1628127	1747974
c	0,098	0,003	0,092	0,104
d	25,856	0,395	25,068	26,673
punto de inflexión	25,856	0,395	25,068	26,643
R-cuadrado	99,70%			
DW	0,0659			
F	8578,482	Valor P <0,001		

Tabla 3. Modelo asjustado para el proceso productivo Montada

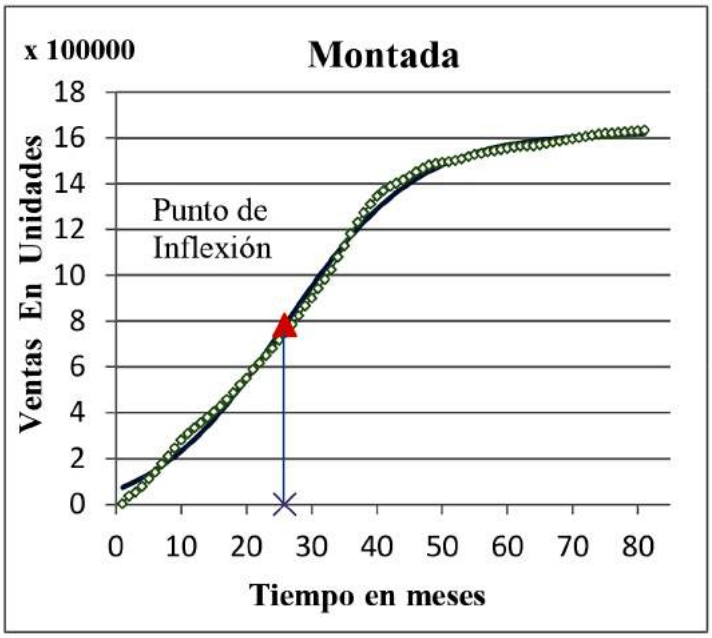
Montada
$Y = 61734.015 + \frac{1688050.46}{1 + e^{-0.098\,(x\,=\,25{,}856)}}$

Análisis de resultados sector calzado

Se observa que el coeficiente de determinación (R-cuadrado) de los productos agrupados bajo este proceso productivo se ubica por encima del 99.7%, lo que indica que el porcentaje de variación en las unidades vendidas de los productos agrupados en este proceso se explica perfectamente por la variación en la relación producto-tiempo, dando como resultado un buen ajuste de los modelos(Cortés et al, 2013). El punto de inflexión indica el cambio en la tasa de crecimiento de las ventas de los productos. Este punto se puede explicar por la implementación de procesos sustitutos para la adhesión de suelas y el aumento de la competencia a través de las grandes superficies y las importaciones chinas y de otros países que tanto afectan al sector calzado en la industria colombiana.

5. Conclusiones

El análisis del ciclo de vida del producto hoy requiere enfatizar en el comportamiento del crecimiento en desarrollos tecnológicos e innovadores, que constituyan un valor agregado para la diferenciación en la gestión organizacional. Es por esta razón que el conocimiento de cambios sustanciales en el tiempo se convierte en un indicador clave que abre nuevas expectativas de innovación tecnológica para la empresa o para mejoras de productos o para implementar nuevas estrategias de mercadeo.



Grafica 1: Modelo curva en s

6. Referencias bibliográficas

Aguilar, S., Ávalos, A., Giraldo, D., Quintero, S., Zartha, J. & Cortés, F. (2012). La Curva en S como Herramienta para la Medición de los Ciclos de Vida de Productos. *Journal of Technology Management & Innovation*, *7*(1), 238–248.

Cortés, I., Zartha, J., Méndez, K. y Castrillón., F. (2013). Rating S curves models applied to the Colombian financial sector. *Revista Espacios*, *34*. Retrieved from http://www.revistaespacios.com/a13v34n03/13340302.html

Schilling, M. & Esmundo, M. (2009). Technology S-curves in renewable energy alternatives: Analysis and implications for industry and government. *Energy Policy*, *37*(5), 1767–1781.

DESARROLLO DE UN APLICATIVO WEB PARA LA SOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE MOVIMIENTO HORIZONTAL UNIFORMEMENTE ACELERADO

Duber Fernando Montoya Agudelo, Christian David Zuluaga Escobar, Carlos Andrés Restrepo G.

Institución Universitaria Politécnico Grancolombiano, Colombia
dfmontoya@poligran.edu.co, czuluaga@poligran.edu.co, carestrepo2@poligran.edu.co

Línea 2: TIC para la inclusión social, educación terciaria

Palabras clave: aplicativo, HTML, cinemática, cálculo.

Resumen

La tendencia en el mejoramiento de la educación se viene apoyando fuertemente en el uso de recursos tecnológicos. Estos se han convertido en una necesidad para la formación a distancia, los cuales requieren disponibilidad web continua. Este trabajo presenta el avance del desarrollo de un aplicativo web en HTML para la solución de ejercicios de movimiento en una dimensión horizontal. El software se diseña usando un formulario de HTML con componentes CSS a partir del framework bootstrap para el ingreso de datos y el cómputo de la respuesta numérica. También se agrega un algoritmo de selección para mostrar la ecuación usada para el cómputo y una imagen asociada al movimiento, para lo cual se escribe el código en la herramienta Javascript y se usa el framework angularjs. El software entrega resultados confiables al ser comparados con los valores numéricos reportados por

los otros calculadores de ejercicios de física encontrados en la web y las respuestas encontradas en los libros de física. Este software será de gran utilidad para el aprendizaje de estudiantes en la solución de ejercicios del movimiento ya que la respuesta numérica está acompañada de un procedimiento general de solución y una imagen asociada al movimiento.

1. Introducción

Hoy día se encuentran disponibles muchos recursos tecnológicos disponibles en la web en pro de la mejora en la calidad e inclusión en la educación. Esta tendencia tecnológica en aumento se ha convertido en un valioso insumo para la inclusión en la educación y la formación a distancia. El trabajo que aquí se muestra, busca aportar en las tecnologías para el aprendizaje a través de una plataforma web que soluciona ejercicios de la física del movimiento.

2. Objetivo

Desarrollar un aplicativo web en HTML para la solución de ejercicios de física de movimiento horizontal uniformemente acelerado, el cual muestre una interfase de usuario para el ingreso de datos, un dibujo asociado al movimiento y la ilustración del procedimiento de la solución.

3. Marco teórico

El movimiento de un cuerpo puede darse en una, dos o tres dimensiones. Para el caso de una dimensión, el movimiento más general es conocido como movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) y ocurre cuando el movimiento se realiza con aceleración constante. El MRUA en un plano, y en particular para un movimiento en línea recta, se describe a través de cuatro ecuaciones, las cuales permiten calcular condiciones finales para velocidad y la posición a partir de condiciones iníciales de posición, velocidad y aceleración (Giancoli, 2008). Estas ecuaciones se han implementado en calculadores web de ejercicios de cinemática donde se ingresan los datos y este arroja un resultado numérico, (Netto, 2016)

4. Metodología y resultados

El aplicativo web se construye con un formulario HTML para el ingreso de datos como interfase de usuario. El formulario pasa a ser analizado por un algoritmo que se encarga de realizar los cálculos, este se encuentra escrito en código de Javascript y se usa el framework angularjs. Los estilos de los componentes HTML se realizan con CSS a partir del framework bootstrap (W3Schools, 1998). Este aplicativo web se prueba con el ejemplo 2.4 del libro de Giancoli (Giancoli, 2008). El cual habla de un carro que acelera en un camino recto, y parte inicialmente desde el reposo (velocidad inicial cero) hasta alcanzar los 90 km/h (velocidad final de 25m/s) en 5s, y plantea como pregunta el cálculo de la aceleración del carro. La solución del ejemplo 2.4, usando el aplicativo web, se muestra en la figura 1. En la primera columna a la izquierda se ingresan los datos de velocidad inicial con un valor de cero, velocidad final de 5m/s y el tiempo de 5s. En la columna de información adicional se escoge aceleración como pregunta y carro como partícula. Seguidamente, se da click en el botón calcular y aparecen al mismo tiempo en el extremo derecho de la figura 1, un dibujo que está asociado el movimiento y debajo de este, un cuadro de desarrollo que incluye la formula usada para la solución, el respectivo reemplazo de los datos ingresado por el usuario y la correspondiente respuesta numérica, que para este caso es de 5m/s^2.

Figura 1. Aplicativo web para la solución de ejercicios de cinemática en una dimensión

Fuente: Elaboración propia

La respuesta obtenida en aplicativo web, es igual a la obtenida en el libro (Giancoli, 2008) y al calculador de ejercicios web (Netto, 2001). Esto, genera confiabilidad en la respuesta que entrega el aplicativo y todos sus

recursos diferenciadores que ayudan al entendimiento del ejercicio, tales como la ordenada y amigable interface de usuario y el dibujo asociado al movimiento; promoviendo autonomía en el entendimiento y solución de los ejercicios de física.

5. Conclusiones

Este aplicativo será de gran utilidad para los recursos TIC ya disponibles, porque muestra el procedimiento general de solución del ejercicio y una imagen asociada al movimiento, lo cual genera autonomía en el entendimiento en el ejercicio a resolver. El aplicativo web para solución de ejercicios de cinemática en una dimensión, entrega respuestas confiables, pues estas son las mismas que se obtienen en la solución de los ejemplos del libro de física y en calculadores web disponibles en la red.

6. Referencias bibliográficas

Giancoli, D (2008). *Física para ciencias e ingeniería*. México D.F. Pearson Educación

Netto, R. (2001). *Fisicanet*. Recuperado el 16 de septiembre, 2016 de http://www.fisicanet.com.ar/calculos/cinematica.php

W3Schools (1998). HTML Styles–CSS. Recuperado el 10 de septiembre, 2016 de http://www.w3schools.com/html/html_css.asp

ELEMENTOS CONCEPTUALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE OBJETOS AUDIOVISUALES PARA UN CURSO VIRTUAL DE MATEMÁTICAS BÁSICAS

Alberto Piedrahita-Ospina, Yolanda Álvarez-Ríos, Jorge Agudelo-Quiceno
Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
albertopiedrahita@itm.edu.co, yolandaalvarez@itm.edu.co, jorgeagudelo@itm.edu.co

Línea: Las TIC como fuente de innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: educación virtual, objeto virtual de aprendizaje, producción audiovisual, matemáticas, didáctica.

Resumen

La formación en el área de las matemáticas se realiza primordialmente desde la clase magistral, el auge de la era digital y la preponderancia de los formatos audiovisuales son una herramienta de uso masivo. Esta ponencia pretende potenciar su uso, para llegar a nutrir espacios de formación tradicionales con una estrategia que permita abordar la fundamentación conceptual, la destreza operativa y las aplicaciones desde un formato diferente. En la búsqueda de estrategias que permitan innovar y aportar en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de las matemáticas, este artículo, plantea la construcción de objetos virtuales de aprendizaje (OVA) con formato audiovisual, para brindar a los estudiantes recursos que permitan mejorar su aprendizaje y a los docentes herramientas para usar estratégicamente

en su proceso de enseñanza. Esta ponencia presenta las tres etapas que deben seguirse para la construcción de productos audiovisuales educativos en cualquier área, particularmente en el área de las matemáticas básicas.

1. Introducción

La débil formación en el área de matemáticas hace que muchos estudiantes de primeros semestres abandonen su educación universitaria, o presenten altos índices de repitencia, especialmente en programas de formación en ingeniería. Una de las grandes barreras para la permanencia de los estudiantes que ingresan a la educación superior es su bajo nivel en razonamiento cuantitativo y lógico matemático, así como también su escasa fundamentación conceptual y la poca destreza operativa. Algunos recursos que se encuentran en el medio, entre ellos los objetos virtuales de aprendizaje (OVA) han sido construidos con el fin de aportar estrategias que permitan mitigar esta situación. Esta ponencia presenta algunos elementos conceptuales para la construcción de OVAs en formato audiovisual como recursos para ser utilizados en el aula y ser usados como apoyo a los programas presenciales o para ser incorporados en cursos virtuales.

2. Objetivo

Aportar algunos elementos conceptuales para la construcción de OVA en formato audiovisual diseñados para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas básicas.

3. Marco teórico

Hace varias décadas surgió la producción audiovisual a partir del desarrollo de tecnologías como la televisión y el cine. Sin embargo, gracias a la masificación de dispositivos tecnológicos, como los teléfonos inteligentes, las tabletas o los computadores personales, la producción audiovisual continua en aumento, y se refuerza aún más, si se considera la ampliación constante de los canales de Internet, que permiten enviar mayor flujo de información y de mejor calidad, con efectos visuales cada vez más nutridos y vistosos.

De acuerdo con Martínez (2010), el lenguaje audiovisual permite expresarse en varios canales a la vez (verbal, visual, textual, gráfico, musical, entre otros) y, por ende, permite influir de distintos modos al receptor, a nivel, racional, emotivo, estético o afectivo, con lo cual se dispone de una riqueza comunicativa difícil de alcanzar por otros medios.

Los objetos de aprendizaje son componentes instruccionales pequeños que poseen una intención formativa, los cuales tienen uno o varios contenidos educativos. Comúnmente un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) está descrito mediante una información o manifiesto de sí mismo. Esta información se denomina metadatos, de modo que puede ser almacenado e indexado en repositorios o plataformas de educación virtual, lo cual tiene la intención de permitir la reutilización del OVA en múltiples aplicaciones (Wiley, 2003).

4. Metodología

En el medio educativo, las instituciones de educación superior orientan la producción audiovisual de sus contenidos disciplinares a ampliar la oferta educativa bajo la modalidad virtual, otras la han concebido como una estrategia para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes por fuera del aula. La construcción de cualquier material audiovisual debe abordar necesariamente tres etapas: pre-producción, producción audiovisual y post-producción, para cada una de ellas se abordarán elementos conceptuales que permitan construir un OVA de calidad.

El guión y sus características (Pre-producción): Lo esencial de esta etapa es la construcción académica de los contenidos que deben elaborarse previamente, denominado guión, el cual demarca y dirige posteriormente la siguiente etapa de producción. En la preproducción, también es importante establecer una sincronía entre el tiempo que durará el video y el concepto alrededor del cual se focaliza la intención formativa de la OVA**.** El protagonista del recurso audiovisual será un docente, para ello se deben considerar algunos aspectos técnicos de dicción, puesta en escena, tono y pausa. Luces, cámara acción (Producción audiovisual): Esta etapa se centra en el rodaje del video, el registro de todos los elementos necesarios para la construcción final, es importante el orden en cuanto a la organización del tiempo y el espacio. Es ideal disponer de un estudio de grabación audiovisual

para que se posibilite grabar mediante la técnica Chroma Key, cámara, luces y sonido que permitan una excelente calidad en imagen y sonido. En esta etapa se logra la conjunción entre la exposición magistral de los contenidos disciplinares, la presentación del contenido disciplinar y la voz del docente durante su exposición. Calidad y formato (Post-producción): Comúnmente, el proceso radica en unir, ordenar, cortar, pegar. Se trata en esta etapa de organizar todas las piezas de video, imágenes y sonido en un ensamble maestro final, denominado montaje. La post-producción termina cuando se codifica el video en un formato de calidad, liviano y entendible para otros computadores, de modo que pueda ser reproducido en dispositivos digitales con pantallas grandes o pequeñas.

5. Conclusiones

En esta ponencia, se presentan algunos elementos conceptuales para la producción audiovisual educativa, donde se plantean una metodología y unos aspectos técnicos, con el fin de apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de las matemáticas básicas.

6. Referencias Bibliográficas

Martínez, Á. E. (2010). Desarrollo audiovisual de contenidos científico-educativos. Vídeo: "Las vacas no miran al arco iris". *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 28*(3), 353-366.

Wiley, D. A. (2003). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de http://wesrac.usc.edu/wired/bldg-7_file/wiley.pdf

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A PARTIR DE LA RETROALIMENTACIÓN DEL ERROR

Sandra Milena Mejía Martínez, Fabio Augusto Rincón Solano, Francisco Javier Córdoba Gómez

Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), Colombia
smilena.mejiam@gmail , fabioaugustorincon@gmail.com, franciscocordoba@itm.edu.co

Línea 2. Experiencias de aula a partir del trabajo con TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Básica Secundaria y Media, Grados 9° y 11°.

Palabras clave: pensamiento matemático, error, retroalimentación, resolución de problemas

Resumen

Este estudio busca desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores encontrados en la evaluación de resolución de problemas, usando el error como un agente transformador y generador de conocimiento que conlleve a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y su actitud frente al área por medio de la retroalimentación constante de evaluaciones que varían su nivel de complejidad a medida que el estudiante va avanzando. Permitiéndoles así alcanzar un manejo temático adecuado y por ende el desarrollo del pensamiento matemático acorde al grado que se encuentren cursando lo cual debe verse reflejado en las pruebas internas institucionales, en pruebas estandarizadas, en su actitud frente al error que ya no tendrá una connotación negativa, sino cons-

tructiva y sobre todo la capacidad de enfrentar la resolución de problemas de manera adecuada.

1. Introducción

La presente propuesta constituye un avance del proyecto de investigación "Desarrollo del pensamiento matemático a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas" en el marco de la Maestría en Ciencias: Innovación en Educación del Instituto Tecnológico Metropolitano y cuyo objetivo general es desarrollar el pensamiento matemático a partir de la retroalimentación de los errores en la evaluación con resolución de problemas

2. Objetivo

Socializar los avances del proyecto de investigación "Desarrollo del pensamiento matemático a partir de la retroalimentación del error en la evaluación de resolución de problemas".

3. Marco Teórico

En lo relacionado al pensamiento matemático, se retoma lo planteado por Bosh (2012), para quien éste incluye pensamientos sobre tópicos matemáticos y procesos de abstracción, justificación, visualización, estimación y razonamiento bajo hipótesis, es decir, todas las formas de construcción de ideas matemáticas en diferentes niveles de conocimiento. De otra parte, en lo relacionado con la teoría del error como fundamento de los conocimientos adquiridos, se retoma lo planteado por Popper (1991), Rico (1995) y De la Torre (2004). Así, para Popper (1991) identificar los errores y eliminarlos resulta fundamental para la generación del conocimiento. Al aplicar este concepto a la enseñanza de las matemáticas –específicamente a la evaluación de resolución de problemas- se pretende que el estudiante aprenda no solo a hacer conjeturas cuando se enfrenta a la solución de un problema, sino que también tenga la capacidad de defender y/o criticar su postura, todo ello en aras de lograr no solo la solución del problema,

sino de hacer reflexivo su proceso de aprendizaje, lo que le daría la oportunidad de desarrollar su pensamiento matemático. De otro lado, Rico (1995), plantea que el error debe ser considerado como una posibilidad permanente de adquisición y consolidación del conocimiento, que requiere unas condiciones y una realidad permanente. Así, admite que el error es parte fundamental del aprendizaje, en tanto que el conocimiento se genera gracias a la corrección de los mismos. Finalmente, De la Torre (2004), plantea que el error se debe asumir como una estrategia de cambio, una oportunidad de orientación cognitiva o socio cognitiva; ya que éste forma parte del currículo oculto y de los valores culturales. Así, el error es parte de la sabiduría popular, pero con una connotación negativa generalmente, por lo que apremia cambiar ese significado y adoptar posturas constructivistas, didácticas y creativas, frente al error.

4. Metodología y Avances

El enfoque de investigación de esta propuesta es mixto, cuyo objetivo es la generación de conocimiento, contando con la sistematización de los resultados con el propósito de que sirvan como precedente de cambio sociocultural en la institución educativa en cuanto a las diversas prácticas evaluativas. Lo cual se realizará involucrando tanto los docentes investigadores como la comunidad en general; determinando como punto de partida un "antes" (evaluaciones previas tipo *Saber* de 9° y 11°, evaluaciones diagnósticas, entrevistas de entrada a grupos focales, encuestas de entrada por medio de "métodos de evaluaciones sumarias" etc.) y como punto de llegada un "después" (evaluaciones tipo saber con preguntas abiertas enfocadas a la resolución de problemas, análisis de resultados, recomendaciones, encuesta de salida "métodos de evaluaciones sumarias, entre otras.) que permitan evidenciar el cambio propuesto.

5. Conclusiones

Se puede concluir, primero que en matemáticas los errores son recurrentes, paradigmáticos y pueden ser tipificados, en su gran mayoría. Segundo, que algunos de ellos se generan debido a paradigmas que reflejan la falta de competencias bien desarrolladas lo que conlleva a un desarrollo inapropia-

do del pensamiento matemático. Por ejemplo, el 87% de los estudiantes de cuarto de primaria, a los que se les aplicó la prueba estandarizada de grado tercero, se equivocaron entre 3 y 16 preguntas; mientras que los de grado noveno el 68% no acertó en ese mismo rango de preguntas erradas, en contraste con los de grado undécimo cuyo porcentaje asciende a 43%. Tercero, si se lleva al estudiante a reconocer, corregir y construir con base a los errores recurrentes en su proceder éste desarrolla su pensamiento matemático llevándolo a un nivel de operación y entendimiento más avanzado a nivel conceptual. Finalmente, identificar el error en sí mismo no conduce a nada sino va acompañado de una reflexión, sino se usa el error como una herramienta didáctica constructiva con la que se pueden indicar estrategias inadecuadas usadas por el estudiante, fallas de compresión, lapsus en ejecución y en todo caso, la posibilidad de diagnosticar y establecer rutas de mejoramiento en los procesos de evaluación y de enseñanza.

6. Referencias Bibliográficas

Bosch, M. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma0-6: Educación Matemática en la Infancia,I*(1), 15-37

De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores: El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación.* Editorial Magisterio del Río de la Plata, Buenos Aires, Argentina.

Popper, K. (1991). *Conjeturas y refutaciones: El desarrollo del conocimiento científico*. 1ª edición, 3ª reimpresión. Barcelona: Ediciones Paidos.

Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF

EL GEOGEBRA Y EL GEOPLANO EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Marger da Conceição Ventura Viana
Universidad Federal de Ouro Preto, Brasil
margerv@terra.com.br

Línea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales
Enseñanza Media

Palabras clave: materiales concretos; aprendizaje de geometría; geoplano; Geogebra.

Resumen

Diversas investigaciones muestran que el uso de materiales concretos, y de otros recursos como software de geometría dinámica, son esenciales para la construcción del pensamiento geométrico y la elaboración de conceptos geométricos. Indican que la enseñanza y el aprendizaje de geometría espacial pueden alcanzarse por representaciones y modelos que hagan posible a los estudiantes observar, manejar, interpretar, construir. Entonces se planteó una pregunta de investigación sobre las contribuciones que el software GeoGebra y materiales concretos ofrecen al aprendizaje del contenido áreas de figuras planas y espaciales para alumnos de enseñanza media. Para responderla se elaboraron estrategias combinando materiales concretos con software de geometría dinámica, para dicho aprendizaje. El punto de referencia teórico estaba fundamentalmente basado en van Hiele, Gazire y Nasser. Los instrumentos de investigación fueron el test de van Hiele, un pre-test y un post-test, y los recursos utilizados fueron el geoplano, figuras geométricas planas y espaciales fabricadas en papel cartón y el software

GeoGebra. De ellos se obtuvieron datos, analizados e interpretados a la luz del punto de referencia teórico consultado. Se encontraron contribuciones como el aumento de la capacidad argumentativa y deductiva, el desarrollo del lenguaje geométrico y el avance en los niveles de pensamiento geométrico.

1. Introducción

La geometría es importante para la descripción e interrelación del hombre con el espacio, considerándose como la parte de las matemáticas más intuitiva y concreta, por lo que puede ayudar a estimular el interés por el aprendizaje de las matemáticas, asociando las ideas geométricas a las numéricas y de medida, apreciándola en el mundo real.

Por otro lado, en Brasil, y en otros países, su enseñanza pierde espacio en matemáticas de enseñanza básica. Generalmente, o se la ignora o se tratan apenas algunos de sus apartados, y de forma relativamente pobre. Se nota cuando, en todos los niveles de la enseñanza, se reciben alumnos con desconocimiento de todo lo que se relaciona con la geometría, causándoles problemas para la comprensión de otros contenidos (Gazire, 2000). Esto justifica la investigación que pretende contribuir a su aprendizaje en la enseñanza media.

2. Objetivo

Considerando la importancia de los recursos materiales para el aprendizaje de geometría, incluyendo la plana y la espacial, en la formación del ciudadano, se formuló el problema de investigación, objeto de estudio y su fin.

¿Qué contribuciones ofrecen el software GeoGebra y materiales concretos al aprendizaje del contenido áreas de figuras planas y espaciales, para alumnos de enseñanza media?

En consecuencia, el objeto de estudio es: contribuciones del software GeoGebra y materiales concretos para el aprendizaje del contenido áreas de figuras planas y espaciales, para alumnos de enseñanza media.

La finalidad es investigar las contribuciones del software GeoGebra y materiales concretos para el aprendizaje del contenido áreas de figuras planas y espaciales, para alumnos de enseñanza media.

3. Marco teórico

En los últimos años, adaptándose a las nuevas exigencias, los educadores matemáticos han discutido diversas perspectivas teóricas, procurando analizar y comprender mejor los procesos comprendiendo la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas, pues tienen importantes papeles como mediadores y orientadores en este proceso.

En cuanto al aprendizaje de geometría, según Nasser (1992), en el modelo de van Hiele, los alumnos progresan según una secuencia de niveles de comprensión de conceptos. "[...] cinco niveles jerárquicos, en el sentido de que el alumno sólo alcanza determinado nivel de raciocinio después de pasar por todos los niveles inferiores". (...) "La superación de niveles depende más del aprendizaje adecuado que de la edad o madurez" (Nasser, 1992, p. 4-5). El paso de un nivel a otro se da por medio de experiencias de actividades adecuadas para las que son necesarios recursos, es decir, medios de enseñanza. El uso de medios de enseñanza diversificados, tales como materiales concretos y softwares educacionales, proporcionan situaciones virtuales que adquieren aspectos con gran proximidad a la realidad. "La habilidad de visualizar puede ser desarrollada a medida que se proporcionen al alumno materiales de apoyo didáctico basados en elementos concretos representativos del objeto geométrico en estudio" (Vieira, 2010, p.55). Entre los softwares de geometría dinámica, con estas posibilidades, el software GeoGebra ha sido empleado como herramienta útil para la enseñanza y aprendizaje de geometría. Además de que su distribución es gratuita y de tenerlo en portugués, funciona en diversas plataformas. En cuanto al geoplano, ofrece apoyo a la representación mental proporcionando una experiencia geométrica concreta a los alumnos, y, además, es de construcción muy simple y accesible.

4. Metodología y resultados

Se elaboró y puso en práctica una secuencia de actividades, desarrolladas con alumnos de enseñanza media de una escuela pública de una ciudad de Minas Gerais-Brasil, que abarcó recursos materiales diversos, como el geoplano, embalajes de productos usados cotidianamente, y el software GeoGebra. Para la verificación, se usaron tests basados en la teoría de van

Hiele. Las contribuciones se analizaron mediante la aplicación de tres tests: el test de los niveles de van Hiele, al inicio de la investigación; el pre-test específico sobre áreas, antes del uso del GeoGebra y de materiales concretos, y el post-test específico sobre áreas (idéntico al pre-test) después de la ejecución de las actividades. Se encontraron contribuciones como el aumento de la capacidad argumentativa y deductiva, el desarrollo del lenguaje geométrico y el avance en los niveles de pensamiento geométrico.

5. Conclusiones

Aunque echar mano de recursos como el geoplano y el GeoGebra, utilizados en esta investigación, puede no ser una solución definitiva para suplir una deficiencia en la enseñanza convencional, crea una nueva posibilidad para el desarrollo de habilidades geométricas y, en consecuencia, para el aprendizaje de matemáticas de forma general, y una oportunidad para comprobar nuevas maneras de enseñar y aprender, pudiendo ser un fuerte aliado para la educación matemática.

6. Referencias bibliográficas

Gazire, E. S.(2000). *O não resgate das geometrias*. Tesis de doctorado no publicada.Facultad de Educación. Universidad Estatal de Campinas. Brasil.

Nasser, L. (1992). *Using the van Hiele Theory to improve secondary school geometry in Brazil.*Tesis de doctorado no publicada.University of London.King's College.London.

Vieira, C. R. (2010). *Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de van Hiele.* Tesis de Maestría no publicada. Universidad Federal de Ouro Preto. Brasil.

COMPRENSIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS MEDIANTE EL SOFTWARE GEOGEBRA EN EL MODELO DE VAN HIELE

Javier Antonio Ríos Rivera, Anuar de Jesús Oyola Charry
Universidad de Antioquia, Medellín Colombia
jariosrive@gmail.com , anuaroyola7@hotmail.com

Linea 1: Diseño de módulo de aprendizaje con GeoGebra para la comprensión de las razones trigonometrícas en el modelo de Van Hiele. Formación docente

Palabras clave: niveles de van Hiele, GeoGebra, fases de aprendizaje, geometría, trigonometría.

Resumen

La comprensión de las razones trigonométricas mediante el software GeoGebra en el contexto del modelo de van Hiele es una propuesta que busca mediante un estudio de casos, analizar la comprensión de las razones trigonométricas de los estudiantes de grado 10. Allí surgen aportes y elementos importantes tales como el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos geométricos y trigonométricos, pasando por determinados procesos de pensamiento y niveles de conocimiento, lo anterior basados en experiencias dentro de las prácticas de aula. Teniendo en cuenta la articulación del modelo de van Hiele con los conceptos y preconceptos establecidos para la comprensión de las razones trigonométricas, surgen descriptores hipotéticos de los niveles de razonamiento de van Hiele, gracias

a los resultados de una prueba diagnóstica y las preguntas relacionadas con la visualización de elementos elaborados mediante el software GeoGebra. Estas estrategias permiten deducir en qué nivel se encuentran los estudiantes y así a partir de un módulo de aprendizaje se pretende que avancen de un nivel a otro, mediante una serie de actividades cognitivas en relación con la comprensión y las fases de aprendizaje de van Hiele.

1. Introducción

Se puede evidenciar que existen dificultades para la argumentación y demostración de conceptos trigonométricos, así como en su enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, nuestras dificultades, en contexto, radican en el desconocimiento o poca comprensión de conceptos previos que permitan la asimilación de los conceptos asociados a las razones trigonométricas; es importante aclarar que esta propuesta no pretende llegar a una demostración de las mismas, sino a la comprensión como tal de los conceptos apoyados en los niveles de razonamiento de Van Hiele, los cuales son una secuencia jerarquizada de etapas (ordenadas) por las que evoluciona la comprensión de un estudiante. (Jaime y Gutiérrez, 1990). Por esta razón, nuestro objeto de estudio es la comprensión de las razones trigonométricas utilizando el software GeoGebra como una estrategia de visualización y verificación, adicionalmente, la comprensión de los conocimientos previos relacionados con éstas para alcanzar nuestro propósito.

2. Objetivo

Diseñar un módulo de aprendizaje enmarcado en el modelo de van Hiele, que surja de la actividad diagnóstica, para lograr un avance en la comprensión de las razones trigonométricas, mediante el software GeoGebra, en los estudiantes de grado décimo (Ríos y Oyola, 2016).

3. Marco teórico

En el marco teórico se tuvieron en cuenta referentes tales como: el concepto de comprensión, componente Insight, los niveles de razonamiento y fases de

aprendizaje de van Hiele, así como las aplicaciones didácticas del software GeoGebra. Teniendo en cuenta una postura constructivista determinada por la concepción del conocimiento, desde una posición interaccionista en la que dicho conocimiento se considera resultado de la acción del sujeto sobre la realidad. (Zapata y Sucerquia, 2009).

4. Metodología y resultados

Se implementaron las técnicas cualitativas: entrevista, observación y análisis documental, a fin de recolectar la información necesaria para determinar avances o dificultades en el desarrollo de actividades contenidas en el módulo de aprendizaje teniendo en cuenta la visualización de elementos geométricos diseñados en el software GeoGebra y los niveles de Van Hiele. Se percibió que los estudiantes del estudio de casos cumplían con la mayoría de los descriptores del nivel 0, nivel 1 y nivel 2, gracias a la secuencia de actividades propuestas en el módulo de aprendizaje y a la visualización de elementos elaborados en el software GeoGebra. Por lo tanto, se ubicaron en un nivel transitorio entre el nivel 2 y el nivel 3. Es importante resaltar que, en el análisis individual, se demostró el avance de cada estudiante en la comprensión de los conceptos relacionados con las razones trigonométricas, evidenciándose el paso de un nivel a otro.

Los resultados parciales que presentan Algarín y Fiallo (2013) sobre la evolución de la comprensión de los estudiantes, sirvieron de material de apoyo para el diseño de actividades en el módulo de aprendizaje, dado que pretendíamos la comprensión de los conceptos y preconceptos asociados a las razones trigonométricas, mediante la visualización de elementos diseñados en el software GeoGebra y la caracterización de las fases de aprendizaje de van Hiele, teniendo en cuenta los descriptores hipotéticos en cada nivel.

5. Conclusiones

En este estudio, se comprobó que los estudiantes lograron la comprensión de muchos conceptos relacionados con las razones trigonométricas, con base en la visualización de elementos elaborados en el software GeoGebra.

Nuestro aporte a la educación matemática, en especial a la trigonometría, se centra, básicamente, en las actividades del módulo de aprendizaje, las cuales son, en su mayoría, de nuestra autoría. Adicionalmente, los descriptores de nivel nos permitieron estructurar las actividades y caracterizar el proceso de comprensión de cada uno de los estudiantes del estudio de casos; por lo tanto, también son un aporte a la educación matemática.

6. Referencias bibliográficas

Algarín, D. y Fiallo, J. (2013). Caracterización de los niveles de razonamiento de Van Hiele específicos a los procesos de descripción, definición y demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas. *Revista Científica*, *7*, 56-60.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El Modelo de Van Hiele. En: S. Llenares y M.V. Sánchez (eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática* (pp. 295 – 384). España: Alfar. Disponible en: http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf

Zapata, S. y Sucerquia, E. (2009). *Módulo de Instrucción en el Marco del Modelo Educativo de Van Hiele para el concepto de convergencia de una serie infinita*. (Tesis de maestría). Medellín: Universidad de Antioquia.

Ríos, J. y Oyola, A. (2016). *Comprensión de las razones trigonométricas mediante el software GeoGebra en el contexto del modelo de Van Hiele*. (Tesis de maestría). Medellín: Universidad de Antioquia.

ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN PROGRAMAS DE INGENIERÍA USANDO GEOGEBRA

Rafael Meléndez, Stevenson Bolívar
Universidad de la Guajira, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia
rmelendez@uniguajira.edu.co, s_bolivar@unijaveriana.edu.co

Línea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias.

Palabras clave: enseñanza de probabilidad, software GeoGebra, herramienta educativa.

Resumen

En este trabajo se exponen algunas ideas sobre cómo aprovechar el software educativo GeoGebra en el contexto de la enseñanza de las distribuciones de probabilidades para variables discretas y continuas en estudiantes de ingeniería. Se presentan casos concretos a través de talleres que buscan dar soluciones a problemas de ingenierías con la ayuda del software GeoGebra y así lograr la interacción entre el manejo de la parte teórica con la herramienta educativa.

1. Introducción

En la actualidad la estadística juega un papel importante en los currículos de enseñanza de educación en todos los diferentes niveles y es herramienta fundamental en la toma de decisiones, además de posibilitar el desarrollo de habilidades cognitivas.

Hoy en día las tecnologías de la información y la comunicación TIC's juegan un papel muy importante en la educación sustentados en una relación estrecha

entre ciencia y tecnología, por ende, se hace necesario presentar algunas alternativas novedosas en el campo de la enseñanza de la estadística a nivel universitario, que es nuestro principal interés. Esta propuesta busca presentar una alternativa de trabajo para la enseñanza de la estadística para estudiantes de ingeniería a través de la implementación del software educativo GeoGebra.

2. Objetivo

Buscar y seleccionar las diferentes herramientas del paquete GeoGebra para estimar probabilidades, distribuciones de variables aleatorias, pensado en la enseñanza de la probabilidad en la educación superior y afianzar los diferentes conceptos estadísticos aplicados en ingeniería.

3. Marco Teórico

Con base en lo anterior la propuesta busca un aprendizaje significativo (Rodríguez, 2004) en el área de la estadística, donde el estudiante de ingeniería interiorice el conocimiento y lo adapte a los conocimientos previos que va a generar su cambio de actitud, a partir del desarrollo de actividades, esto lo mantendrá motivado e interesado. Las tecnologías TICs basadas (Batanero, 2000) en medios interactivos tienen algunos atributos fundamentales, que los distinguen de los medios tradicionales estáticos, que a largo plazo tendrán un gran impacto en la educación. La simultaneidad de los procesos, estimación, gráficas, cambios de parámetros agilizan el aprendizaje y facilitan la labor del docente como guía del proceso enseñanza–aprendizaje (Jones, 2005).

Los cursos de estadísticas en los programas de ingeniería son básicamente cortos y abarcan la parte descriptiva, las probabilidades hasta llegar a la estadística inferencial. Estos obstáculos a menudo se han ampliado mediante el uso de ejemplos muy simples y que carecen de aplicabilidad real en ingeniería y están carentes de pertinencia para los estudiantes. (Wilson, 2002).

4. Metodología y resultados

Para este trabajo se plantean inicialmente algunos cambios de paradigmas. Primero el docente titular quien debe concientizarse que el software educativo es una herramienta facilitadora del proceso enseñanza- aprendizaje.

Se realizaron diversas actividades organizadas por talleres que consistían en plantear un problema a resolver en grupos utilizando el software GeoGebra, que permitiera afianzar los conceptos, como: probabilidades, distribuciones de probabilidad y pruebas de hipótesis de una y dos muestras.

Entre los resultados más sobresalientes sobre esta propuesta de enseñanza están, desarrollar más temas de estadística en un menor tiempo, afianzar los conceptos de probabilidad, distribuciones de probabilidad de variables discretas y continuas, además de asociar la probabilidad con la representación del área bajo la curva. En la aparte de pruebas de hipótesis comprender el concepto de valor p, utilizado para rechazar o acepta la hipótesis nula.

5. Conclusiones

El software GeoGebra permite interpretar la estimación de probabilidad en el caso de variables discretas y continuas, porque visualiza gráficamente estas estimaciones y permite cambiar rápidamente los rangos de valores y observar en la gráfica de sus distribuciones estos cambios. Este paquete no pretende reemplazar softwares estadísticos ampliamente reconocidos en el mercado, sino entregar una herramienta que permita captar de forma ágil y rápida los conceptos estadísticos.

6. Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Recuperado el 20 de noviembre de 2016 de http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf

Jones, G. (2005). Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. New York: Springer.

Rodríguez, M. (2004) La teoría del aprendizaje significativo. Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). *Theory, Methodology, Technology Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping Pamplona*, Spain.

Wilson, R. (2002). What does this have to do with us? Teaching statistics to engineers. University of Queensland Australia. ICOTS6.

OPERACÕES FUNDAMENTAIS COM NÚMEROS COMPLEXOS NO SOFTWARE GEOGEBRA

Rafael Silva Ribeiro
IFES – Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil
profrafaelzu@gmail.com

Grupo 1. Educación secundaria (15 a 17 años de edad)

Palavras chave: números complexos, interpretação geométrica, GeoGebra.

Resumo

Desde o século XIX, a matemática vem passando por um processo de divisão entre sua parte abstrata e suas aplicações às ciências em geral. Entre os muitos temas desta discussão estão os números complexos. Acredita-se que eles nem deveriam ser estudados no ensino médio porque são imaginários. A proposta deste trabalho é propor uma sequência didática para o estudo dos números complexos com o software GeoGebra, na tentativa de mostrar que eles possuem interpretação geométrica, mesmo sendo abstratos.

1. Introdução

Há muito tempo que existe uma certa dualidade no ensino da matemática. Por um lado, entende-se que ela deve ser mais próxima do cotidiano das pessoas, mas por outro ela é um saber abstrato. Esta discussão é muito comum quando se trata dos números complexos.

Roque (2012) nos mostra que em 1813 Argand publica um trabalho onde os números negativos e imaginários poderiam ser representados geometricamente. Ao mesmo tempo, Gauss também escreve sobre os números complexos representados geometricamente. Mas somente com o estudo dos vetores com Hamilton no fim do século XIX, que os números complexos se estabaleceram no estudo da matemática.

Nos dias de hoje, o estudo dos números complexos está longe do dia a dia dos estudantes do ensino médio. Nossa ideia é propor uma sequência de atividades com números complexos a fim de trazer uma interpretação geométrica deles, mais perto da realidade.

2. Objetivos

Criar uma sequência didática para o ensino dos números complexos com o software GeoGebra, explorando sua interpretação geométrica.

3. Marco teórico

Para Iezzi (1977), um número complexo $z = x + yi$, onde x é a parte real e y é a parte imaginária. Por definição, i é a unidade imaginária de tal maneira que $(i)^2 = -1$.

No plano complexo eles podem ser representados como vetores, onde o eixo horizontal é a parte real e o eixo vertical é a parte imaginária, como vemos nas Figuras 1 e 2 (Santos, 2012). Por definição, $z_3 = z_1 + z_2 = (1 + 3i) + (4 + i) = (5 + 4i)$ e também $z_4 = z_2 + (- z_1) = (1 + 3i) + (- 4 – i) = (- 3 + 2i)$. Estas operações geometricamente estão representadas nas Figuras 1 e 2.

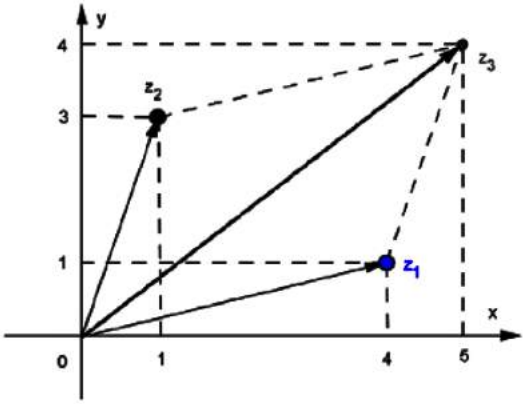


Figura 1. Adição de números complexos

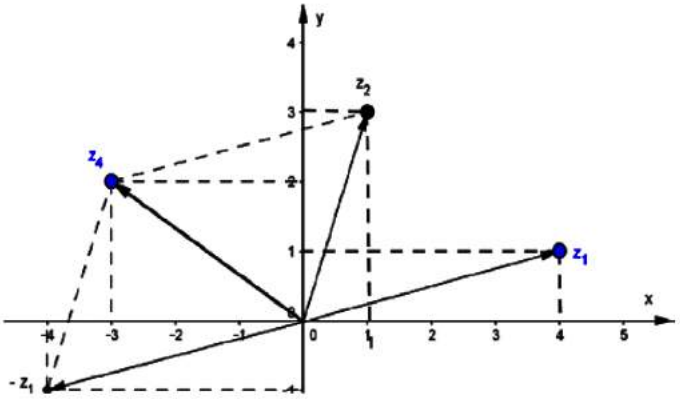


Figura 2. Subtração de números complexos

Dados z_1=–1 + 2i e z_2 = 2 + i, representados nas Figuras 3 e 4, por definição temos que $z_3 = z_1.z_2$ = (-1x2 – 2x1, -1x1 + 2x2) = (- 4, 3)=–4 + 3i. Na figura 3, o triângulo retângulo formado com as coordenadas de z, encontramos $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Neste caso, ρ é a norma de z. O ângulo θ é o argumento de z. No caso de z_1, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Para realizar a multiplicação $z_1.z_2$ no plano complexo, primeiro rotacione o vetor z_1 em torno do vetor z_2, com o mesmo ângulo de seu argumento, para encontrar o vetor z_4. Multiplique o vetor z_4 pelo valor da norma de z_2, como mostra a Figura 3.

Na divisão de $z_1 = 3 + i$ por $z_2 = -2 - i$, temos a fração $\frac{z_1}{z_2}$. Algebricamente realizamos a racionalização do denominador de forma que $\frac{3+i}{-2-i} = \frac{3+i}{-2-i} \times \frac{-2+i}{-2+i} = \frac{-7+i}{5} = -\frac{7}{5} + \frac{1}{5}$ i. Na Figura 4, temos este processo de forma geométrica.

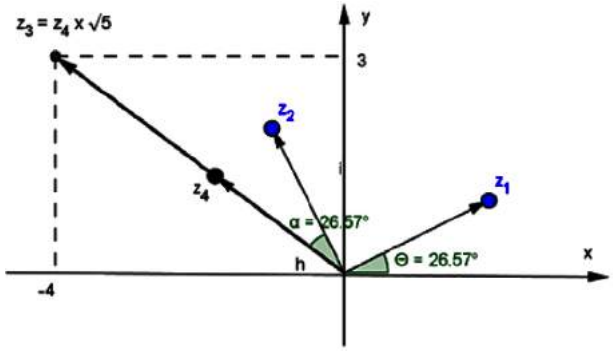


Figura 3: Multiplicação de números complexos

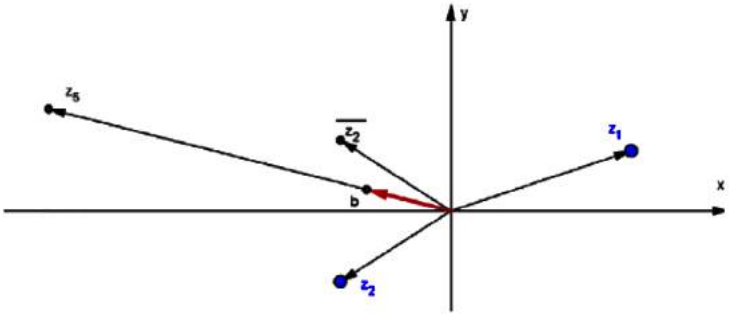


Figura 4: Divisão de números complexos

4. Metodologia e resultados

Primeiramente é necessário uma revisão histórica de como os números complexos que nem eram considerados passaram a ser parte do estudo da matemática, como mostra Roque (2012). Como trabalho será realizado com alunos do terceiro ano do ensino médio, o professor deve realizar os conceitos algébricos paralelamente às construções geométricas feitas

no software GeoGebra. Desta forma os estudantes visualizam conceitos de vetores e números complexos no plano. Espera-se que se tenha uma aprendizagem melhor nestes conceitos.

5. Conclusão

Conceitos algébricos podem ser difíceis de entender. O professor deve então, buscar recursos para trazer um melhor aprendizado. No caso dos números complexos e nos dias de hoje, uma revisão histórica da matemática, uma interpretação geométrica e o uso de tecnologías digitais são recursos que aproximam mais o estudante com a realidade (Matos, 2016).

6. Referências bibliográficas

Iezzi, G. (1977) *Fundamentos da matemática elementar*. Volume 6: complexos, polinômios, equações. São Paulo: Atual.

Matos, M. G. (2016). *O uso do GeoGebra em sala de aula como proposta para facilitar a aprendizagem dos números complexos*. Dissertação de mestrado apresentada a Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica desfazendo lendas e mitos*. Rio de Janeiro, Zahar.

Santos, R. J. (2012). *Matrizes, vetores e geometria analítica***.** Belo Horizonte: Imprensa Universitária da Universidade Federal de Minas Gerais.

EL PAPEL DE LA SIMETRÍA EN LOS DIVERSOS CAMPOS DEL SABER

Pablo Felipe Ardila Rojo, Francisco Javier Córdoba Gómez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
pabloardila@itm.edu.co, franciscocordoba@itm.edu.co

GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales.

Palabras clave: GeoGebra, simetría, álgebra, trasformaciones, rotaciones.

Resumen

El estudio de las formas y sus relaciones ha sido siempre un gran reto, la pintura, la escultura, la poesía y las matemáticas dan muestra de lo antes expuesto. Todo esto tiene un gran agente motivador: las formas de la naturaleza, de las cuales el hombre ha tomado como referente algunas estructuras. El uso de programas especializados como GeoGebra permite reproducir y estudiar el comportamiento de muchas de ellas, además, de brindar una visión rigurosa de todo este universo de formas intrínsecamente relacionadas, en las que subyace, un toque matemático. Muchos de estos conceptos serán de posterior uso en cursos como cálculo, álgebra lineal, geometría y aplicados en ingeniería, arquitectura, biología y otras ciencias.

1. Introducción

El gran reto de la enseñanza de las ciencias está en formar profesionales idóneos que sepan interpretar su mundo y que den solución a numerosos

problemas del entorno.La naturaleza ha sido siempre un marco de inspiración para los desarrollos humanos, no solo por su belleza sino porque ella enseña cómo usar los recursos del medio para poder convivir en armonía con ella. La mayoría de problemas humanos están basados en la no interpretación de los signos de la naturaleza. La simetría de muchas formas, permiten ser más eficiente y aprovechar de forma óptima la luz, el viento, el agua, la comida, entre otros. En la teoría de sistemas, se dice que un sistema es simétrico cuando se verifica que cada una de sus partes ofrece características y condiciones idénticas a las del resto de sus partes, dondequiera y cada vez que ese sistema exista o produzca influencias (Nahle, 2006).

2. Objetivo

Reconocer el papel de la simetría en diversas áreas del conocimiento.

3. Marco Teórico

Según Livio (2006), la simetría significa inmunidad a posibles alteraciones. La forman esos núcleos invariantes de ciertas figuras, frases, leyes o expresiones matemáticas que permanecen inalterables bajo determinadas transformaciones. La simetría vista como ciencia es el estudio de las formas y sus relaciones. En la antigua Grecia, era invocada para la creación de esculturas y obras de arte. Luego del surgimiento de la geometría está jugó un papel crucial ya que muchos objetos matemáticos se reconocieron por su gran cantidad de simetrías, que posterior a Descartes, con el uso del plano cartesiano fueron ampliadas a homotecias, rotaciones y traslaciones (Livio, 2009). También en la música con la obra de J.S, Bach (Hofstadter, 2005), quien es el padre del contrapunto y la armonía, se crearon las obras más grandes de la humanidad usando la simetría de un tema o varios temas, ejemplo de ello es el canon cangrejo. La pintura con Escher también se benefició de la simetría. Hoy en ramas de la química, la genética, la física es usado profusamente este concepto.

4. Metodología

Explicación y definición formal. Desarrollo de ejemplos, elaboración de conclusiones y posibles aplicaciones. Un ejemplo de simetría axial (usando GeoGebra), se puede ver en la figura 1.

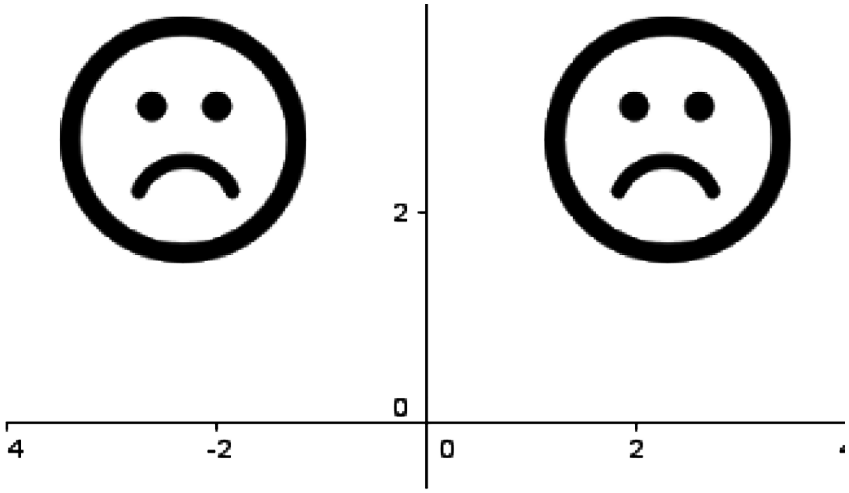


Figura 1. Simetría axial, usando GeoGebra

5. Conclusiones

No hay duda, como afirma Livio (2006), que al igual que en el reino animal, la mente humana tiene una preferencia por la simetría. Baste señalar que al mirar a alguien que lleva las gafas puestas de manera asimétrica, genera en la mayoría de la gente alguna incomodidad. Al entrar en el museo, donde las pinturas muestran un "arreglo" en la figura 12 tiene un efecto desconcertante de manera similar. Numerosos experimentos han demostrado que simetría (y la simetría bilateral especialmente alrededor del eje vertical) es el más rápido para ser reconocida, y los más fáciles de reproducir de memoria.

La simetría es fundamental en el desarrollo de las ciencias. Muchos fenómenos naturales pueden ser explicados y estudiados por su simetría. El uso de programas especializados como GeoGebra permite visualizar y estudiar gran cantidad de fenómenos físicos que involucran algún grado de simetría.

6. Referencias bibliográficas

Hofstadter, D. (2005). *Gödel, Escher y Bach un Eterno y Grácil Bucle*. Madrid: TusQuets Editores.

Livio, M. (2006). Symmetry rules. Recuperado el 5 de octubre de 2016 de https://plus.maths.org/content/os/issue38/features/livio/index

Livio, M. (2009). ¿Es Dios un matemático? Barcelona: Ariel.

Nahle, N. (2006). Artículo Didáctico: Concepto de Simetría en Biología. Biology Cabinet Organization. New Braunfels, TX. Recuperado el 10 de octubre de 2016 de http://www.biocab.org/Simetria_Asimetria.html. No. 262

RECURSOS DIDÁCTICOS EN LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA LINEAL

Pablo Felipe Ardila Rojo, Francisco Javier Córdoba Gómez
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM
pabloardila@itm.edu.co, franciscocordoba@itm.edu.co

Geogebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales.

Palabras clave: GeoGebra, álgebra, isomorfismos, ortonormal

Resumen

Los cursos de álgebra lineal, se destacan por cantidad de temas y por su aplicabilidad. La mayoría de conceptos de algebra lineal o provienen de algún uso o son implementados en procesos industriales, además de ser recurrente su empleo en otras asignaturas. Una de las dificultades está en la poca visualización de estos conceptos que se ven más como objetos teóricos de estudio. ¿Cómo, para dar un contexto en el proceso de Gram-Schmidt usado para obtener bases ortonormales, será posible ilustrarlo en el plano y el espacio? Gracias a GeoGebra podemos ilustrar este proceso. Otro concepto fundamental de álgebra lineal, son las transformaciones lineales, que por medio de operaciones de sólidos y figuras geométricas pueden ser ejemplarizadas. La aplicabilidad de valores y vectores propios, se muestra en las cónicas rotadas, aquellas con término mixto xy. En fin, pretendemos, dar otra visión del álgebra lineal apoyada en GeoGebra.

1. Introducción

En la enseñanza de cursos universitarios se pretende lograr un grado de abstracción que para muchos estudiantes resulta muy complejo, el álgebra lineal, no escapa a ese formalismo y aunque es un área teórica también grandes aplicaciones que se pueden modelar y explicar más fácil usando programas especializados como GeoGebra, esto es sin duda la primera herramienta que un docente debe abordar, puesto que permite bajar el nivel de abstracción, dando referentes prácticos y aterrizando muchos objetos de enseñanza.

2. Objetivo

Relacionar algunos conceptos de uso frecuente en álgebra lineal mediante el uso de GeoGebra

3. Marco Teórico

El proceso de Gram-Schmidt es un algoritmo que a partir de una base cualquiera en un espacio dotado de producto interno la transforma en una base ortogonal y luego la normaliza, esto en virtud del teorema que dice que cualquier espacio con producto interno posee una base ortonormal (Larson y Falvo, 2010; Poole, 2005). Las transformaciones lineales (Hatcher, 2005), que son aplicaciones entre espacios vectoriales que preservan la suma y el producto por escalar, permiten la generalización y la construcción de conceptos como matrices, operaciones de matrices y operaciones de rotaciones y transformaciones en el plano y el espacio.

4. Metodología

Explicación y definición formal. Desarrollo de ejemplos, elaboración de conclusiones y posibles aplicaciones con el uso de GeoGebra.

5. Conclusiones

Muchos conceptos del álgebra lineal se pueden representar y modelar por medio de programas especializados. El proceso de Gram-Schmidt, permite construir una base con vectores ortogonales y estos pueden verse geométricamente en el plano y espacio. Las matrices representan transformaciones lineales, y estas se pueden visualizar como movimientos de cuerpos en el plano y el espacio.

6. Referencias bibliográficas

Hatcher, A. (2005*). Algebraic Topology.* Cambridge :Cambridge University Press.

Larson, R. y Falvo, D. (2010). *Fundamentos de Álgebra Lineal*. Sexta Edición. Cengage Learning.

Poole, D. (2005). *Algebra lineal una introducción moderna*. México.

BILINGÜISMO Y PRÁCTICAS EN EL AULA: POLÍTICAS NACIONALES DE BILINGÜISMO

Paola Andrea Restrepo Marín
Universidad del Quindío, Colombia.
pao_rm@hotmail.com

Maestría en Ciencias de la Educación, Línea de Investigación: Bilingüismo.

Palabras clave: bilingüismo, políticas educativas, prácticas educativas.

Resumen

"La expansión del inglés es vista por muchos como uno de los efectos inevitables de la globalización" (Valencia, 2006, p. 55). En los últimos años los programas y proyectos en relación al bilingüismo han crecido, siendo estos, más accesibles para toda la población. Estos programas están motivados por políticas que orientan su trabajo hacia una sociedad bilingüe. El presente proyecto se inscribe en el campo del bilingüismo, siendo este, estudiado por diferentes campos del conocimiento, en ese sentido, la presente investigación se centra en describir la influencia de las políticas nacionales de bilingüismo en las prácticas pedagógicas en octavo grado en dos instituciones públicas del Municipio de Armenia, a través de diferentes instrumentos de recolección de datos: encuesta a docentes, estudio de campo, análisis de documentos, entrevista a docentes y estudiantes.

1. Introducción

El aprendizaje de una lengua extranjera se ha convertido en uno de los efectos inevitables de la globalización. El bilingüismo, término que ha sido

definido desde diferentes campos de la ciencia y diferentes expertos, no ha pasado inadvertido en nuestro país, región y ciudad. En Colombia, se desarrolla desde el reconocimiento explícito que se hizo en la Constitución de 1991 de Colombia como una nación multilingüe y pluricultural y desde el campo educativo comienza con la Ley General de Educación de 1994 donde se refiere a la adquisición de elementos de lectura y escritura en al menos una lengua extranjera como uno de sus propósitos. Más adelante, el gobierno colombiano crea el Plan Nacional Decenal de Educación – PNDE con la finalidad de fortalecer un programa de bilingüismo. Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional crea los lineamientos curriculares para idiomas extranjeros en 1999. Por otro lado, El Ministerio de Educación Nacional ha formulado diferentes estrategias para el desarrollo del bilingüismo en Colombia. En primer lugar, formuló el Programa Nacional de Bilingüismo 2006-2010, a través del cual se crea la guía 22 Estándares básicos de Competencias en Lenguas Extranjeras: inglés. Luego, el Ministerio de Educación Nacional plantea el Programa de Fortalecimiento al Desarrollo de Competencias en Lenguas Extranjeras (PFDCLE) 2010-2014 y el Congreso de la República crea la Ley 1651–Ley de Bilingüismo. Con base en lo anterior, el Programa Nacional de Inglés 2015-2025 denominado "Colombia Bilingüe", consolida la iniciativa del bilingüismo como una política de estado. En el Quindío se adoptan y aplican los parámetros que nacen del Ministerio de Educación Nacional. Es por esto que la Secretaría de Educación Municipal de Armenia en conjunto con algunos docentes de instituciones educativas públicas de la ciudad y con la asesoría del BNC Colombo Americano, elaboran el proyecto curricular de inglés – Plan de Área Municipal de Inglés PAMI, como parte del programa municipal de bilingüismo enmarcado en el Plan de Desarrollo Municipal 2012-2015. Además, las prácticas en el aula favorecen el aprendizaje y pueden ser un factor motivador o desmotivador para la disposición del estudiante y el profesor. Para lograr la enseñanza de una lengua extranjera, los docentes han utilizado los diversos métodos o enfoques que han surgido y se utilizan en colegios convencionales y bilingües. Métodos o enfoques como: grammar translation method, audiolingual method, task based learning, direct method, silent period, communicative approach y total physical response.

2. Objetivos de Investigación

General: Describir la influencia de las políticas nacionales de bilingüismo en las prácticas pedagógicas en octavo grado en dos instituciones públicas del Municipio de Armenia.

Específicos:

i. Analizar las percepciones de los docentes sobre las políticas nacionales de bilingüismo.
ii. Identificar la manera en que se evidencian las políticas nacionales de bilingüismo en la práctica pedagógica.
iii. Describir la percepción de los estudiantes sobre la clase de inglés.
iv. Describir las prácticas pedagógicas en el aula llevadas a cabo por los docentes.

3. Marco Teórico

Políticas educativas: MEN, 1999; MEN, 2006.

Prácticas de aula: Luzón y Pastor, 1999; Willis, Centro virtual Cervantes, 2015.

4. Metodología y resultados

Con la finalidad de responder a la pregunta: *¿Cuál es la influencia de las* políticas nacionales de bilingüismo en las prácticas pedagógicas en octavo grado en dos instituciones públicas del Municipio de Armenia? Se optó por un tipo y diseño de investigación cualitativo, estudio de caso y micro-etnográfico el cual permite describir y analizar las políticas educativas regionales y nacionales de desarrollo de lengua extranjera y las prácticas educativas en el aula por medio del contacto directo y las observaciones de dos grupos de estudiantes para obtener los resultados en estos aspectos. La población objeto de esta investigación corresponde a dos instituciones educativas públicas ubicadas en la ciudad de Armenia. Las dos instituciones

son de contexto convencional, las cuales tienen como asignatura la lengua extranjera. Además, vienen desarrollando diferentes programas y proyectos impartidos desde el Ministerio de Educación enmarcados en el "Programa Nacional de Bilingüismo" actualmente conocido como Colombia Bilingüe. Los instrumentos de recolección de datos utilizados en este estudio fueron: encuesta a docentes, estudio de campo, análisis de documentos, entrevista a docentes y estudiantes. Se analizaron los Proyectos Educativos Institucionales -PEI de las dos instituciones educativas donde se tuvo en cuenta la misión, visión y modelo pedagógico. También, se realizaron entrevistas a: docentes del área y estudiantes de cada institución. Estos estudiantes pertenecen al grado octavo, entre los 12 y 14 años de edad. Se aplicó una encuesta a los docentes del área para conocer el impacto logrado por los docentes del área de inglés en el aula. Por último, se realizaron observaciones de clase, las cuales permitirían describir y analizar las actividades de las clases que se están realizando en relación a las prácticas pedagógicas en el aula entorno a las políticas nacionales bilingües.

5. Conclusiones o hallazgos

Es importante aclarar que la investigación se encuentra en proceso.

6. Referencias Bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1999). *Lineamientos Curriculares: Idiomas Extranjeros. Bogotá:* Imprenta Nacional.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguas Extranjeras: inglés*. Bogotá: Imprenta Nacional.

Valencia, S. (2006) *El bilingüismo y los cambios en políticas y prácticas en la educación pública en Colombia: un estudio de caso*. Recuperado el

APLICACIÓN EN REALIDAD AUMENTADA ENFOCADA A LAS MATEMÁTICAS

Freddy Giovanny Quintero Vacca, Nicoll Jenniffer Contreras Vargas
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
freddygiovannyquintero@gmail.com, nicoll-23@hotmail.com

Grupo 2. Tecnologías emergentes en educación. Educación secundaria (Transversal de sexto a undécimo).

Palabras clave*:* realidad aumentada, problemas matemáticos.

Resumen

Por la necesidad de realizar una cartelera interactiva, surgió una aplicación donde los estudiantes por medio de sus dispositivos Android, tuvieran la oportunidad de visualizar objetos matemáticos como los primeros cuatro términos de la esponja de Menger, donde el cuarto término mostraba un arreglo de 8000 cubos, ejemplificando así un fractal en 3D.

Luego de ver la aceptación que tuvo el desarrollo de la cartelera interactiva en un colegio de Bogotá, se decidió complementar la aplicación móvil, pasando del conteo de cubos a problemas relacionados con el teorema de Pitágoras, velocidad, productos notables, moda y mediana. Esto con el objetivo de realizar una aplicación que favorezca la visualización y comprensión de ciertos conceptos y objetos matemáticos, además de aportar experiencias nuevas en el acercamiento en distintas áreas de las matemáticas, como geometría, estadística, álgebra e incluso aspectos de física.

Como resultado del mejoramiento de dicha aplicación se logró hacer una presentación de la misma en el quinto encuentro juvenil de matemáticas, con el fin de hacer visible una herramienta emergente que brinde más opciones para el acercamiento y comprensión de ciertos conceptos en matemáticas.

1. Introducción

La realidad aumentada consiste en combinar el mundo real con el virtual mediante un proceso informático, enriqueciendo la experiencia visual y mejorando la calidad de comunicación. Gracias a esta tecnología se puede añadir información visual a la realidad, y crear todo tipo de experiencias interactivas tales como catálogos de productos en 3D, actividades educativas, videojuegos y mucho más.

Aprovechando los beneficios que trae el uso de esta tecnología, Duarte et al. (2009) surgió la idea de mostrar por medio de una cartelera, los cuatro primeros términos del fractal en 3D llamado la esponja de Menger, tal como lo muestra Hernández (2012) junto con otros arreglos de cubos, donde los estudiantes tenían que decir la cantidad de cubos que tenía el arreglo, cambiando la perspectiva con la que veían la figura en realidad aumentada.

Luego de ver el interés y el potencial que tuvo dicha cartelera, se decidió desarrollar algunas actividades que involucraran otros aspectos de las matemáticas, por lo cual se diseñó una aplicación con 10 actividades que relacionaran diferentes áreas de las matemáticas. En esta versión la aplicación contó con actividades referidas al teorema de Pitágoras, operaciones aritméticas, productos notables, moda, mediana, serie geométrica, ecuación con una incógnita y velocidad. Con esto se buscaba evidenciar el potencial que puede tener el uso de la realidad aumentada en las distintas áreas de la matemática.

2. Objetivo del trabajo

Evidenciar el uso de la realidad aumentada como una herramienta emergente, con gran potencial para la enseñanza y aprendizaje de variados conceptos en las distintas áreas de las matemáticas.

3. Marco teórico

Debido a la recién emergencia y uso de esta tecnología no se dispone, con material teórico, que presente evidencia de las consecuencias y resultados del uso de la realidad aumentada en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

4. Metodología y resultados

Para el desarrollo de la aplicación se usó un sistema de puntuación para que el usuario viese los aciertos y desaciertos que tenía al resolver los diez problemas planteados por la aplicación. Cada pregunta tenía tres opciones de respuesta, donde si el usuario se equivocaba perdía cinco puntos por cada respuesta equivocada y el objetivo era mantener los cien puntos con los que el usuario iniciaba.

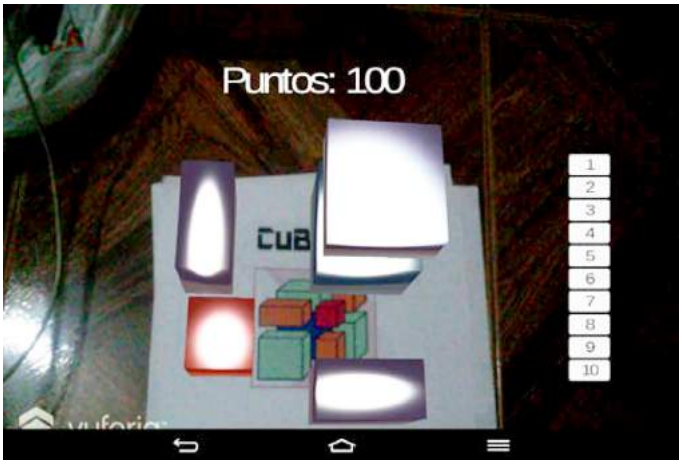


Figura 1. Imagen de la aplicación, problema de productos notables en 3D.

Debido al sistema de puntos implementado se observó que al poner en práctica el uso de la aplicación en el quinto encuentro juvenil de matemáticas, los 16 estudiantes de grado décimo que lograron probar la aplicación competían por mantener los cien puntos hasta el final, lo cual generó que los estudiantes comprobaran sus procedimientos, para verificar que la respuesta elegida era la correcta.

5. Conclusiones

La interacción debida al uso de la realidad aumentada produjo el interés y la participación por parte de los estudiantes hacia los desafíos propuestos, pues el haber mezclado la realidad con objetos 3D, que generaban la sensación de estar presentes en la realidad, hizo que el grupo de estudiantes repasara algunos conceptos vistos anteriormente, (por ejemplo, el teorema de Pitágoras) buscando que su puntuación fuera máxima. Debido al favorecimiento asociado a la presentación, desarrollo y repaso de algunos conceptos, generados por el uso de la aplicación, se evidencia que esta herramienta emergente tiene gran potencial para la enseñanza y aprendizaje de diferentes objetos matemáticos, tal como lo menciona Duarte et al. (2009).

6. Referencias bibliográficas

Duarte, P. V. E., Gómez, H. T., & Toro, J. R. (2009). Estrategias de visualización en el cálculo de varias variables. *Revista Educación y Pedagogía, 18*(45), 119-131.

Hernández, L. (2012). Sucesiones y la dimensión fractal. *Revista Digital Matemática, 11*(1), 1-14.

VIDEOJUEGOS, UNA HERRAMIENTA QUE FAVORECE EL APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS ROTACIÓN Y TRASLACIÓN

Nicol Jenniffer Contreras Vargas, Freddy Giovanny Quintero Vacca
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
nicoll-23@hotmail.com, freddygiovannyquintero@gmail.com

Grupo 2, Las TIC como fuente de innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación secundaria (Sexto grado, 11- 13 años de edad).

Palabras clave*:* habilidades de visualización, traslación, rotación, videojuego.

Resumen

El trabajo de grado titulado "Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación" contiene los resultados de un estudio referente al aprendizaje de los conceptos rotación y traslación, haciendo uso de los videojuegos Big Brain Academy y Big Brain Academy Degree. Para lo cual se diseñaron actividades que buscaban promover la caracterización de los conceptos geométricos mencionados y evidencian el uso de las habilidades de percepción visual.

Para el desarrollo de la propuesta, inicialmente se estructuraron una serie de actividades que requerían el uso previo de los videojuegos Big Brain Academy (2006) y Big Brain Academy Degree (2007), luego se llevó a cabo una socialización posterior a la implementación de las actividades que

permitió caracterizar los movimientos traslación y rotación y evidenciar el uso de las habilidades de visualización.

El desarrollo del trabajo de grado proporcionó evidencias del desarrollo de los conceptos traslación y rotación, a través del uso de habilidades de percepción visual y la interacción con videojuegos en tres estudiantes bogotanos del grado sexto.

1. Introducción

Se considera que los jóvenes hoy en día se ven influenciados por las herramientas tecnológicas, distrayéndolos muchas veces de sus ocupaciones diarias, generando así una disminución en el tiempo que emplean para estudiar. Una de las herramientas tecnológicas más comunes que los niños usan son los videojuegos.

Por lo anterior, se nos abre una nueva posibilidad para comenzar a ver los videojuegos como una herramienta que podemos emplear en las aulas, con el fin de generar en los estudiantes un sentimiento de agrado por la búsqueda y adquisición de algunos conocimientos, tal como lo menciona Díaz y Troyano (2013).

2. Objetivo del trabajo

Determinar si el uso de las habilidades de percepción visual al interactuar con los videojuegos favorece en el estudiante el acercamiento a los conceptos geométricos: rotación y traslación con ayuda de la orientación del docente.

3. Marco teórico

Según Del Grande (1990) el sentido espacial es usualmente referido al proceso de visualizar o a la percepción espacial, esto también comprende los procesos concernientes a escuchar, tocar, oler y a la posición del cuerpo. Este autor describe las siguientes siete habilidades de percepción visual: coordinación ojo-motriz, percepción figura plana, constancia perceptiva,

percepción posición-espacio, percepción de las relaciones espaciales, discriminación visual y memoria visual.

4. Metodología y resultados

El desarrollo de la secuencia se dividió en cuatro momentos. En el primero, los estudiantes exploraron e interactuaron con los videojuegos. En el segundo, se implementaron las actividades propuestas. En el tercero, se realizó una socialización relacionada con la exploración e interacción con los videojuegos. En el cuarto, se hizo un análisis de las respuestas dadas por los estudiantes en los momentos 1, 2 y 3.

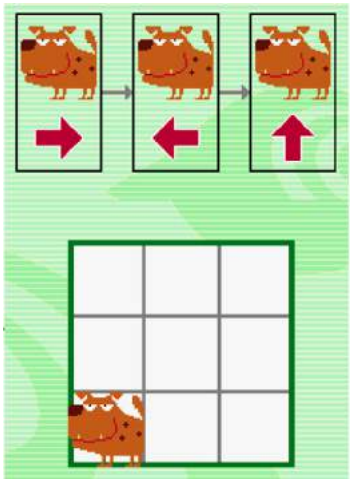


Figura 1. Imagen del videojuego empleado en el desarrollo de la secuencia didáctica (versión Nintendo DS) Big Brain Academy (2006).

Figura 2. Imagen del videojuego empleado en el desarrollo de la secuencia didáctica (versión Nintendo WII) Big Brain Academy Degree (2007).

De acuerdo a la metodología empleada, se logró evidenciar que la interacción con los videojuegos, permitió que los estudiantes que participaron en el estudio, se aproximaran a la caracterización de los conceptos geométricos traslación y rotación, por medio del uso de las habilidades de percepción visual en las distintas actividades implementadas.

5. Conclusiones

La interacción con los videojuegos permitió que los estudiantes tuvieran una puerta de entrada hacia la descripción de ciertas características de la traslación y la rotación, como el movimiento en forma de giro de la rotación, el movimiento respecto de una recta de la traslación, la invariancia de congruencia en la rotación y el sentido en la traslación y rotación.

La interacción con los videojuegos en el momento de la exploración, permitió que el uso de las habilidades de percepción visual, generaran una puerta de entrada al reconocimiento de la invariancia de la congruencia al trasladar o rotar un objeto, ya que el uso de estas dos habilidades permite encontrar semejanzas, diferencias e invariancias entre objetos.

6. Referencias bibliográficas

Big Brain Academy [software de computación]. (2006). Europa, Nintendo.

Big Brain Academy Degree [software de computación]. (2007). Europa, Nintendo.

Del Grande, J. (1990). Spatial Sense. *Arithmetic Teacher, 37*(6), 14-20.

Díaz, J., & Troyano, Y. (2013). El potencial de la gamificación aplicado al ámbito educativo. *Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla*. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de https://fcce. us. es/sites/default/files/docencia/EL% 20POTEN CIAL% 20DE% 20LA% 20GAMIFICACI% C3% 93N% 20APL ICADO% 20AL, 20, C3.

ACTIVIDAD RELACIONADA CON FUNCIÓN CUADRÁTICA PARA EVIDENCIAR HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN Y PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

Nicol Jenniffer Contreras Vargas, Julián David Martínez Torres
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
nicoll-23@hotmail.com, julianmarti_90@hotmail.com

Grupo 1. Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación secundaria (Noveno grado, 14- 15 años de edad).

Palabras clave*:* visualización, generalización, representaciones de la función cuadrática.

Resumen

El trabajo titulado "*Una actividad relacionada con representaciones de la* función cuadrática como medio para evidenciar algunas habilidades de visualización y procesos de generalización" aborda el desarrollo y análisis de una actividad que involucra el concepto de función cuadrática, con dos de sus representaciones, la algebraica y la gráfica (GeoGebra), con el fin de promover en los estudiantes el uso de habilidades de visualización y procesos de generalización.

La metodología llevada a cabo consta de dos partes, la preparación-diseño de la actividad y la implementación de la misma. En la primera parte, se tuvieron en cuenta los sustentos teóricos de visualización y generalización y en la segunda parte, se aplicó una prueba escrita y luego se realizó una

socialización de las respuestas dadas por los estudiantes, lo que permitió puntualizar los aspectos centrales que se abordaron en la actividad.

1. Introducción

La construcción de un nuevo conocimiento depende en gran parte de los conocimientos previos y de la calidad del proceso de aprendizaje que se emplee. En este sentido y en la búsqueda de fortalecer el proceso para la adquisición del conocimiento se hace necesario fomentar la construcción del mismo, mediante actividades que permitan que el estudiante explore las características de los diferentes objetos matemáticos, con el fin de que particularice a cada uno de los mismos y los pueda emplear en diferentes contextos y situaciones, enriqueciendo así la construcción del concepto adquirido. La generalización permite el trabajo con diferentes contenidos matemáticos de manera significativa, ello da paso a que el estudiante establezca las características de los conceptos y las relaciones existentes entre los mismos. De lo anterior se puede decir que las habilidades de visualización y los procesos de generalización son las herramientas que emplea el estudiante para llegar a la adquisición del conocimiento matemático.

2. Objetivo del trabajo

Identificar y describir algunas habilidades de visualización y procesos de generalización en estudiantes de noveno grado usando la representación algebraica y gráfica de la función cuadrática.

3. Marco teórico

Proceso de generalización: Éste puede ser caracterizado por los medios que los sujetos utilizan para reconocer la generalidad. Además los sujetos también requieren contar con la capacidad de expresar la generalidad. Se reconocen tres tipos de generalización, la generalización factual, la generalización contextual y la generalización simbólica (Vergel & Rojas, 2013).

Habilidades de visualización: Las habilidades de visualización se clasifican en dos grupos: psicológicas (coordinación motriz de los ojos, conservación

de la percepción y memoria visual) e intelectuales (reconocimiento de la posición, reconocimiento de las relaciones espaciales, identificación visual, discriminación visual), Gutiérrez (1991).

4. Metodología y resultados

Como se mencionó anteriormente el desarrollo del trabajo se llevó a cabo en dos partes, diseño e implementación de actividades, a su vez la implementación se dividió en dos momentos, el primero enfocado en la representación gráfica de la función cuadrática haciendo uso de Geogebra (imagen **1**) y el segundo centrado en la representación algebraica de dicha función.

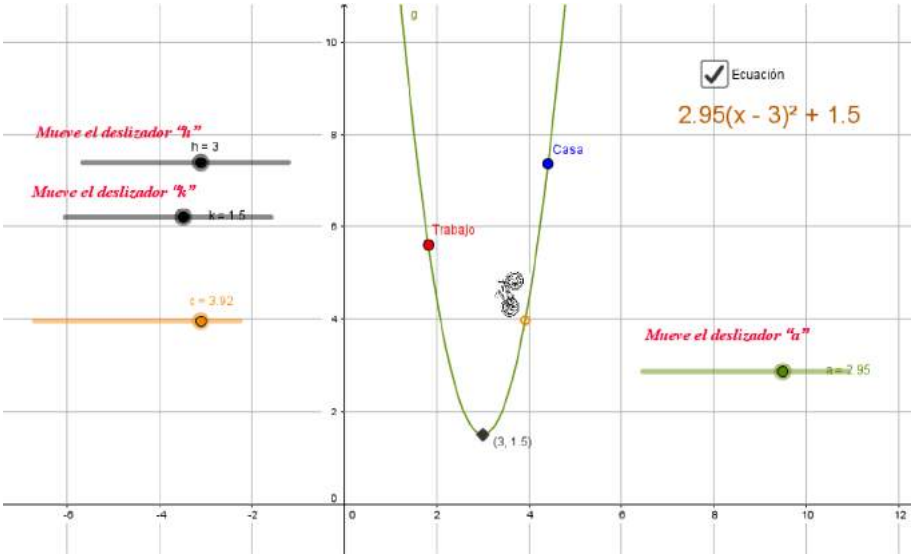


Figura 1. Imagen del archivo de GeoGebra usado para el desarrollo de la actividad

A partir del desarrollo de la secuencia anterior se pudo observar que las actividades implementadas facilitaron que los estudiantes lograran un acercamiento a conceptos relacionados con la función cuadrática, trabajaran en torno a éstos, manipulándolos y explorándolos, permitiendo que basados en lo anterior caracterizaran tales conceptos y posteriormente los reconocieran con mayor facilidad.

5. Conclusiones

El desarrollo de este trabajo de grado proporcionó evidencias del uso de habilidades de visualización y procesos de generalización, mediante la exploración del software geogebra por estudiantes de noveno grado. Dando sustento a los objetivos planteados en este estudio.

En el marco del análisis de los resultados, más específicamente la socialización de la actividad escrita, se logró evidenciar por medio de las respuestas que daban los estudiantes (video) que las habilidades intelectuales estaban presentes a la hora de responder las preguntas; además de esto, los estudiantes lograron inferir ciertas características en la situación y gracias a Geogebra fue posible para ellos comprobar o refutar la validez de estas.

6. Referencias bibliográficas

Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Memorias del tercer congreso internacional sobre investigación en educación matemática. Valencia, España.

Vergel, R. y Rojas, P. (2013). Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista científica*. Edición especial, 760-766.

ONDAS VIAJERAS Y ESTACIONARIAS EN UNA DIMENSIÓN CON GEOGEBRA

Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López
Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia
inaudax@gmail.com, albertociro@itm.edu.co

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, educación terciaria (pregrado).

Palabras clave: onda viajera, estacionaria, energía, fase, longitud de onda.

Resumen

Se propone hacer el estudio de ondas viajeras y estacionarias con la inclusión de GeoGebra. Para ello se presenta desde el modo algebraico las ecuaciones de dos ondas viajeras en una cuerda con las mismas propiedades de número de onda y frecuencia, pero con direcciones de propagación opuestas. En el software, se asigna extensión finita a la cuerda y se impone la condición de que los extremos de la cuerda no oscilen para que así aparezcan las restricciones sobre las amplitudes de oscilación, longitud de onda y frecuencia de cada onda viajera. La onda resultante en cada punto es la superposición de las dos ondas viajeras. La onda global en la cuerda se denomina onda estacionaria. Esta onda se caracteriza porque presenta puntos de máxima amplitud y puntos de amplitud cero. GeoGebra presenta un ambiente amigable tanto en el modo algebraico como en el gráfico lo que le permite al usuario manejar de manera simultánea los parámetros en las ecuaciones para alcanzar claridad y resultados concluyentes, logrando así entender el estado dinámico de una onda viajera y una onda estacionaria.

1. Introducción

La inclusión de GeoGebra en el estudio de la física desempeña un rol protagónico por su carácter facilitador en el manejo de sus herramientas y su carácter interactivo, que permite al usuario tratar las situaciones de la física mediante ecuaciones que integran simultáneamente tanto variables como parámetros, pudiéndose ambos ser cambiados a criterio en el empeño de buscar una solución; además de ofrecer una gran versatilidad en el logro de imágenes en dos y tres dimensiones. El hecho que sea un software aplicado al cálculo, ecuaciones diferenciales entre otras, hace posible su implementación en las actividades docentes de profesores de física y académicas de estudiantes de carreras científicas y de ingenierías. No es mucha la información que se tiene sobre su inclusión en la física, lo cual nos motiva a trabajar para innovar la metodología de la enseñanza y el aprendizaje según Gamboa (2007).

2. Objetivo

Mostrar la inclusión de GeoGebra en física en los procesos de enseñanza y aprendizaje del tema ondas viajeras y estacionarias.

3. Marco teórico

Se propone considerar la propagación de izquierda a derecha de una onda transversal sinusoidal a través del eje X con las características bien definidas de amplitud, frecuencia, número de onda y velocidad de fase. Todos los puntos del eje oscilan con la misma frecuencia y amplitud, pero con fases diferentes convirtiéndose en osciladores armónicos. Osciladores separados por un número entero de longitudes de onda, oscilan en fase y por un número impar de semilongitudes de onda lo hacen en contrafase. La energía de esta onda se propaga de izquierda a derecha. De igual manera considérese la propagación de derecha a izquierda de otra onda transversal sinusoidal a través del eje X con los mismos parámetros de frecuencia y número de onda de la onda anterior; en este caso la energía se propaga de derecha a izquierda. Si consideramos que ambas ondas se propagan sobre una cuerda de longitud L que coincide con el eje X, y que uno de sus

extremos coincide con el origen X=0, y el otro se ubica en X=L, entonces se produce en la cuerda una onda estacionaria. Este fenómeno se da debido a la superposición de dos ondas viajeras en direcciones opuestas en un medio de extensión finita. A una de las ondas se le denomina onda incidente y a la otra onda reflejada; estas definiciones se toman con respecto a uno de los extremos de la cuerda.

4. Metodología y resultados

La cuerda de longitud L se localiza en el eje positivo de las X, con extremos fijos en el origen y en X=L. Se incluye una onda viajera que se propaga hacia la izquierda incidiendo en el origen X=0. En este punto la onda se devuelve dando lugar a una onda reflejada con dirección hacia la derecha. Por tanto, en cualquier punto de la cuerda la onda resultante es la superposición de la onda incidente con la reflejada. Los valores de amplitud, frecuencia y número de onda restringidos por las condiciones de borde, se ingresan en el modo algebraico del software para generar en el modo gráfico tanto las ondas viajeras como la onda estacionaria, como se muestra en el gráfico adjunto. De esta manera el estudiante aprende de manera fácil sobre ondas viajeras y estacionarias y puede abordar posibles soluciones a problemas de cuerdas vibrantes.

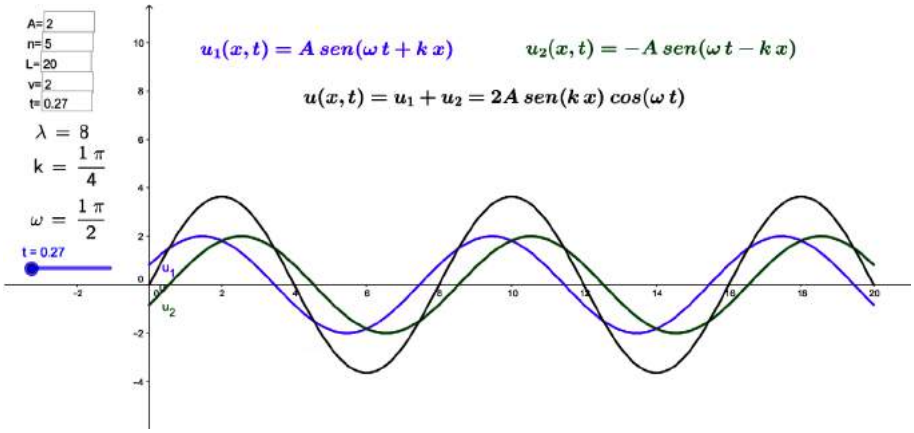


Figura 1. Ondas viajeras en direcciones opuestas y onda estacionaria resultante en GeoGebra.

5. Conclusiones

El uso de GeoGebra le permite al estudiante el logro de competencias según Santos (2001), en este caso, en el estudio de las ondas debido a su ambiente amigable, por ejemplo, en el manejo simultáneo de sus variables, lo cual se requiere para lograr resultados claros y concluyentes. También en el modo gráfico, la posibilidad de tener animaciones que pueden hacerse en tiempo real, permite entender el estado dinámico de una onda viajera y de una onda estacionaria.

6. Referencias bibliográficas

Gamboa, R. (2007). Uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación matemáticas*, *2*(3), 11-44.

Santos, M. (2001). Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*, *20*, 247-258.

ENSEÑANZA VIRTUAL DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Adolfo León Obando Santamaría
Autor independiente. Colombia
alos1828@hotmail.com

Enfoque virtual de la enseñanza de las matemáticas a nivel secundaria.

Palabras clave: secundaria, paso a paso, álgebra, trigonometría, TIC.

Resumen

El presente proyecto educativo hace especial énfasis en el aprovechamiento de las TIC como un refuerzo en las actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a nivel de secundaria. Está enfocado a explicar los contenidos matemáticos y geométricos de la educación a este nivel, por los diferentes canales de comunicación posibles: exposición en monitor en el aula de clase, personalizada vía web, mediante la interacción colegio-alumno y por emisiones en la televisión comunitaria. Su metodología se basa en la exposición de los fundamentos teóricos de cada grado de enseñanza, acompañando esta explicación paso a paso, con ejercicios completamente digitalizados, con audio incluido, colores que diferencian los diferentes procesos, citas y presentación de conceptos anteriores necesarios y animación con efectos de entrada y énfasis, de cada línea de texto que se está explicando de acuerdo con el audio. Esto facilita la repetición ilimitada de los procesos con dificultades, aún sin la presencia del docente de la asignatura.

1. Introducción

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a todos los niveles en general, ha sido el mayor obstáculo al que se han visto enfrentados tanto educadores como educandos en el trajinar de su vida de académica. Los estudios, estadísticas y resultados han demostrado que se avanza muy lentamente en la solución de esta situación. Las falencias acumuladas en el aprendizaje durante la educación primaria, se ven reflejadas en el rendimiento y aprendizaje de las matemáticas en la educación media, acentuándose en la mayoría de los casos al enfrentar el alumno el aprendizaje del álgebra fundamental, reflejando su máxima expresión de dificultad, cuando el alumno aborda el estudio de la trigonometría, la geometría analítica y la física. Actualmente existen ayudas tecnológicas, que bien aprovechadas pueden generar facilidades educativas que propicien un aprendizaje efectivo, y en tiempo razonable. En el desarrollo de estas ayudas se debe combinar la experiencia docente, el conocimiento de las herramientas tecnológicas disponibles, detección de las falencias que acentúan el problema y la habilidad para hacer hincapié y minimizar las dificultades en determinados tópicos matemáticos.

2. Objetivos

Desarrollar un proyecto enmarcado dentro de los alcances y beneficios que proporcionan las TIC donde se minimicen las dificultades presentes en los procesos de aprendizaje matemático.

Dar un nuevo enfoque al proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en el cual la teoría, explicaciones y ejemplos provengan en su totalidad del uso de las TIC.

Facilitar la repetición ilimitada de la explicación en determinados procesos.

Masificar el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, a través de la enseñanza virtual, cubriendo con ello regiones apartadas donde por diferentes razones, no es posible contar con la presencia permanente de un docente especializado en el área.

3. Marco teórico

Los cada vez más deficientes resultados académicos a nivel nacional y los discretos resultados a nivel internacional (pruebas Pisa), sugieren un cambio rotundo en el modelo de educación colombiano. Se debe aprovechar la íntima relación que el estudiante tiene con la tecnología. Asimilando esta relación a una ley de transitividad, podemos decir que: dado que el estudiante actual está íntimamente ligado a la tecnología como su aliada y amiga y las matemáticas se imparten a través de la tecnología, entonces las matemáticas serán amigas y aliadas del estudiante. La teoría relacionada con cada tópico matemático tratado, tiene suficientes ejercicios específicos de aplicación. El proyecto, permitirá al docente, dar otro enfoque a sus clases, pues el tiempo de explicación y escritura en el tablero, puede dedicarlo a atender casos específicos de dudas o refuerzo. Eventualmente se facilita una clase con la ausencia del docente, pues el audio está acoplado directamente al paso a paso, propuesto en cada ejercicio.

4. Metodología y resultados

- Se establecieron el contenido y dificultades en cada uno de los grados de educación media y se determinaron el tiempo y profundidad que se dedicará a cada tema por desarrollar.
- Se redactó la teoría asociada con cada tema y se diseñaron los ejercicios que serán desarrollados en esos ejes temáticos. Los fundamentos teóricos y la totalidad de los ejercicios planteados son de exclusiva producción del autor, esto para evitar en un futuro situaciones incómodas relacionadas con la “usurpación” de derechos de autor.
- Se digitaron en procesador de texto matemático Math Type, la teoría y los ejercicios relacionados, empleando recursos de edición tales como colores, recuadros, animación.
- El texto base ya editado, se trasladó al presentador de diapositivas, en este caso Power Point.
- Una vez revisado cada tema, se procedió a introducir el audio correspondiente, sincronizando el movimiento del cursor guía, las animaciones y efectos, con la voz del autor.

- Para el proceso de difusión en la red y enriquecimiento de los efectos de presentación se empleará el software profesional Adobe Premier.
- El proyecto se dividió en clases (sesiones de video) de 45 minutos en tiempo real por grado, que varían entre 100 y 120, dependiendo de la intensidad horaria asignada a la materia.
- Se pueden hacer repeticiones, devoluciones o pausas del video las veces que sea necesario.

Sin lugar a dudas, el resultado más esperado con el desarrollo de este proyecto, es el cambio de actitud del estudiante, con respecto al aprendizaje de las matemáticas. Con él se podrán programar actividades de refuerzo y repetición de los temas con dificultades. El docente podrá dedicar parte de su tiempo solamente a resolver inquietudes y recordar conceptos anteriores necesarios. La cobertura del proyecto abarcará regiones apartadas que por diferentes razones no tengan la presencia de un docente de matemáticas.

5. Conclusiones

La implementación de proyectos de ayudas educativas enmarcadas dentro de las Tics, permitirán disminuir ostensiblemente el bajo nivel de aprendizaje y rendimiento en el área de las matemáticas y de paso detener el ascendente nivel de deserción escolar asociado con este factor.

6. Referencias bibliográficas

Kilpatrick, J. Gómez, P. Rico, L. (1998). *Educación matemática. Errores y dificultades*. Colombia: Universidad de Los Andes.

Rico, L. Gutiérrez, J. (1994). *Formación Científico-Didáctica del Profesor de Matemáticas de Secundaria*. Granada: Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada.

TALLERES

CREACIÓN DE LIBROS GEOGEBRA Y CREACIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE GRUPOS GEOGEBRA

Rodolfo Fernández de Lara Hadad
Tecnológico de Monterrey – Campus Cumbres, México.
rodolfo.fernandez.de.lara.h@itesm.mx

Línea de trabajo: Grupo 1. Nivel: Formación docente.

Palabras clave: libros GeoGebra, adopción de materiales, creación de ejercicios, hojas dinámicas, grupos GeoGebra.

Resumen

El objetivo de este taller es dar a conocer a los participantes las adecuaciones que se han realizado en el sitio comunitario de GeoGebra, tales como la posibilidad de crear libros GeoGebra y la creación de grupos de trabajo en línea (grupos GeoGebra). Los participantes aprenderán a adoptar y organizar conjuntos de hojas de trabajo en libros GeoGebra, así como a enriquecerlos agregando textos, sitios web, videos de youtube, imágenes, ejercicios, pdfs y más hojas dinámicas, todo sin necesidad de saber utilizar la aplicación para realizar construcciones. Por otra parte, los participantes serán capaces de formar grupos Geogebra con sus estudiantes y con colegas para el uso o la creación de hojas de trabajo y libros GeoGebra.

1. Introducción

El sitio geogebra.org administrado por GeoGebra Team (2015) alberga al día de hoy cientos de miles de hojas dinámicas de GeoGebra construidas y compartidas por usuarios de todo el mundo, pero los últimos dos años, adecuaciones en el sitio hacen posible la adopción y organización de estos materiales en libros GeoGebra, los cuales pueden ser enriquecidos con textos, videos, imágenes, ejercicios, pdfs, sitios web y más hojas dinámicas, permitiendo el diseño completo de secuencias didácticas o materiales de apoyo para diversos formatos y estrategias de aprendizaje, especialmente cuando se requiere que el alumno trabaje fuera de clase y tomando en cuenta la cantidad de construcciones ya compartidas en geogebra.org se elimina la necesidad de dominar el uso de GeoGebra para implementar construcciones propias. Otra adecuación que se realizó al sitio por GeoGebra Docu Team (2015) fue la posibilidad de formar grupos de trabajo en línea con colegas y estudiantes (grupos GeoGebra) para colaborar en la construcción y uso de hojas o libros GeoGebra, esta plataforma permite asignar tareas y privilegios de cada participante, así como la posibilidad de interacción por medio de un foro específico para el grupo.

2. Objetivos

1) Aprender a adoptar y organizar applets de GeoGebra en libros GeoGebra y enriquecerlos con video, texto, pdfs, páginas web, imágenes y ejercicios.
2) Aprender a crear y administrar grupos GeoGebra con colegas y con estudiantes.

3. Metodología

Parte 0. Presentación, cuenta de inicio y navegación general en el sitio geogebra.org**.** (10 minutos)

Parte 1. Creación y edición de libros GeoGebra.

1.1. Navegación en el sitio de materiales compartidos. (10 minutos)
1.1.1. Búsqueda de materiales

1.1.2. Descripción de Hojas dinámicas y Libros GeoGebra

1.2. Algunas formas de adopción de materiales compartidos por usuarios (15 minutos)
1.2.1. Agregar a favoritos
1.2.2. Hacer una copia
1.2.3. Descargar
1.2.4. Incrustar
1.2.5. Compartir

1.3. Creación de hojas dinámicas (20 minutos)
1.3.1. Metadatos de la hoja dinámica
1.3.2. Agregar texto con ecuaciones
1.3.3. Agregar applets de GeoGebra
1.3.4. Agregar páginas web (y sus limitaciones)
1.3.5. Agregar pdf
1.3.6. Agregar videos del sitio youtube
1.3.7. Agregar imágenes
1.3.8. Agregar ejercicios de autoevaluación

1.4. Creación de Libros GeoGebra (15 minutos)
1.4.1. Metadatos del Libro GeoGebra
1.4.2. Creación y edición de capítulos
1.4.3. Agregar hojas dinámicas a capítulos

Parte 2. Creación y administración de Grupos GeoGebra

2.1 Algunas formas de establecer contacto con usuarios de geogebra.org (5 minutos)
2.1.1. Seguidor
2.1.2. Grupos GeoGebra

2.2. Creación y administración de Grupos GeoGebra (40 minutos)
2.2.1. Creación de un nuevo Grupo GeoGebra y sus metadatos.
2.2.2. Agregar nuevos integrantes compartiendo el código del grupo
2.2.3. Modificación de atributos para miembros del grupo
2.2.3. Publicación de imágenes, texto, video, pdf, y archivos GeoGebra
2.2.4. Discusión con uno o más miembros del grupo

2.2.5. Creación de tareas para estudiantes del grupo
2.2.6. Recepción de los trabajos de los estudiantes y retroalimentación

Los participantes que no dispongan de una cuenta activa de geogebra.org serán invitados a generar una. Se espera el trabajo de los participantes en todo momento siguiendo las instrucciones de creación y edición de un libro GeoGebra, el cual será el producto esperado de la primera parte; para agilizar esta parte el instructor compartirá por medio de un drive materiales listos para usar en la generación de libros para los participantes que deseen usarlos y no quieran invertir tiempo del taller buscando otros materiales. En la segunda parte del taller se formarán equipos entre los participantes y cada equipo creará un grupo para experimentar con los puntos indicados en el contenido del taller. Requisitos: **c**ontar con computadora portátil o de escritorio con browser, preferentemente Chrome o Firefox. No está limitado a los dispositivos mencionados, pero en experiencias anteriores para este taller se ha observado en algunos casos que el sitio no ofrece funcionalidad óptima en exploradores de dispositivos móviles como tabletas o teléfonos, especialmente el explorador Safari.

Final: Cierre del taller (5 minutos)

5. Conclusiones

Los conocimientos compartidos en este taller han sido de especial valor para los profesores que encuentran difícil el uso de GeoGebra y prefieren adoptar lo que ya está compartido en el sitio comunitario, pero incluso quienes dominan la aplicación han encontrado que estas adecuaciones son herramientas muy útiles para la generación de materiales de trabajo completos y de alta calidad.

6. Referencias bibliográficas

GeoGebra Team (2015). Materials. Extraído el 23 de agosto de 2015, de https://www.geogebra.org/materials

GeoGebra Docu Team (2015). GeoGebra Groups. Extraído el 22 de septiembre de 2016, de https://www.geogebra.org/m/rQrbooeq

GRAFOS CON GEOGEBRA EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Teresa Braicovich, Marcia Oropeza, Patricia Caro
Universidad Nacional del Comahue, Argentina
teresabraicovich@gmail.com,marciaoropeza@yahoo.com.ar, caropatriciaj@yahoo.com.ar

Línea de trabajo 1. Taller. Formación Docente.

Palabras clave: grafos, geogebra, voronoi, delaunay.

Resumen

El objetivo de este taller es presentar a los docentes y/o estudiantes del profesorado de matemáticas el trabajo que se puede llevar a cabo mediante el uso del paquete de "matemática discreta de GeoGebra", en particular con algunos conceptos de grafos. Hace más de dos décadas nos encontramos trabajando e investigando en lo referido a la enseñanza de la teoría de Grafos en los diversos niveles educativos, siempre dentro del marco de los diversos proyectos de investigación que hemos desarrollado y que fueran financiados por la Universidad Nacional del Comahue (UNCo.), Argentina. La teoría de grafos ha tenido un gran auge en las últimas décadas, pero no existe suficiente material referido a la investigación de este tema como asunto de enseñanza y menos aún si esa enseñanza es llevada a cabo con el apoyo de herramientas computacionales. Se conoce la gran posibilidad que brindan las herramientas computacionales en la enseñanza y también en la investigación, atendiendo a esto es que en este taller se brindaría la posibilidad de trabajar algunos conceptos de grafos desde las propias aplicaciones y además descubriendo los contenidos geométricos que les dan sustento.

1. Introducción

En un principio se consideraba a los grafos como parte de la topología, pero actualmente se considera que es una rama de la matemática Discreta, este tema ha tenido un gran auge en los últimos años asociado en gran medida a los importantes avances que se han dado en informática. Los recursos tecnológicos brindan una posibilidad interesante para el trabajo con grafos y en particular se puede trabajar, entre otros, con el software GeoGebra. En particular, en las últimas versiones de este software se observa la aparición de un mayor número de herramientas avanzadas relacionadas con el campo de la matemática Discreta y dentro de esta rama se consideran algunos temas de la teoría de grafos. Es importante aclarar que esto tiene utilidad en investigación y también en docencia.

2. Objetivo

Presentar a los asistentes un tema relativamente nuevo, como es la teoría de grafos mediante uso de recursos informáticos, a partir del descubrimiento de sus posibles aplicaciones y de la profundización del concepto matemático que se ponga en juego.

3. Marco teórico

Acordamos con Villarreal (2012) que existe cierta resistencia al uso de tecnología en ambientes educativos por temor a lo desconocido y/o a perder el control en el aula, desconocimientos de softwares, etc. Por lo otro lado, hay que garantizar a los estudiantes el abordaje de la tecnología no como auxiliar para mostrar gráficos y/o unas construcciones geométricas; ellos tienen que tener la oportunidad de aprender matemáticas con la computadora. Coincidimos con Alsina (2011) en la importancia de dar a los estudiantes el tema grafos por ser de máxima actualidad y aplicable en distintos ámbitos. Por otro lado, de acuerdo con Falcón y Rios (2013) lo presentamos al tema con el uso de GeoGebra.

4. Metodología

Durante el encuentro se hará que los asistentes trabajen de manera individual en algunas situaciones y de manera grupal en otras, consultando todo aquello que consideren necesario.

Los temas de grafos que serán trabajados en el desarrollo del taller son:

- Grafos de Voronoi: esta estructura captura la información de proximidad de un conjunto de puntos P descomponiendo al plano en regiones poligonales convexas. Se basa fundamentalmente en la proximidad, suponemos dado un conjunto de puntos en el plano con al menos dos elementos, a cada uno de estos puntos se le asocian aquellos puntos del plano que están más cerca suyo que de los demás puntos.

- Grafos de Delaunay: Es una red de triángulos que cumple la condición de Delaunay, esta condición dice que la circunferencia circunscripta de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo. En este caso los puntos son los vértices del grafo y los lados de los triángulos serán las aristas. Dado un conjunto de puntos se puede triangular, pero lo importante es determinar si esta triangulación cumple la condición de Delaunay para saber si es útil. Una propiedad importante es que esta triangulación forma la envolvente convexa del conjunto de puntos.

A partir de un conjunto de puntos en la vista gráfica de GeoGebra deberán usar la sentencia de Voronoi y analizar cuáles son las propiedades que tienen los puntos de cada una de las regiones, para este tipo de actividades es importante el uso del software, ya que permite conjeturar a medida que se vayan cambiando de posición algunos de los puntos y de esa manera ir descubriendo qué sucede en los distintos casos. Se pediría que utilicen la triangulación de Delaunay y la envolvente convexa del mismo conjunto de puntos y relacionen ambos conceptos con el grafo de Voronoi. Se propondrá a los asistentes que encuentren situaciones reales de distinta índole para las cuales sería útil trabajar con el grafo de Voronoi y se hará hincapié en la aplicabilidad de grafo. Estas actividades exigirán usar algunos conocimientos previos con el objetivo de dar sustento matemático a los temas anteriores, entre ellos los conceptos de geometría que deberían ser recordados son:

puntos notables del triángulo y sus propiedades (circuncentro, baricentro, incentro y ortocentro), cuadriláteros inscriptibles y circunscriptibles.

5. Conclusiones

Convencidas de la importancia que tiene trabajar con temas de punta de las matemáticas y si este trabajo se hace utilizando las TICs creemos que es sumamente positivo. Por eso debemos abocarnos a continuar en este camino, en el que conviven los conceptos matemáticos, sus aplicaciones y el recurso informático que permite profundizar el conocimiento. Para cerrar transcribimos la siguiente frase: "GeoGebra no es solo geometría dinámica (Geo) y álgebra (Gebra), es mucho más, ya que ofrece herramientas y opciones que permitirán trabajar cualquier contenido matemático" (Carrillo de Albornoz Torres, 2010).

6. Referencias bibliográficas

Alsina, C. (2011). *Mapas del metro y redes neuronales*. Ed. Rodesa. Villatuerta, Navarra.

Carrillo de Albornoz Torres, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Revista UNIÓN*, Número 23, páginas 201-210.

Falcón Ganfornina, R.; Ríos Collantes, R. (2013) Usando GeoGebra en teoría de grafos. *II Encuentro de GeoGebra en el Aula*. Córdoba.

Villarreal, M. (2012). *Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza*. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) Facultad de Matemática, Astronomía y Física Universidad Nacional de Córdoba.

GRAFICAR SÓLIDOS EMPLEANDO GEOGEBRA

Angie Solís Palma
Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica
ansolis@itcr.ac.cr

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente y Educación terciaria en pregrado (educación universitaria).

Palabras clave: GeoGebra, parametrización, curva, superficie, sólido.

Resumen

En este taller, mediante una serie de guías, se pretende explicar a los participantes, algunos procedimientos para graficar curvas, superficies y sólidos en el espacio tridimensional. Se procede a explicar el trabajo previo a la graficación de las caras del sólido en GeoGebra, primero se debe realizar un dibujo a mano del sólido, proyectar cada una de las caras del sólido, parametrizar las regiones de proyección, para así concluir con la parametrización en el software y la graficación. Al final el participante tendrá la representación del sólido en su trabajo digital.

1. Introducción

Este trabajo consiste en un taller sobre la utilización del software GeoGebra para la graficación de sólidos, está dirigido a docentes universitarios (educación terciaria), dado que es graficación en tres dimensiones (3D), sin

embargo, como área del conocimiento podría ser de interés para docentes de primaria y secundaria. Es necesario que los participantes cuenten con conocimientos básicos del programa y del cálculo en varias variables (secciones cónicas, superficies y sólidos).

Cada participante seguirá una guía de trabajo para hacer el gráfico correspondiente y podrá realizar consultas a la instructora durante el avance de su trabajo.

Si algún lector desea este documento completo, puede escribirme al correo y con mucho gusto se lo estaré facilitando.

2. Objetivo

Aportar a los docentes del campo de las matemáticas un ejemplo en una guía de trabajo, donde se explicará, paso a paso, la manera de utilizar el programa GeoGebra para graficar curvas y superficies para formar sólidos.

3. Marco teórico

Según Gamboa, (2007) el uso de herramientas computacionales en la enseñanza de las matemáticas cada día es más frecuente, además la tecnología le permite al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones que, en otros ambientes, por ejemplo “lápiz y papel”, serían difíciles de obtener.

En mi opinión, el uso de estas herramientas es de mucha ayuda en aquellos temas que involucran graficación de curvas, superficies o sólidos, ya sea en el plano o en el espacio, toda vez que muchas de esas figuras son difíciles de imaginar y dibujar, pero con la ayuda de un graficador ello se facilita.

Sin embargo, en muchos casos a pesar del deseo de los docentes por utilizar dichos recursos, surge la limitante del costo económico o que la curva de aprendizaje para su uso no es la adecuada para quien no tenga una buena formación en programación.

En algunos casos, estas dos dificultades pueden ser solventadas por programas gratuitos que presentan excelentes características para ser

utilizados en el campo de la enseñanza, uno de estos programas es GeoGebra, el cual aparte de ser gratuito, es fácil de instalar y de usar mediante las guías apropiadas. (Geogebra (s.f.) Tutoriales y Geogebra (s.f.) Manual de GeoGebra 5.0.).

La versatilidad de GeoGebra, en sus diferentes versiones es una herramienta que en particular se convierte en una ayuda para graficar curvas en el plano, curvas, superficies y sólidos en el espacio, utilizando las parametrizaciones adecuadas.

4. Metodología y resultados: Guías de trabajo

Se realizará la construcción del gráfico del sólido del ejemplo 1 en el programa GeoGebra.

Ejemplo 1:

Considere el sólido limitado or las superficies:

S_1: $(x-3)^2+y^2=4$, S_3: $x=3$, S_5: $y=0$,
S_2: $2x+z=10$, S_4: $z=3$, S_6: $z=0$

Realice la gráfica del sólido en GeoGebra.

Solución: Siga la lista de instrucciones que se enumeran a continuación, si tiene alguna duda en algún paso llame a su instructora.

A continuación, se muestran algunas imágenes en las cuales se ve el avance en la construcción que irán teniendo los participantes.

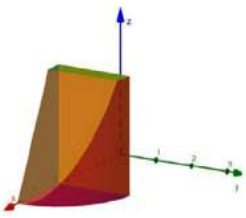


Figura 1. Sólido solo caras.

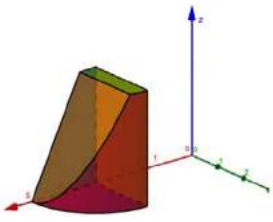


Figura 2. Sólido caras y aristas.

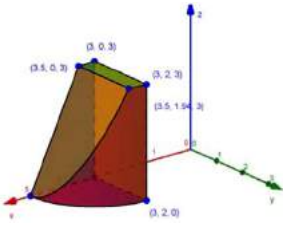


Figura 3. Sólido caras, aristas y vértices.

5. Conclusiones

La graficación de curvas, superficies y sólidos tridimensionales, utilizando la pizarra tradicional presenta dificultades, por diferentes razones: la habilidad del profesor para dibujar puede ser escasa o deficiente, presentar el efecto tridimensional en una pizarra a veces es difícil de lograr, también se debe mencionar que el tiempo requerido para hacer un dibujo que logre el efecto deseado puede ser alto. Este tipo de dificultades se pueden evitar usando el software apropiado, por cuanto visualmente es más agradable, se ajusta más a la realidad del objeto que queremos representar y se puede rotar permitiendo observar diferentes vistas de la superficie o sólido.

En particular, el software GeoGebra, utilizado correctamente en cursos de cálculo en varias variables (aunque su uso puede extenderse a otras áreas de las matemáticas) puede ser de gran utilidad para los estudiantes, de esta manera ellos lograrán mediante las vistas y propiedades de objetos tridimensionales determinar detalles que de otra forma tendrían que imaginar.

6. Referencias bibliográficas

Gamboa, R. (2007). Uso de la Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Recuperado de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6890/6576

Geogebra (s.f.). Manual de GeoGebra 5.0. Recuperado de https://wiki.geogebra.org/es/Manual.

Geogebra (s.f.). Tutoriales. Recuperado de https://wiki.geogebra.org/es/Tutoriales.

CURSO VIRTUAL: GEOGEBRA 3D EN MOODLE. INSTITUTO GEOGEBRA TOLIMA

Adolfo Galindo Borja, Faber Moreno
Instituto GeoGebra Tolima, Colombia
adolfogalindob@yahoo.com , famo47@gmail.com

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, formación docente

Palabras clave: GeoGebra 3D, MOODLE, TIC.

Resumen

Se presenta a los docentes de matemáticas y física un curso de capacitación en GeoGebra 3D, que se ha ubicado en la plataforma Moodle del Instituto GeoGebra Tolima, con acceso libre y puede ser realizado en forma virtual o como recurso para desarrollar una capacitación presencial. En la ciudad de Ibagué se desarrolla en ambas modalidades, lo que ha permitido monitorear su efectividad y realizar los ajustes pertinentes. En el marco del Congreso Latinoamericano de GeoGebra, se pretende capacitar a los docentes en el manejo y aplicación de las herramientas de GeoGebra 3D para que los asistentes diseñen construcciones en sus clases, utilicen y adecuen las que se encuentran en la red, como por ejemplo en Galindo (2016 a y b) y para que introduzcan a sus estudiantes en el manejo del software. Se abordarán algunos elementos representativos del curso. La metodología utilizada es la de aprender haciendo, para lo cual con ayuda de tutoriales y videos se realizarán construcciones para el aula, en diferentes grados y temáticas. Los resultados obtenidos en lo referente a la motivación y aprendizaje han

sido satisfactorios a nivel regional pero la meta es ampliar su cobertura y promover el estudio continuo de GeoGebra 3D.

1. Introducción

El desarrollo del pensamiento espacial en la Educación Básica y Media se ha centrado preferencialmente en el estudio de la geometría plana descuidando la geometría del espacio. Esto se constituye en una contradicción desde el punto de vista de la didáctica y de las mediaciones pedagógicas que deben hacer los docentes, pues vivimos y actuamos en un mundo tridimensional. La presencia de un software de geometría dinámica como GeoGebra permite superar una de las dificultades más notables en el proceso de enseñanza aprendizaje como es la representación gráfica de situaciones tridimensionales, unido a la facilidad con que se pueden diseñar construcciones y animaciones pudiendo variar en forma automática los elementos de esas construcciones, identificar regularidades, proponer y verificar conjeturas y modelos.

2. Objetivo

Actualizar a los docentes de Educación Básica y Media en el manejo de las herramientas y comandos de GeoGebra 3D, mediante un curso virtual implementado en la plataforma Moodle del Instituto GeoGebra Tolima, para el diseño y aplicación de construcciones de apoyo en las clases de matemáticas y física.

3. Marco teórico

Corresponde a los docentes del área de matemáticas en la Educación Básica y Media, desarrollar en los estudiantes el pensamiento espacial, entendido este como el "conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (Ministerio de Educación Nacional, 1998). Las metodologías utilizadas para este fin deben facilitar la estructuración de diversas formas de representación de las

situaciones geométricas y promover la búsqueda de patrones de variación y modelación. “La geometría activa se presenta como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, en tanto se constituye en herramienta privilegiada de exploración y de representación del espacio”. (Ministerio de Educación Nacional, 1998). Este trabajo puede complementarse con software de geometría dinámica como GeoGebra que muestra en forma simultanea diversos tipos de representación y permiten manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional.

La capacitación de los docentes que viven y laboran en diversos sitios, con tiempos disponibles diferentes y ritmos de aprendizaje distintos indican que lo recomendable es ofrecer un curso GeoGebra 3D que pueda ser realizado en forma virtual, presencial o mixta. Una plataforma Moodle, (proporcionada gratuitamente y como programa de código abierto, guiado por la pedagogía de constructivismo social) ofrece éstas y otras muchas ventajas.

4. Metodología y Resultados

El taller propuesto abarca cuatro horas y se desarrollarán las siguientes actividades:

Tabla 1. Descripción de la metodología

N°	Actividad	Tiempo	Recursos
1	Presentación y exploración del curso en la plataforma, inscripciones, presentación de GeoGebraTube.	1 hora	Sala de computo con computadores con el software GeoGebra instalado, internet, video beam.
2	Módulo 1: Introducción a vectores, traslaciones y rotaciones en 3D	1 hora	
3	El plano y superficies cilíndricas	1 hora	
4	Superficies de revolución y funciones de varias variables	1 hora	

Actualmente el curso está siendo realizado por docentes del departamento del Tolima, algunos en forma virtual y otros en forma b-learning. El curso se ha revisado y retroalimentando con los conceptos de los participantes y el grado de aceptación y motivación por parte de los docentes es satisfactorio. Dirección del curso: http://gpcambiemos.org/moodle/login/index.php

5. Conclusiones

El taller propuesto motiva a los docentes para que continúen su capacitación en GeoGebra 3D y lo implementen en sus aulas de matemáticas.

6. Referencias Bibliográficas

Galindo, A. (2016). *GeoGebra en 3D*. Recuperado de https://www.youtube.com/user/GalindoAdolfo

Galindo, A. (2016). *Contribuyente GeoGebraTube*. Recuperado de https://www.geogebra.org/badge/info/id/adolfo-2012

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS NO CIRCULARES

Doris Álvarez Quintero, Alexander Sarria Borbón
Colegio Los Nogales, Colombia
dalvarez@nogales.edu.co, asarria@nogales.edu.co

Línea 1, GeoGebra en la enseñanza de trigonometría. Grado 10- Educación secundaria

Palabras clave: funciones trigonométricas, seno, coseno, tangente

Resumen

En este taller, los participantes, usando GeoGebra y la definición de las funciones trigonométricas circulares, podrán construir las funciones trigonométricas no circulares basadas en dos cuadrados y un octágono.

En esta actividad, la cual es una adaptación de un proyecto propuesto en McConnell et al. (2010), se efectúa la construcción de las funciones trigonométricas no circulares y se hace un análisis de cuáles propiedades dependen de la figura (círculo, cuadrado, octágono) y cuáles no dependen de la figura sobre la que se construye la función trigonométrica.

1. Introducción

Las funciones trigonométricas son definidas en términos del círculo unitario. Este trabajo permite determinar funciones trigonométricas definidas a partir de tres polígonos con centro el origen y que comprenden al punto (1,0), dos son cuadrados (Figuras 1 y 2), el otro es un octágono regular (Figura 3).

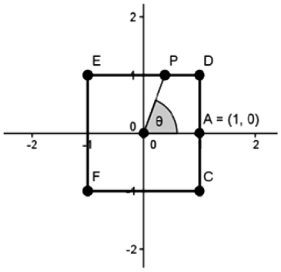


Figura 1.

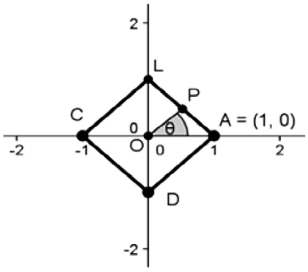


Figura 2.

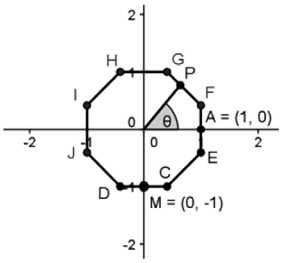


Figura 3.

2. Objetivo

Generalizar la definición de las funciones trigonométricas circulares seno, coseno y tangente; a partir de cuadrados y octágonos, es decir, construir las funciones trigonométricas no circulares y estudiar sus propiedades.

3. Marco Teórico

Históricamente la trigonometría ha sido desarrollada desde los babilonios y egipcios, según Jordain Philip en Newman, J (1994): "Hiparco (160AC) parece haber inventado la ciencia práctica de la medición completa de triángulos a partir de ciertos datos, ciencia a la cual se llama, trigonometría; y Ptolomeo de Alejandría, los hindúes y los árabes desarrollaron los principios sentados por Hiparco".

La proporcionalidad entre los lados de un triángulo rectángulo determinó la primera definición de las funciones trigonométricas, las siguientes son las definiciones como razones de las funciones seno, coseno y tangente de un ángulo θ: $sen\ \theta = \frac{AB}{AC}$ $cos\ \theta = \frac{BC}{AC}$ $tan\ \theta = \frac{AB}{BC}$ (Figura 4).

A partir de estas razones las funciones seno y coseno, pueden redefinirse como la abscisa y la ordenada de un punto (x, y) de un círculo unitario (Figura 5).

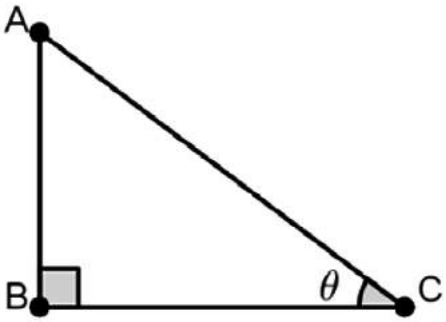


Figura 4.

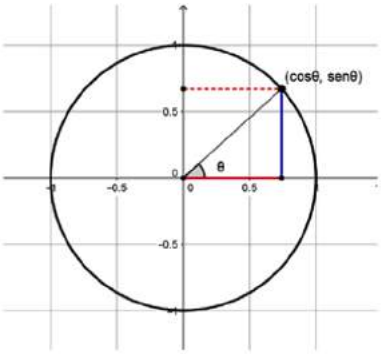


Figura 5.

A partir de la definición de las funciones trigonométricas circulares, surgen las preguntas:

¿Qué sucede si definimos las funciones seno y coseno a partir de las abscisas y ordenadas de los puntos sobre un cuadrado o sobre un octágono?

¿Cuáles son las nuevas gráficas?, ¿se conservan las propiedades de las funciones trigonométricas circulares, tales como el periodo, la simetría?

4. Metodología

El taller se desarrollará a partir de una guía de trabajo. En la guía de trabajo se dará al participante las instrucciones para hacer con GeoGebra la construcción de las funciones trigonométricas no circulares. Las herramientas que se usarán de GeoGebra serán: construcción de polígonos, construcción y medición de ángulos, construcción de puntos dadas sus coordenadas, construcción de lugares geométricos.

A partir de las construcciones, los participantes podrán para cada función no circular (seno, coseno y tangente) dar respuesta a las preguntas: ¿La función no circular es una función impar, par o no tiene simetría?, ¿Cuál es el dominio, rango y periodo de la función?

Adicionalmente se podrá dar respuesta a las siguientes preguntas: ¿Se satisface la identidad fundamental de la trigonometría?, es decir, ¿Para todo

x, $sen^2x + cos^2x = 1$?, ¿Los teoremas de suplemento de un ángulo que se satisfacen para las funciones circulares, se satisfacen para las funciones no circulares?, es decir, ¿Para todo *x*, *sen* ($\Pi - x$) = *senx*? ¿Para todo *x*, *cos* ($\Pi - x$) = *–cosx*? ¿Para todo *x*, *tan* ($\Pi - x$) = *–tanx*?

5. Conclusiones

Las propiedades que no dependen de la figura (círculo, cuadrado, octágono) a partir de la cual se definen las funciones trigonométricas son: el dominio, el rango, el período y la simetría y los teoremas de suplemento de un ángulo.

La identidad trigonométrica no se satisface para todo ángulo en las funciones trigonométricas no circulares. La función tangente es la única invariable en todos los casos, es decir la gráfica de la función tangente a partir de un cuadrado y un octágono es la misma que la construida a partir del círculo unitario.

6. Referencias bibliográficas

McConnell, J., Brown, S., Karafiol, P., Brouwer, S., Ives, M., Lassak, M., McCullag, R., Jakucy, N. y Usiskin, Z. (2010). *Functions Statistics and Trigonometry*. Chicago. Wright Group/McGraw-Hill

Newman, J. (1994*) La naturaleza de la matemática. El mundo de las matemáticas*. Barcelona: Ediciones Grijalbo S.A.

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN BÁSICA, CON EL USO DE GEOGEBRA

Luis Ramón López, Hilda Patricia Escobar, Yenny Rocío Leguizamón
Escuela Normal Superior de Ibagué, Colombia
luis.lopez@normalistas.net,hilda.escobar@normalistas.net,
jenny.leguizamo@normalistas.net

Línea 1. Trabajos de investigación sobre la integración de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Formación de docentes

Palabras clave: GeoGebra, competencia matemática, secuencia didáctica, modelo pedagógico

Resumen

Esta propuesta es resultado del proyecto que viene desarrollando el "semillero de investigación" (SIDMat), del programa de formación complementaria en la Escuela Normal Superior de Ibagué ENSI. Consiste en un taller de cuatro horas donde se socializa una secuencia para el aprendizaje de matemáticas, utilizando el software dinámico GeoGebra como estrategia didáctica y material de apoyo para los docentes de básica. Se mostrarán cinco momentos: problematización, intelectualización, exploración y descubrimiento, reflexión y cierre y ampliación de ideas (ENSI, 2016). Así mismo, se muestran experiencias donde se ha utilizado la secuencia, que han incorporado construcciones y actividades con GeoGebra, con las cuales se han podido desarrollar competencias disciplinares de matemáticas, como el uso

de múltiples representaciones, la formulación y verificación de conjeturas y el planteamiento y resolución de problemas. El objetivo del proyecto es mostrar una secuencia didáctica ya validada por varios maestros de Ibagué, que tiene características apropiadas para introducir modelos activos de aprendizaje mediados por TIC. El taller está dirigido a docentes de básica. El resultado que se espera, es que los participantes conozcan la estrategia, la incorporen a su práctica pedagógica y la enriquezcan con las condiciones particulares y recursos del entorno en el cual vienen trabajando.

1. Introducción

Una secuencia didáctica es el conjunto de actividades educativas que encadenadas permiten abordar de distintas maneras un objeto de estudio**.** Todas las actividades deben seguir un hilo conductor que posibilite a los estudiantes desarrollar su aprendizaje de forma coherente (Gardey, 2014). Por lo general una secuencia didáctica se articula a un modelo pedagógico; en nuestro caso la secuencia didáctica desarrolla el "modelo pedagógico práctico reflexivo" de la ENSI.

El taller permitirá conocer aspectos conceptuales y didácticos de la secuencia, estudiar algunos ejemplos y experiencias exitosas y la posibilidad de que los participantes la utilicen para desarrollar algún tema o problema de su interés. También se aprenderá a incorporar actividades o construcciones dinámicas de GeoGebra en la fase correspondiente a la exploración y descubrimiento y relacionar su uso con las competencias matemáticas.

2. Objetivo

Proponer y usar una secuencia didáctica que incluya actividades y construcciones animadas de GeoGebra, para el desarrollo de competencias matemáticas en educación básica.

3. Marco Teórico

Las secuencias didácticas con actividades de apertura, desarrollo y cierre tienen más de 50 años en el ámbito educativo, el modelo de trabajo frontal,

en el que el docente o programa en versión digital ofrecen información, se consideran suficientes para promover el aprendizaje. El estudiante aprende a partir de lo que hace, ya sea bajo las propuestas de los autores de la escuela activa (Freinet, Montessori) o, en las propuestas derivadas de constructivistas como Piaget y Vygotsky. En el presente, los modelos de trabajo frontal subsisten en los proyectos pedagógicos (Barriga, 2013).

El modelo pedagógico práctico reflexivo construido y adoptado por la ENSI, se basa en las teorías de Vigotsky, Dewey y Freire, puesto que promueve la reflexión sobre la práctica, el trabajo colaborativo y el aprendizaje significativo y autónomo. Está centrado en el trabajo del estudiante y en la producción de conocimiento con rigor académico y científico (Otálvaro, 2011).

Para el Ministerio de Educación Nacional (MEN), la competencia matemática es un saber, hacer flexible, que relaciona conocimientos matemáticos, habilidades, valores y actitudes que permite formular, resolver problemas, modelar, comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos para facilitar el desempeño eficaz y con sentido, en un contexto determinado.

4. Metodología y resultados

Tabla 1. Descripción General de la Metodología

N°	Actividad	Recursos	Tiempo
1	Presentación y explicación de cada una se las fases de la secuencia didáctica. Conceptos básicos y fundamentos didácticos.	Cuaderno de Pedagogía No 10. Hoja de trabajo, Sala de sistemas, internet, VideoBeam.	1h
2	Uso de la secuencia didáctica para estudiar el teorema del ángulo central y el ángulo inscrito en una circunferencia.	Computadores con el software GeoGebra instalado, internet, VideoBeam, hoja de trabajo, formato de la secuencia didáctica.	1h
3	Incorporación de actividades de GeoGebra, al trabajo de aula a través de la secuencia didáctica. Competencias matemáticas.		1h
4	Uso libre de la secuencia didáctica para el desarrollo de un tema o problema particular por parte de los asistentes.	Computadores, VideoBeam, internet, formato de la secuencia didáctica.	1h

Se espera que cada participante utilice la secuencia didáctica propuesta en su práctica pedagógica, adaptándola y enriqueciéndola con los recursos y particularidades propias de su entorno.

5. Conclusiones

El taller propuesto genera escenarios y posibilidades para que los participantes construyan una secuencia didáctica activa, que incluye GeoGebra, para ser utilizada en las clases de matemáticas, logrando que sus estudiantes adquieran competencias matemáticas.

6. Referencias bibliográficas

Barriga, Á. (2013). Secuencias de Aprendizaje. ¿Un Problema del Enfoque de Competencias o un Reencuentro con Perspectivas Didácticas? *Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 3-4.

ENSI. (2016). Modelo Pedagógico Práctico Reflexivo. Cuaderno Pedagógico No 10, 20-23.

Gardey, J. (2014). Definición.de. Obtenido de http://definicion.de/secuencia-didactica/

Otálvaro, L. (2011). El Modelo Pedagógico Práctico Reflexivo. *Panorama Normalista*, 22-26.

DISEÑO Y USO DE OVAS EN EXELEARNING, CON CONSTRUCCIONES Y ACTIVIDADES EN GEOGEBRA

Luis Ramón López Mendoza
Instituto GeoGebra Tolima; Escuela Normal Superior de Ibagué, Colombia
lrlopezmendoza@gmail.com

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Formación de docentes

Palabras clave*:* OVA, eXeLearning, GeoGebra, competencia matemática

Resumen

Esta experiencia es resultado del proyecto de aula que se realiza en tercer semestre del "programa de formación complementaria de la Escuela Normal Superior de Ibagué, en la asignatura Didáctica de las Matemáticas. La propuesta consiste en un taller de cuatro horas para elaborar objetos virtuales de aprendizaje (OVA), como material educativo para apoyar el aprendizaje de los estudiantes de básica y media, utilizando el software libre eXeLearning, el cual es compatible con muchas plataformas.Se mostrará como incorporar construcciones y animaciones creadas con el software dinámico GeoGebra, ideales para desarrollar competencias disciplinares de matemáticas, como la modelación, el uso de múltiples representaciones, la formulación y verificación de conjeturas y el planteamiento y resolución de problemas. El objetivo del taller es mostrar el procedimiento para crear y usar el OVA y el potencial que éstos tienen en el desarrollo de las competencias disciplinares de matemáticas antes mencionadas. El taller está dirigido a docentes de todos los niveles educativos. El resultado a obtener

es un OVA con la estructura dada por las normas internacionales, como recurso didáctico–pedagógico mediado por TIC. Además, el OVA producido puede adecuarse para ser utilizado en todos los dispositivos (PC, tabletas y móviles).

1. Introducción

Un objeto virtual de aprendizaje es un recurso mediado por TIC, que se inscribe en el modelo de aprendizaje b-learning. Consiste en un software sencillo que contiene identificación, actividades, componente teórico y evaluación, eXeLearning es un software libre en línea, muy amigable, que permite crear OVAs, es multiplataforma y compatible con muchos recursos multimediales, entre ellos las construcciones y animaciones elaboradas con el software dinámico GeoGebra.

El taller permite crear un OVA con la estructura básica dada en los estándares internacionales; aprender a insertar construcciones y animaciones con GeoGebra tanto para uso online como offline y, adecuarlo para ser utilizado en dispositivos móviles. Así mismo, relacionar el uso del recurso con las diferentes competencias matemáticas que se pueden desarrollar.

2. Objetivo

Diseñar y usar un objeto virtual de aprendizaje en eXeLearning que incluya construcciones animadas de GeoGebra, para el desarrollo de competencias matemáticas en educación básica.

3. Marco Teórico

En su forma más simple, el concepto de recursos educativos abiertos, describe cualquier tipo de recurso (incluyendo planes curriculares, materiales de los cursos, libros de texto, vídeo, aplicaciones multimedia, secuencias de audio, y cualquier otro, que se haya diseñado para su uso en los procesos de enseñanza y aprendizaje) que están plenamente disponibles para ser utilizados por parte de educadores y estudiantes, sin la necesidad de pago alguno por derechos o licencias para su uso (UNESCO, 2012). Un

REDA es un recurso educativo digital abierto. Es todo objeto de aprendizaje cuya finalidad es la de facilitar los procesos de aprendizaje de los usuarios.

Para el Ministerio de Educación Nacional (MEN), un OVA es un conjunto de recursos digitales, "autocontenible" y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: Contenidos, actividades de aprendizaje y elementos teóricos. Además, el objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación (MEN, 2006).

Para el MEN, la competencia matemática es un saber hacer flexible, que relaciona conocimientos, habilidades, valores y actitudes que permite formular, resolver problemas, modelar, comunicar, razonar, y ejercitar algoritmos para facilitar el desempeño eficaz y con sentido, en un contexto (MEN, 2008).

4. Metodología y resultados

Tabla 1. Descripción General de la Metodología

N°	Actividad	Recursos	Tiempo
1	Presentación y exploración de un OVA elaborado en eXeLearning, para PC y tabletas, con y sin internet. Conceptos básicos y estructura del OVA.	Repositorio de OVAs Instituto GeoGebra Tolima (IGT), Sala de sistemas, internet, VideoBeam.	1h
2	Creación de un OVA con eXeLearning.	Computadores con el software eXeLearning instalado, internet, VideoBeam.	1h
3	Incorporación de construcciones y animaciones elaboradas con GeoGebra, al OVA. Competencias matemáticas.	Computadores con los software eXeLearning y GeoGebra instalados, VideoBeam, internet.	1h
4	Adecuación del OVA a diferentes dispositivos, recomendaciones de uso.	Computadores con el programa Intel XDK instalado, VideoBeam, internet.	1h

El resultado esperado es que cada participante realice una primera versión de un OVA con eXeLearning, que cuente con al menos una animación /

construcción con GeoGebra, disponible para PC, tabletas y celulares con SO Android.

5. Conclusiones

El taller propuesto genera escenarios y posibilidades para que los participantes construyan un recurso educativo mediado por TIC, para ser utilizado en las clases de matemáticas, con y sin conexión a internet y en cualquier dispositivo electrónico, logrando que sus estudiantes adquieran competencias matemáticas.

6. Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional. (2006). ¿Qué es un Objeto Virtual de Aprendizaje?

Recuperado de: http://goo.gl/Cyf9pa

UNESCO. (2012). *Declaración de París de 2012 sobre los REDA*.

TALLER INTERMEDIO DE GEOMETRÍA DINÁMICA CON GEOGEBRA

Oswaldo Rodríguez Díaz
Universidad Autónoma de Occidente, Colombia; Instituto GeoGebra Cali, Colombia
orodriguez@uao.edu.co

Línea 1. Nivel terciario y formación docente

Palabras clave: geometría dinámica, tecnología, herramienta, representación.

Resumen

El aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en uno de los cuellos de botella de la educación escolar, el cual tiene diversas propuestas de solución, una es GeoGebra que genera motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas mediante representaciones digitales que tienen la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar, por lo tanto, la idea es cómo aprovechar las construcciones con este recurso para explicitar los conceptos matemáticos inmersos al integrar lo geométrico, algebraico y numérico entre otros.

1. Introducción

En este taller a través de un problema geométrico, se pretenden mostrar los diferentes lenguajes de representación que aparecen al usar GeoGebra tales como el algebraico, geométrico y numérico; también cómo explorar y potenciar las propiedades algebraicas y geométricas de circunferencias,

triángulos y segmentos. Adicionalmente, mostrar que detrás de todo diseño digital hay un guión conceptual, pedagógico y didáctico que se explota o no y hacer énfasis que no todo se debe implementar con tecnología y se debe hacer en el entorno netamente matemático.

2. Objetivo

Interpretar geométricamente, desde un problema dado en el lenguaje natural, el enunciado para poderlo implementar en GeoGebra identificando en la construcción, los diferentes lenguajes de representación y las limitantes de la herramienta en un contexto dado.

3. Marco teórico

En la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se mantiene una tensión entre la enseñanza desde lo clásico o tradicional y la mediada con tecnología, al respecto Harel (2008, p. 265) plantea lo siguiente: ¿Por qué enseñamos el algoritmo de la división largo, la fórmula cuadrática, técnicas de integración y cosas como esas, cuando uno puede realizar operaciones aritméticas, resolver muchas ecuaciones complicadas, e integrar funciones complejas de modo rápido y preciso utilizando tecnología electrónica?, las respuestas típicas que dan los profesores a estos cuestionamientos tienen diversos matices, desde los que reclaman el rigor, los que dicen que siempre se ha hecho así y además muchas generaciones se han formado de esa manera, o se debe hacer así porque se puede dar el caso que no se tenga tecnología o esta falle, o son problemas típicos que se necesitan para resolver problemas del mundo real. En estas respuestas predominan más lo social en el sentido que se debe preparar a los estudiantes para poder usar las matemáticas no solo para los problemas académicos sino también para los propios de la vida diaria, pero estas respuestas no tienen una justificación ni cognitiva ni epistemológica. En la historia de la humanidad, el hombre siempre ha usado herramientas para calcular y aproximar, desde la regla de cálculo hasta las calculadoras algebraicas de hoy en día, pero son herramientas para hacer cálculo, aproximar la solución de un problema con mayor precisión y por qué no, analizar su comportamiento dado que éstas permiten hacer representaciones matemáticas complejas de muchos modelos o problemas. En

Steen (1998, pp. 7-16), las matemáticas, desde el punto de vista común, son una disciplina estática basada en fórmulas aprendidas en la aritmética, geometría, álgebra y cálculo, pero fuera de ella continúan creciendo donde la pauta no son los cálculos ni las fórmulas sino la búsqueda abierta de patrones. Desde esta perspectiva, las TICs permiten hacer gráficas con un alto grado de detalle, en el descubrimiento de patrones, puede por qué no validar sus propiedades gracias a la potencia que ellas tienen. En el caso de la geometría, según Klein (1968), la reactivación y asimilación de las matemáticas de los griegos dieron lugar en el siglo XVI al desarrollo del álgebra simbólica de Vieta y por medio de la geometría analítica, los matemáticos resolvieron los problemas geométricos al reducirlos a ecuaciones algebraicas (regla y compás es equivalente a ecuaciones algebraicas), lo anterior implicó el papel fundamental del algebra simbólica y por ende el de las TIC equipadas con cálculos simbólicos dado que permitieron hacer cálculos muy complejos, pero estas tecnologías generaron tensiones en el sentido que se deben usar con prudencia (véase Kaput y Hegedus, 2003) porque pueden privar al estudiante de la oportunidad de desarrollar uno de los modos matemáticos más importante de pensar, la invariancia algebraica.

4. Metodología y resultados

A partir del siguiente problema de geometría básica: Dada una circunferencia de radio , se construye otra circunferencia de radio menor que sea tangente a , por la línea recta que une los centros respectivos. Una tercera circunferencia de radio se traza de tal manera que sea tangente a las otras dos circunferencias. Por el punto de tangencia de y se traza un segmento de recta perpendicular a la recta que une sus centros tal que intercepta a . Encontrar el área de la región sombreada exterior a y delimitada por este segmento y . Se pretende, hacer una interpretación geométrica, diseñar la construcción solución con GeoGebra, identificar las diferentes representaciones, el sistema de coordenadas implícito, las limitantes y construcciones válidas, que tiene incorporado GeoGebra y una reflexión sobre el diseño donde el guion, en muchos casos, no se hace explícito, sino que es el profesor es el que lo debe tener en cuenta para poder potenciarlo en la implementación y el aprendizaje matemático que se pretende.

5. Conclusiones

Las TIC juegan un papel fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, porque permiten exploraciones potentes, construir razones, argumentos y mediaciones, una de ellas es GeoGebra que permite integrar representaciones geométricas y algebraicas con respecto a un sistema de coordenadas y asociar un número a un objeto geométrico.

6. Referencias bibliográficas

Harel, G. (2008). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In B. Gold & R. Simons (Eds.). *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Kaput, J., & Hegedus, S. (2003). The effect of SimCalc connected classrooms on student´s algebraic thinking. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J: Zilliox (Eds.) *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 47-54). Honolulu, Hawaii: College of Education, University of Hawaii.

Klein, J. (1968). *Greek mathematical thought and the origin of algebra* (E. Brann, Trans.). Cambridge, MA: MIT Press. (Original work published 1934).

Steen, L. A. (Ed.). (1998). *La enseñanza Agradable de las matemáticas*. México: Limusa.

LIBRO INTERACTIVO GEOGEBRA

Carlos Alberto Rojas Hincapié, Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Héctor Javier Herrera Mejía

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
Carojas72@gmail.com, elkincastrillon@itm.edu.co, hectorherrera@itm.edu.co

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: GeoGebra, libro interactivo, libro digital, recurso educativo digital abierto, evaluación.

Resumen

En este taller se pretende impulsar la edición de libros interactivos GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas, utilizando el software dinámico GeoGebra y material de apoyo docente para todos los niveles educativos que se encuentran disponibles como recursos educativos en la página oficial de GeoGebra. El editor de libros GeoGebra es un medio ágil para crear libros interactivos y que nos permitirá desarrollar hojas de trabajo con la inserción de texto, objetos interactivos de aprendizaje en GeoGebra, vídeos educativos, imágenes, archivos pdf, enlaces web para URL tipo https, insertar evaluaciones con preguntas tipo opción múltiple o de pregunta abierta, ejercicios a resolver con incrustación de objetos interactivos de aprendizaje con apariencia que puede ser personalizada, de álgebra, geometría, hoja de cálculo, sistema algebraico computacional (CAS), geometría 3D, probabilidad, o combinadas. El resultado esperado, es que los participantes conozcan la estrategia didáctica, la incorporen a su práctica pedagógica y la mejoren con las condiciones particulares y

con los recursos del entorno en el cual vienen trabajando para desarrollar competencias disciplinares de matemáticas.

1. Introducción

El taller permitirá a los participantes, primero observar la estructura de algunos libros ya publicados en la página oficial de GeoGebra y hacer uso de ellos, a continuación, se darán a conocer los pasos a seguir para elaborar el libro, luego conocerán el sitio web donde pueden publicar los libros por ellos creados y finalmente podrán compartirlos con la comunidad académica estableciendo los permisos de visibilidad para los usuarios con quienes los deseen compartir.

2. Objetivo

Promover la producción por parte del docente de libros interactivos para matemáticas utilizando el editor de libros GeoGebra de una manera fácil y en donde sus páginas con la interactividad y la aleatoriedad, la convierten en un número indefinido de páginas (Rivera, 2016) y de esta manera sus estudiantes puedan realizar tantos ejercicios como necesite sin repetir siempre los mismos y que estos libros le sirvan para retroalimentarse en caso de cometer errores.

3. Marco teórico

La elaboración de nuevos materiales educativos (libros digitales interactivos) tanto para docentes como estudiantes ha requerido de la participación y formación de grupos de docentes interesados en participar en tareas y proyectos colaborativos con propósitos de obtener nuevas herramientas que sean innovadoras para la formación de los estudiantes y que brinden mejores posibilidades para un acompañamiento óptimo en el aula de clase, para el fortalecimiento de las competencias disciplinares y pedagógicas en los docentes, así como las competencias formativas en los estudiantes.

Los textos, videos y applets GeoGebra en el libro digital gozan de una alta compatibilidad con los dispositivos móviles, más populares tales como

iphone, ipad, ipad touch, tablet, ordenadores portátiles y con los tableros digitales interactivos, para su utilización en los procesos de enseñanza – aprendizaje tanto en el aula de clase como en el tiempo de estudio y trabajo independiente de los estudiantes gozando de una alta calidad en el audio, definición en las imágenes y los enlaces a internet actualizados. Brinda a visitantes y usuarios el interactuar con el libro digital, y pueden ser consultados por tantas personas como sea necesario y disponer de las animaciones y videos educativos auto contenidos en sus páginas virtuales en formato HTML5 (Rojas, Castrillón y Córdoba, 2015).

4. Metodología y resultados

Los asistentes al taller aprenderán a incorporar en las páginas del libro, actividades o construcciones dinámicas de GeoGebra, vídeos educativos, imágenes, archivos pdf, enlaces web para URL tipo https, insertar evaluaciones con preguntas tipo opción múltiple o de pregunta abierta, ejercicios a resolver con incrustación de objetos interactivos de aprendizaje con apariencia que puede ser personalizada, de álgebra, geometría, hoja de cálculo, sistema algebraico computacional (CAS), geometría 3D, probabilidad, o combinadas (GeoGebra, 2016) con el acompañamiento de dos docentes formadores quienes darán a conocer los pasos a seguir en la elaboración del libro, a continuación conocerán el sitio web donde pueden publicar sus libros creados, luego podrán publicar su libro interactivo GeoGebra y compartirlos con la comunidad académica estableciendo los permisos de visibilidad para los usuarios con quien lo deseen compartir y finalmente aprenderán a descargar sus libros interactivos GeoGebra para trabajarlos sin conexión a internet, en caso de que les tocara dar una clase en la cual se les puede presentar problemas de conexión a internet.

5. Conclusiones

Los docentes somos el recurso humano que trabajando en equipo podemos direccionar el control del proceso de enseñanza–aprendizaje e innovar en el aula de clase, generar ideas y productos entorno al desarrollo de las competencias de gestión, comunicación, perfeccionamiento y actualización pedagógica que nos permitan tener un apoyo permanente en formación

de estrategias para alcanzar un mayor grado en la comunicación del conocimiento en el ámbito educativo (Rojas, Castrillón y Córdoba, 2015) y la creación de los libros interactivos no desplazará al docente, por el contrario lo apoyarán a guiar mejor su trabajo en el aula y los estudiantes estarán más motivados a estudiar y superar algunos obstáculos en el aprendizaje propio de cada estudiante.

6. Referencias bibliográficas

GeoGebra. (2016). Editor de GeoGebraBook – el libro GeoGebra. Extraído el 5 de septiembre de 2016, de http://www.geogebra.org/wiki/es/Creando_un_Libro_GeoGebra

Rivera, J. (2016). Libros interactivos con Descartes embebido en "Moleskine notebook". Recuperado el 24 de noviembre de 2016, de http://proyectodescartes.org/descartescms/blog/difusion/item/1841-libros-interactivos-con-descartes-embebido-en-moleskine-notebook

Rojas, C., Castrillón, E. y Córdoba, F. (2015). Incrustación de videos educativos en libros digitales para la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral. En J. Rúa, L. Leonardo y J. Hoyos (Eds), *Formación y modelación en Ciencias Básicas*, (p. 88). Medellín: Universidad de Medellín

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DESDE LA CIRCUNFERENCIA UNITARIA AL TRIANGULO RECTÁNGULO. PROPUESTA DIDÁCTICA USANDO GEOGEBRA

Hamlet Humberto Castillo Alvino, Jorge Alejandro Blanco García
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, República Dominicana, Santiago
hh.castillo@ce.pucmm.edu.do, ja.blanco@ce.pucmm.edu.do

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación terciaria y formación docente.

Palabras clave: circunferencias unitarias, funciones trigonométricas, longitud de arco, triángulo rectángulo, triángulos semejantes.

Resumen

Las funciones trigonométricas se pueden definir de dos formas diferentes pero equivalentes: como funciones de números reales o como funciones de ángulos. Para su enseñanza se puede partir de la circunferencia unitaria o del triángulo rectángulo.

El objetivo de este taller es presentar de forma simple cómo abordar las ideas básicas de las funciones trigonométricas vistas estas como funciones de números reales definidas sobre la circunferencia unitaria, y a la vez, usando GeoGebra como herramienta de construcción y visualización dinámica de los conceptos interactuantes deduciendo el enfoque geométrico tradicional

en el cual las funciones trigonométricas son definidas como razones entre los lados de un triángulo rectángulo.

1. Introducción

El taller "Funciones Trigonométricas desde la Circunferencia Unitaria al Triángulo Rectángulo: Una Propuesta Didáctica usando GeoGebra", consiste en definir y construir las funciones trigonométricas a partir de la circunferencia unitaria y a su vez usarla como plataforma para definirlas en el triángulo rectángulo.

Este taller está dirigido a profesores de matemática de bachillerato y universitarios interesados en los aspectos matemáticos-pedagógicos del tema en cuestión y se organiza para ser desarrollado en dos horas.

2. Objetivos

1. Aplicar el software GeoGebra para construir las funciones trigonométricas a partir de la definición de funciones de números reales generados sobre la circunferencia unitaria.
2. Conectar las definiciones de funciones trigonométricas sobre un triángulo rectángulo con las definiciones establecidas usando la circunferencia unitaria.
3. Representar gráficamente las funciones trigonométricas mediante una construcción dinámica con el uso de GeoGebra.

3. Marco teórico

La idea básica del tema que nos ocupa es el de funciones trigonométricas, las cuales son también llamadas funciones circulares. Tales denominaciones muestran las formas de las que se puede partir para definirlas, una basada en el triángulo rectángulo y la otra usando la circunferencia unitaria. Las funciones trigonométricas se pueden definir en dos formas diferentes pero equivalentes: como funciones de números reales o como funciones de ángulos, pero ambos métodos son independientes entre sí, según establecen

(Stewart, Redlin, & Wat, 2012). La importancia de estudiar la trigonometría en dos formas diferentes radica en el hecho de que diferentes aplicaciones requieren que veamos las funciones trigonométricas de forma diferente (Larson & Falvo, 2012) y (Zill & Dewar, 2012).

Las formas de definir estas funciones determinan ciertos aspectos matemáticos- pedagógicos a tomar en cuenta en su enseñanza, tales como: ¿de dónde es más conveniente partir, del triángulo o de la circunferencia unitaria? ¿Cuáles son las ventajas de una secuencia o la otra? ¿Cuál es más entendible de inicio? ¿Cuál es la secuencia más pertinente para posteriores cursos de Cálculo?

4. Metodología

Primer momento (15 Minutos): En esta parte se muestra a los participantes el propósito del taller y la importancia de complementar la construcción de las funciones trigonométricas desde la circunferencia unitaria al triángulo rectángulo por medio de sistema GeoGebra, orientado a un aprendizaje significativo.

Segundo momento (1 hora, 5 minutos): una vez construida la circunferencia unitaria, longitud de arco y valor real mediante una construcción guiada en el software GeoGebra los participantes construyen de manera dinámica las gráficas de las funciones trigonométricas. Tercer momento (20 minutos): Se definen las funciones trigonométricas sobre un triángulo rectángulo, mediante un triángulo rectángulo semejante a un triángulo rectángulo definido por los vértices en el origen del plano cartesiano, un punto de la circunferencia unitaria y un punto en el eje x.

Cuarto momento (20 minutos): Los participantes resolverán problemas de aplicación usando el software.

5. Conclusiones

Definir las funciones trigonométricas partiendo desde la circunferencia unitaria les permite a los estudiantes comprender estas funciones con una idea más acorde a los cursos de cálculo que tendrán que desarrollar.

La construcción de forma dinámica de las funciones trigonométricas utilizando GeoGebra permite que los estudiantes desarrollen las competencias de pensamiento analítico y lógico de manera más significativa.

6. Referencias bibliográficas

Larson, R., & Falvo, D. C. (2012). *Precálculo*. México: Cengage Learning.

Stewart, J., Redlin, L., & Wat, S. (2012). *Precálculo, Matemáticas para el cálculo*. Mexico: Cengage Learnin.

Zill, D. G., & Jacqueline, D. (2012). *Precálculo*. Mexico: Mc Graw Hill.

TALLER DE INICIACIÓN: FAMILIARÍZATE CON GEOGEBRA

Diana H. Bueno Carreño, Hendel Yaker Agudelo, Leonel Alcides Monroy Guzmán

Pontificia Universidad Javeriana Seccional Cali, Colombia; Instituto GeoGebra Cali, Colombia; Universidad Icesi, Colombia; Instituto GeoGebra Cali, Colombia; Universidad del Valle, Colombia; Instituto GeoGebra Cali, Colombia.
dhbueno@javerianacali.edu.co,hyaker@icesi.edu.co,
leonel.monroy@correounivalle.edu.co

Formación y Actualización docente: Formación inicial de docentes con las TIC, Formación docente

Palabras clave: pensamiento matemático, geometría clásica, construcción dinámica, formalismo.

Resumen

El taller "familiarízate con GeoGebra" es una muestra de la actividad central que el Instituto GeoGebra Cali (IGC) ha estado adelantando con el objetivo de consolidar un ambicioso proyecto que pretende llevar GeoGebra a las aulas de matemáticas en las escuelas y colegios de la ciudad de Cali y municipios aledaños. Nuestra premisa fundamental del proyecto es: "con un mínimo requerimiento técnico y con buenas preguntas", se puede promover el desarrollo de pensamiento matemático al trabajar en ambientes GeoGebra.

1. Introducción

El carácter dinámico de GeoGebra abre enormes posibilidades de exploración y experimentación, con sólo conocer unas cuantas herramientas dentro de las ventanas disponibles y manejar algunos comandos básicos. Las buenas preguntas permitirán entonces que el usuario (estudiante, profesional, aprendiz…) se aproxime a un manejo concreto de los objetos matemáticos y de sus relaciones, requisito fundamental para la reconstrucción y apropiación de los conceptos abstractos subyacentes.

2. Objetivos

1. Familiarizar al participante con las ventanas disponibles, las herramientas geométricas y el uso de comandos básicos de GeoGebra.
2. Incentivar al participante para que incursione en el diseño de ambientes de aprendizaje mediados por GeoGebra.

3. Marco teórico

Respecto a la enseñanza de las matemáticas se pensó que en algún momento pasaba por el meridiano del formalismo, lo que generó el movimiento conjuntista en la educación matemática y sus diversos intentos de ajuste. La experiencia inexorable dada por el tiempo, ha dejado claro que, aunque el fin pueda seguir siendo la búsqueda del formalismo, este se puede alcanzar buscando como meta inicial la formación de pensamiento matemático y en esta dirección los didactas sugieren la incorporación de las nuevas tecnologías en la formación de maestros y en nuestro caso particular y especial de GeoGebra.

Ajustándonos así al planteamiento realizado por Moreno y Santos (2016, p. 194).

De hecho, hay evidencia de que el proceso de aprendizaje de un concepto se facilita cuando el estudiante tiene la oportunidad de trabajar con una rica diversidad de representaciones simbólicas de ese concepto. Para abordar estas y otras cuestiones delicadas, recurrimos a los medios digitales.

4. Metodología y Resultados

En la primera parte del taller, el facilitador desarrolla construcciones a través de las cuales paulatinamente se introducen aspectos técnicos del software y se reta a los participantes para que pongan en juego sus conocimientos matemáticos y su intuición, con el fin de explorar colectivamente las posibilidades de cada construcción.

Para la segunda parte, el participante enfrentará de forma individual retos (construcciones, problemas, etc.) que requieren la articulación de las matemáticas básicas con las posibilidades que brinda el software.

Construir una circunferencia que pase por un punto dado P y sea tangente a una recta dada 1 en un punto A dado de ella.

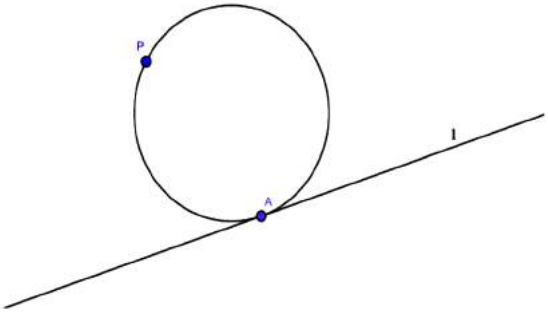


Figura 1.

Se logró que los asistentes con el uso de algunas herramientas en la primera parte del taller exploraran las posibles soluciones del problema. Se dieron así algunas soluciones por tanteo, de tal forma que fueron mostrándole al participante las ideas o conceptos claves que deben involucrarse en la solución general del reto. Los facilitadores brindamos orientaciones hasta alcanzar una solución reconocida por GeoGebra como dinámica, es decir que al modificar los elementos dados se mantengan los resultados requeridos. La etapa que sugerimos debe seguir es la de formalización, la cual no agotamos en este espacio.

5. Conclusiones

La simbiosis entre geometría y álgebra que permite GeoGebra es quizás el más potente beneficio que éste nos puede ofrecer, puesto que hace posible involucrar el símbolo (representación del objeto) en el proceso de experimentación, de modo que se puede ir construyendo bajo orientación pertinente, el lenguaje con el que finalmente se llega a la etapa de formalización de los conceptos, que se ponen en juego directa e indirectamente en cada situación didáctica.

6. Referencias bibliográficas

Santos-Trigo, M. and Moreno-Armella, L. (2016). The Use of Digital Technology to Frame and Foster Learners. Problem-Solving Experiences. In P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (pp.189-207). Switzerland: Springer.

UN MODELO SIMPLIFICADO DE LOS MECANISMOS Y EL PENSAMIENTO DINÁMICO DE LA MATEMÁTICA

José Carlos León Ríos, Lutzgardo Saavedra Sánchez Dávila
Universidad de Lima, Perú; Instituto de Geogebra de la Universidad de Lima IGUL, Perú; Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas IREM.
jleonr@ulima.edu.pe, lsaavsan@ulima.edu.pe

Simulación y modelamiento en el contexto de las Ciencias Exactas y Naturales para el trabajo de aula.

Palabras clave: pensamiento variacional, visualización, matematización.

Resumen

El taller tiene como finalidad modelar algunos eventos físicos como los mecanismos hidráulicos y su aplicación en diversos contextos de la física, haciendo uso de un triángulo de base variable. Los elementos geométricos que fueron emergiendo durante la modelación, como la circunferencia, segmento y triángulo, son objetos empleados en actividades humanas y vinculadas al quehacer dinámico de las matemáticas. Consideramos que la visualización representó un elemento importante en el proceso de matematización pues favorece las estrategias del pensamiento variacional presente en los procesos cognitivos y culturales para asignar y compartir significados. Nuestras actividades se enmarcan en la línea de investigación del "pensamiento y lenguaje variacional" (Pylvar) porque pudimos identificar algunos elementos como la comparación y la predicción, los cuales determinan ciertos patrones de regularidad.

1. Introducción

La modelación de eventos físicos como los mecanismos hidráulicos y otros similares, demandan el uso de una serie de elementos característicos en el pensamiento y lenguaje variacional, los cuales son descritos por Caballero y Cantoral (2013). Los mecanismos hidráulicos tienen la peculiaridad que están expuestos a modificaciones o cambios de estado de tipo variacional, los cuales propician la puesta en juego de estrategias para reproducir y explicar el carácter dinámico de las articulaciones mecánicas utilizadas en contextos de la vida cotidiana. En ese sentido, propiciamos un conjunto de situaciones que recurren al pensamiento dinámico de las matemáticas, los elementos geométricos que van surgiendo de dicha exploración, nos alejan de las prácticas tradicionales del aula y nos acercan a las prácticas de lo que cambia y varía, de lo que permanece constante, de lo que rota o se traslada.

2. Objetivo

Modelar algunos mecanismos hidráulicos en diversos contextos de la física, con el propósito de desarrollar el pensamiento variacional y evidenciar que los objetos matemáticos trascienden también fuera de las aulas educativas. Para cumplir dicho objetivo hemos seleccionado articulaciones mecánicas de la vida cotidiana que incluyen en su representación objetos matemáticos como triángulos y circunferencias que interactúan de manera conjunta en el sistema.

3. Marco teórico

Nuestro trabajo está enfocado en la línea pensamiento y lenguaje variacional (Cantoral, 2013) que es una línea de investigación de la teoría socio epistemológica de las matemáticas educativas. A partir del diseño de nuestras actividades tratamos de reinterpretar el significado de los objetos geométricos que emergen en un contexto social distinto al de las aulas. Creemos que la visualización (Guzmán, 1996) juega también un rol importante por la gran cantidad de contenidos visuales que debemos abstraer para someterlos a una elaboración racional.

4. Metodología y resultados

Nuestra investigación es cualitativa, de orden descriptivo y está dirigida a los alumnos que llevan cursos de geometría. La tabla 1 de la izquierda, muestra las longitudes de dos de los lados del triángulo ABC. En la figura 1 de la derecha, se observa la construcción de dichos triángulos.

Tabla 1. Variación de un lado del triángulo ABC

Segmento AC	Segmento CB	Segmento AB
1	5	
2	4	
3	3	
4	2	
5	1	

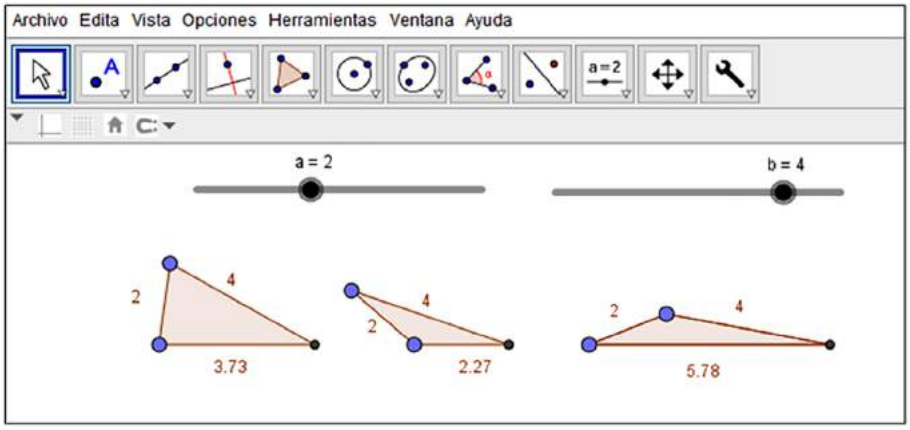


Figura 1. Construcción del triángulo ABC dos lados

Se emplearon estrategias variacionales: comparación y predicción, respaldados por deslizadores con el objetivo de comprobar los patrones de regularidad para la condición de existencia. Los triángulos mostrados constituyen la base para modelar algunos mecanismos como sistemas basculantes en levadizos de puertas, automóviles, sistema manivela y biela, sistemas hidráulicos para dar fuerza a través de un recorrido lineal, por ejemplo, en el levantamiento de tolvas como se observa en la figura 2.

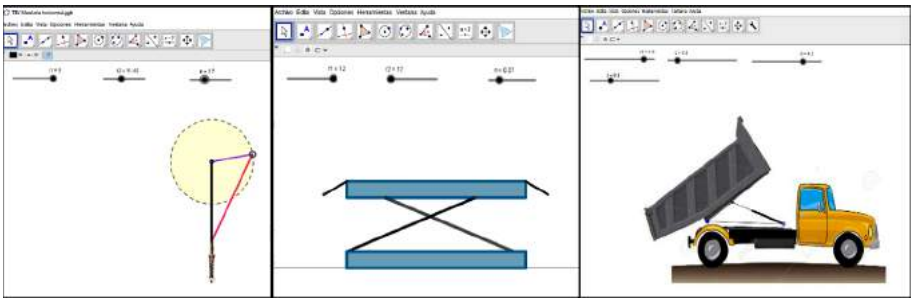


Figura 2. Aplicaciones de los triángulos de base variable.

5. Conclusiones

Nuestras actividades permitieron identificar aquellos elementos del "pensamiento y lenguaje variacional" que los alumnos emplearon, con el fin de tener un reconocimiento cualitativo o cuantitativo de la situación, lo que nos permite entender el proceso de desarrollo del pensamiento dinámico de las matemáticas.

6. Referencias bibliográficas

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socio epistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento.* México DF, México: Editorial Gedisa.

Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). *Una caracterización de los elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional.* En Flores R. (Ed.) (2013). Acta Latinoamericana de Matemática Educativa A.C., Vol. 26. (pp.1195-1204). México DF, México: Editorial Colegio Mexicano de Matemática

Guzmán, M. (1996). *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en análisis matemático. Elementos básicos del análisis.* Madrid, España: Editorial Pirámide.

Vasco, C.E. (2006). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Cali, Colombia. Recuperado http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf

SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON EXCEL

Omar Darío Gutiérrez, Adriana María Soto, Miriam Janet Gil
Instituto Tecnológico Metropolitano ITM, Colombia
omargutierrez@itm.edu.co, adrianasoto@itm.edu.co, miriamgil@itm.edu.co

Línea 2: Las TIC como fuente de innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: sistemas de ecuaciones lineales, determinante de una matriz, matriz inversa, Microsoft Excel.

Resumen

Este trabajo presenta una propuesta para abordar la solución de sistemas de ecuaciones lineales mediante el uso de la hoja de cálculo Excel, empleando el método del cálculo de la matriz inversa. De esta manera, se busca la promoción de las bondades de la hoja de cálculo en términos de las funciones que suministra y la manera en que pueden convertirse en un mediador en el aprendizaje de las ciencias básicas.

1. Introducción

Si un sistema de ecuaciones lineales (SEL) de la forma tiene solución única, su solución se puede calcular a través de operaciones matriciales con el uso de la matriz inversa de A. Este procedimiento puede realizarse con la hoja de cálculo Excel, ya que éste trae incorporadas un conjunto de funciones predefinidas de tipo matricial. Se muestra así que, la hoja de cálculo

es una herramienta con gran potencial como mediador en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los algoritmos de solución de sistemas de ecuaciones lineales.

2. Objetivo

Describir una metodología para la resolución de sistemas homogéneos ecuaciones lineales de variables, haciendo uso de la hoja de cálculo Excel.

3. Marco teórico

Un sistema de ecuaciones es lineal si es de la forma:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{м2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

donde a_{ij} y b_i, con $i = 1,2,3, \ldots, m$ y $j = 1,2,3, \ldots, n$, son número reales (Acevedo, 2014).

En general, cualquier SEL se puede escribir de la forma $A\vec{x} = \vec{b}$, donde A es la matriz conformada por los coeficientes de las variables en las ecuaciones, $\vec{x}$ es el vector construido con las variables y $\vec{b}$ es el vector construido con los términos independientes.

Se sabe también, que si A es una matriz cuadrada, con $|A| \neq 0$, entonces A es invertible y $A^{-1} = \frac{1}{|A|} adj(A)$, donde $adj(A)$ es la matriz adjunta de A. Además, si $A\vec{x} = \vec{b}$ es un sistema de n ecuaciones lineales, con $|A| \neq 0$, entonces el SEL tiene solución única, la cual está dada por $\vec{x} = A^{-1} = \vec{b}$ (Williams, 2002) (Larson & Edwards, 2004).

Microsoft Excel es un producto comercial que usualmente está incluido en la suite de oficina Microsoft Office y que consiste en un software de hojas de cálculo, que comúnmente se utiliza en tareas financieras y contables. Sin

embargo, el software puede emplearse para realizar cálculos matriciales puesto que éste incluye una serie de "funciones", las cuales son fórmulas preconfiguradas entre las que se incluyen algunas que permiten realizar operaciones entre matrices.

4. Metodología y resultados

Para solucionar un sistema de homogéneo de *n* ecuaciones lineales, utilizando la hoja de cálculo Excel, se procede de la siguiente manera:

1. Se construye una plantilla en la hoja de cálculo con lugares demarcados para la matriz A, el vector de variables $\vec{x}$, el vector de términos independientes $\vec{b}$, el determinante de la matriz A, la inversa de la matriz A, el producto de la matriz inversa de A con el vector de términos independientes y un espacio adicional para verificar el resultado.
2. Se calcula el determinante de la matriz A y si este valor es diferente de cero, se procede a calcular la matriz inversa de A. Las funciones empleadas son: mdeterm, para calcular el determinante y, minversa, para calcular la inversa de la matriz.
3. Con la matriz inversa de A y el vector de términos independientes $\vec{b}$, se procede a realizar un producto matricial cuyo resultado es un vector cuyas componentes corresponden a los valores de las variables que satisfacen el sistema de ecuaciones lineales. La función empleada es mmult.
4. Si se desea se puede verificar que la soluciones encontrada, satisface el SEL. Para ello se emplean los operadores aritméticos +, -, * y /.

5. Conclusiones

La hoja de cálculo Excel es una herramienta computacional de gran valor puesto que, permite abordar la solución de un SEL mediante el cálculo de la matriz inversa, tema que es de gran interés teórico en la formación una gran variedad de profesionales que requieren resolver este tipo de problemas tanto en las etapas de formación como el ejercicio de la profesión misma.

Entre las ventajas que ofrece Excel como software para la solución de este tipo de problemas, se encuentran: el entorno construido con celdas que, en conjunto con las funciones predefinidas, permiten el trabajo con matrices y también, la disponibilidad del software que en la mayoría de usuarios está disponible al adquirir la suite de oficina de Microsoft Office.

6. Referencias bibliográficas

Acevedo, B. (2014). Álgebra lineal. Departamento de matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales.

Williams, G. (2002). Álgebra lineal con aplicaciones. México, D.F.: Ed. McGraw Hill, 646 p.

Larson, R.E. & Edwards, B.H. (2004). *Introducción al Álgebra Lineal*. México D.F.: Ed. Limusa, 659 p.

SITUACIONES PROBLEMA QUE MOVILIZAN CONCEPTOS ALGEBRAICOS MEDIADAS POR GEOGEBRA

John Jairo Múnera Córdoba
Universidad de Antioquia, Colombia
jjmunera@gmail.com

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas y naturales. Tema: álgebra escolar. Nivel educativo: Educación secundaria.

Palabras clave: situaciones problema, medios interactivos, algebra escolar, GeoGebra.

Resumen

En esta ponencia se presenta una situación problema, desarrollada con estudiantes de grado 8°, mediada por los recursos interactivos que ofrece GeoGebra. Se parte de la observación de una representación geométrica y las tareas siguientes giran alrededor de la búsqueda de una expresión algebraica para el área y perímetro de la figura. Donde es necesario obtener primero cantidades particulares de estas medidas, de modo que conlleven a encontrar relaciones entre los aspectos cambiantes en la representación al modificar la variable de la cual depende la construcción. Este trabajo permitió ver distintas formas de representación para expresiones algebraicas: geométrica, numérica, tabular, cartesiana. Las cuales desde sus diversas interpretaciones aportaron la comprensión significativa de la mismas.

1. Introducción

GeoGebra ofrece una serie de medios computacionales interactivos que posibilitan diferentes sistemas de representación para un concepto matemático que, en última instancia, son todos ellos los que dotan de significado al mismo de manera contextualizada. Aprovechando estos recursos la ponencia se centra en el dinamismo que ofrece una representación geométrica para proceder a la interpretación y construcción de expresiones algebraicas asociadas a la variación de áreas y perímetros dando lugar al cálculo de algunos de sus valores numéricos. En el desarrollo del trabajo se pone en evidencia el poder mediador que tiene GeoGebra en la construcción de situaciones problemas para movilizar conceptos asociados a las matemáticas escolares.

2. Objetivo

Construir expresiones algebraicas desde el tratamiento de áreas y perímetros en contextos de variación a través de mediación que ofrece la manipulación de representaciones geométricas diseñadas en el ambiente computacional GeoGebra.

3. Marco teórico

Las herramientas computacionales dotadas de recursos interactivos vienen propiciando espacios de reflexión para las matemáticas escolares, de modo que posibilitan el diseño de situaciones problema para movilizar conceptos matemáticos desde sus diferentes formas de representación, las cuales son las encargadas de llenarlos de significado. “Las formas de representación de un objeto matemático son inagotables y entre más sistemas de representación se trabajen, se comprenderá mejor un concepto matemático en toda su dimensión” (MEN[1], 1999, p. 27). Ignorar los aportes de las tecnologías computacionales en la enseñanza de las matemáticas es desconocer las diversas posibilidades de interacción de los estudiantes con el quehacer matemático desde los recursos interactivos que ofrece y, es privarlos de

[1] Sigla: Ministerio de Educación Nacional.

las reorganizaciones conceptuales que ofrece sus diferentes sistemas de representación. En este sentido, Moreno (2002) expresa:

> "El uso de la tecnología puede jugar un rol importante pues ayuda a los estudiantes a representar, identificar y explorar comportamientos de relaciones matemáticas diferentes. Una meta importante durante el proceso de aprendizaje en matemáticas es que el estudiante desarrolle aprecio y disposición hacia una indagación matemática genuina, durante sus experiencias de aprendizaje en la escuela". (p. 264)

4. Metodología

Un grupo de 38 estudiantes de grado 8° participaron de una sesión de trabajo de dos horas, en la discusión de una situación problema, donde las tareas giraron alrededor de la búsqueda de una expresión algebraica para el área de una representación geométrica y otra para su perímetro. Se partió del cálculo de áreas y perímetros para casos particulares de la variable, que hacía que la figura se agrandara o se redujera. Estos casos particulares conllevaron a la necesidad de construir modelos matemáticos para el área y perímetro. Además, la tabla de valores obtenida orientó la construcción de otros registros de representación, desde el mismo software, para su interpretación. Durante toda la clase el profesor estuvo planteando preguntas consustanciales a las variaciones de la figura al cambiar el valor de la variable de la cual depende la construcción y por ende su área y perímetro. Los estudiantes ponían en evidencia su actividad matemática a partir de la comunicación de sus razonamientos, ideas y conjeturas que le iba surgiendo, acompañando las mismas de cálculos que ayudan a validar sus hipótesis. Los hallazgos permitieron ver como los recursos interactivos que ofrece GeoGebra posibilitan en los estudiantes la construcción de expresiones algebraicas asociadas a una determinada representación geométrica centrando la atención en aspectos medibles como el área y perímetro. Asimismo, les permitió obtener valores numéricos para la expresión algebraica, de manera situada, como es el caso particular de obtener un valor del área y del perímetro de la figura cuando se cambia la variable.

5. Conclusiones

Las situaciones problema mediadas por recursos computacionales interactivos contribuyen a que los estudiantes interactúen y participen de la construcción de conceptos matemáticos, los cuales se dotan de significados a partir de los distintos sistemas de representación que ofrecen los recursos del software implementado, en particular, los utilizados en GeoGebra.

El conocimiento matemático en esta perspectiva es visto como una construcción social mediada por diversos sistemas de representación, en el sentido que emerge, de las relaciones que se tejen en el aula. Así los estudiantes emprenden exploraciones que los llevan a procesos de observación, producción de conjeturas, análisis, validación y argumentación, todo desde las elaboraciones obtenidas. También, se da lugar al debate, la confrontación, la toma de decisiones, la negociación de significados y la solución a problemas. Además, de promoverse un trabajo colaborativo, donde se adquiere autonomía para aprender pensando y reflexionando y, se movilizan habilidades para comunicar y razonar desde sus propias construcciones.

6. Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas: apoyo a los lineamientos curriculares*. Bogotá. Ed. Magisterio.

Moreno, L. y Santos, L. (2002). Proceso de transformación del uso de la tecnología en una herramienta para la solución de problemas de matemáticas por parte de los estudiantes. En: *Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional, pp. 263 – 268. Bogotá: Enlace Editores.

CONSTRUCCIONES CON BOTONES Y CASILLAS DE ENTRADAS, EL PASO A UN NIVEL INTERMEDIO EN GEOGEBRA

Alexander Parra
Universidad del Valle; IE José Antonio Galán Secretaría Municipal de Yumbo, Colombia.
parra.alexander@correounivalle.edu.co, profealexparra@gmail.com

Educación secundaria.

Palabras clave: funciones, formación docente, comandos java script.

Resumen

En el taller se realiza el reconocimiento de lo que se puede considerar un nivel intermedio del manejo del programa, así como de sus herramientas, con los usuarios de nivel básico que participen a partir de algunos ejercicios y construcciones, contextualizando ámbitos escolares de las ciencias exactas en la que se puedan emplear.

Se realizan construcciones en los que se explora el manejo de las funciones lineales o cuadráticas y como se pueden llevar a un nivel intermedio y hasta avanzado a través del programa empleando herramientas como: la creación de botones, casillas de entrada y las opciones avanzadas que aparecen en las propiedades de los objetos. Estas reflexiones y prácticas permitirán que los participantes estén en la posibilidad de crear construcciones de acuerdo a sus necesidades, así como el reconocimiento de espacios virtuales de la comunidad geogebra que posibilitan el enriquecimiento de sus prácticas pedagógicas.

1. Introducción

En mi participación de diversos programas de formación docente, he reconocido que algunas de las dificultades y limitaciones en las propuestas de los docentes en ambientes computacionales y la creación de ambientes virtuales de aprendizajes, no solo se dan por el nivel de reflexión teórica en las que se sustentan y se construyen, sino que también se presentan por el nivel instrumental de los docentes frente al artefacto con el que trabajan. En el caso de GeoGebra muchas de las propuestas que se dan en la comunidad se pueden enriquecer desde aportes instrumentales con un manejo intermedio y avanzado del programa, por lo cual, en el presente taller se busca reconocer diversas herramientas que requieren un nivel intermedio del manejo del programa, para llevar las clases a un nivel avanzado de trabajo.

2. Objetivos

Potenciar el diseño de actividades, a través de la apropiación de herramientas de Geogebra con niveles intermedio y avanzado en el manejo del programa.

Identificar espacios de la comunidad de geogebra para el enriquecimiento de las propuestas de clase.

3. Marco teórico

La importancia que en el siglo XXI se dan a la integración de las tecnologías ya no está en discusión, pero el papel que juega en la escuela, las posibilidades, potenciales y limitaciones con los que se realiza la integración en el aula aún no es un capítulo cerrado en la comunidad académica, un nivel de referencia que nos obliga a esta reflexión para muchos docentes son los referentes curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2014), en el que se hace un llamado explícito a los niveles de integración y de competencia TICs de los docentes desde la expectativa del MEN y que responde a tensiones y expectativas de orden mundial. Es importante reconocer que desde esta postura los docentes, no deben quedarse en un nivel explorador, el ideal es el tránsito por el nivel integrador

para llegar al innovador dentro de sus prácticas, en todas las dimensiones mencionadas, retomamos la competencia tecnológica, la cual se define en el contexto educativo como: …la capacidad para seleccionar y utilizar de forma pertinente, responsable y eficiente una variedad de herramientas tecnológicas entendiendo los principios que las rigen, la forma de combinarlas y su utilización en el contexto educativo.(…), de igual forma la competencia pedagógica que se constituye en el eje de la reflexión se describe como: Las TICs han mediado algunas de las prácticas tradicionales y también han propiciado la consolidación de nuevas formas de aproximación al quehacer docente, enriqueciendo así el arte de enseñar. (…)

La reflexión en torno a estas competencias y niveles de competencia, es lo que da vida y sentido a la propuesta del taller. También se invita a través de las actividades al reconocimiento de los diversos esquemas individuales y socialmente compartidos que se dan cuando (los docentes) hacemos integración de los artefactos en la solución de nuestras tareas y en particular al diseño de actividades tareas Trouche & Drijvers (2014).

4. Metodología y resultados

El taller se desarrolla en tres momentos, en el primero se realizan ejercicios y construcciones para el reconocimiento del nivel instrumental que en Geogebra definimos como un usuario de nivel básico e intermedio, en un segundo momento, se presentan construcciones a las cuales se les realiza una reingeniería con la cual se desconfiguran y analizan las herramientas involucradas en su elaboración, posibilitando se identifiquen necesidades y posibilidades en el diseño de la actividad.

Finalmente, en el tercer momento del taller, se ha de reconocer y apropiarse de herramientas como botones, casillas de entrada y guión script de GeoGebra, que no son comúnmente empleadas por los docentes (del nivel básico en el manejo de Geogebra) en la construcción de actividades para generar mayores posibilidades para el desarrollo de sus competencias instrumentales (tecnológicas), permitiendo que los participantes enriquezcan sus producciones y prácticas con GeoGebra on y of-line.

5. Conclusiones

El taller permitirá a los docentes el enriquecimiento de las competencias tecnológicas y pedagógicas como las asume el MEN (2014), de igual forma permitirá realizar la reflexión alrededor de los espacios virtuales en los cuales los docentes enriquecemos nuestras competencias y prácticas, como el caso de Geogebratube y Youtube entre otros.

6. Referencias bibliográficas

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA. (2014), Competencias Tic para el desarrollo profesional docente. Recuperado el 25 de septiembre de 2016 en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-318264_recurso_tic.pdf

Trouche, L & Drijvers, P. (2014) Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. En Teaching Mathematics and its Applications Teaching Mathematics and Its Applications 33, 193-209. Recuperado el 25 de septiembre de 2016 en http://teamat.oxfordjournals.org/content/33/3/193.full.pdf?keytype=ref&%2520ijkey=P83FxYUzECbG67e

DISEÑO DE OBJETOS DE APRENDIZAJE PARA FACTORIZAR FUNCIONES CON SOLUCIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Carlos Mario Restrepo Restrepo, Elkin Alberto Castrillón Jiménez, Héctor Javier Herrera Mejía

Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
carlosrestrepo@itm.edu.co, elkincastrillon@itm.edu.co, hectorherrera@itm.edu.co

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: factorización, objeto de aprendizaje, función cuadrática.

Resumen

En este taller se busca incentivar la creación de objetos de aprendizaje realizados con GeoGebra, especialmente para la factorización de funciones de segundo grado. La intención es enseñar a diseñar un objeto de aprendizaje para el caso de funciones cuadráticas y que el estudiante pueda entrar la solución y mirar si la respuesta es o no correcta con un mensaje.

1. Introducción

Las funciones cuadráticas tienen un sinnúmero de aplicaciones en diferentes campos de la ciencia, además de servir para introducir conceptos de función, factorización, simplificación y solución de ecuaciones. Con la elaboración de objetos de aprendizaje como éste el docente se motivará a producir sus

propios objetos y el estudiante se motivará a estudiarlo ya que tiene varas bondades como son: Los ejercicios aparecen de forma aleatoria lo que hace que el estudiante no agote el recurso sino que pueda practicar cuantas veces quiera (Rivera, 2010), es difícil que en varios intentos aparezca el mismo ejercicio, cada ejercicio da la solución en caso de que el resultado colocado sea erróneo además le pone una imagen felicitando sus aciertos y otra en sus desaciertos.

La elaboración de este objeto de aprendizaje motiva al docente a producir más objetos alrededor del mismo u otro tema y que aumenten el nivel de dificultad.

2. Objetivo

Incentivar la producción por parte del maestro de objetos de aprendizaje utilizando GeoGebra de una manera sencilla tal que sus estudiantes puedan realizar tantos ejercicios como necesiten sin repetir siempre los mismos y que estos objetos les sirvan para retroalimentarse en caso de cometer errores (Rivera, Herrera y Restrepo, 2011).

3. Marco teórico

Este taller se puede elaborar a partir de algunos conocimientos básicos de GeoGebra que se pueden explicar rápidamente en el mismo taller como es el manejo de ciertos comandos como son: manejo de deslizadores, campos de texto, campos de entrada y algunos, lo mismo de conceptos de la lógica proposicional para hacer condiciones lógicas. Además de los conceptos que se quieren enseñar con el objeto de aprendizaje.

4. Metodología y resultados

GeoGebra ha evolucionado mucho y cada vez cuenta con más bondades. Lo primero es mostrar algunas de ellas, como es el foro medio por el cual se puede tener colaboración de otros miembros de GeoGebra que pueden dar respuesta o consejos a quien está comenzando. Luego se trabajarán

algunos comandos de GeoGebra que serán necesarios en la elaboración del objeto. Y luego, el protocolo de construcción para crear el nuevo objeto. En la figura 1, se muestra un ejemplo interactivo en la vista gráfica usando imágenes y ecuaciones.

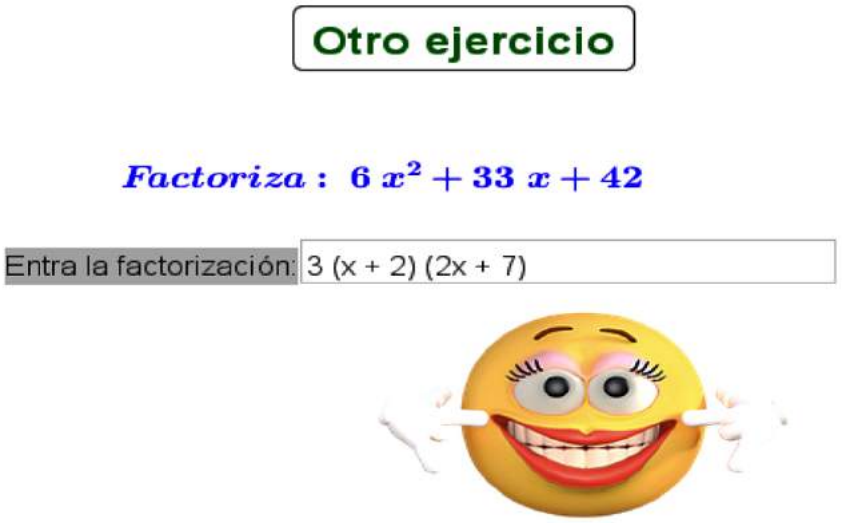


Figura 1. Ejercicio de factorización en el que se pide que el estudiante factorice la expresión.

5. Conclusiones

La creación de estos objetos de aprendizaje no desplaza al maestro, solo le ayudan a guiar mejor su clase y el estudiante estará motivado para estudiar.

El estudiante puede practicar cuantas veces quiera y obtiene una retroalimentación cuando no ha logrado realizar bien sus ejercicios, esto hace que el estudiante supere algunos obstáculos de aprendizaje.

El estudiante puede dedicar tiempo al trabajo independiente a la hora que le quede más fácil. El acompañamiento del docente hace que el estudiante utilice más los objetos de aprendizaje (Córdoba-Gómez, Herrera y Restrepo, 2013).

6. Referencias bibliográficas

Rivera, J. (2010). *La comunicación del Riesgo: Hacia un modelo efectivo y situacional*. Medellín: Fondo Editorial ITM

Rivera, J., Herrera, H., & Restrepo, C. (2011). *Proyecto P.I*. Recuperado el 10 de junio de 2013, de http://gnomonitm.com/site/Modulos/calculo_integral/index.html

Córdoba-Gómez, F., Herrera, H. y Restrepo, C. (2013). Impacto del uso de objetos de aprendizaje en el desempeño en matemáticas de estudiantes de grado noveno. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 47-58

LAS REPRESENTACIONES VISUALES CON GEOGEBRA: EL PENSAMIENTO ESPACIAL

Carlos Mario Restrepo Restrepo, Héctor Javier Herrera Mejía, Carlos Alberto Rojas Hincapié.

Instituto Tecnológico Metropolitano (Colombia), ITM (Colombia), ITM (Colombia)
carlosrestrepo@itm.edu.co, hectorherrera@itm.edu.co, carojas72@gmail.com

Línea 1. Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: visualización, GeoGebra, representación virtual espacial, objeto interactivo de aprendizaje.

Resumen

No es extraño encontrar estudiantes de precálculo y de cálculo con dificultades para entender las representaciones geométricas de las funciones, así como los sólidos tridimensionales que son la base para la modelación matemática. Algunos autores ya han indicado la problemática que representa para algunos estudiantes la comprensión de la simetría de una representación espacial pero también concluyen que herramientas dinámicas como GeoGebra pueden ser claves para lograr la visualización desde los primeros cursos de geometría en la secundaria (Akkaya, Tatar, & Kagızmanlı, 2011). En el taller se proponen algunas metodologías para que los estudiantes logren la motivación y la estimulación del pensamiento espacial en matemáticas.

Se pretende acercar tanto a estudiantes como a docentes de matemáticas básicas, geometría, precálculo y cálculo a nuevas didácticas para

representar los objetos matemáticos como las funciones y las ecuaciones y que finalmente puedan encontrar formas de acrecentar su interés y la visualización. En una primera etapa se busca sensibilizar sobre la problemática que enfrentan los estudiantes para visualizar y comprender conceptos como la simetría y su utilidad en las matemáticas; luego, se da paso a la actividad de construcción con las herramientas de GeoGebra.

1. Introducción

Los cursos de geometría euclidiana, espacial, analítica y vectorial han sido el buen fundamento para un estudiante de cálculo en los primeros cursos universitarios. Sin embargo, en los últimos años se ha notado la deficiencia en cuanto a habilidades de pensamiento geométrico y espacial de los estudiantes que ingresan a los cursos de cálculo. Es indudable que las habilidades que aportan estos cursos son de primera importancia y deben buscarse estrategias y soluciones acordes con las tecnologías educativas actuales.

2. Objetivo

En el taller se busca que los participantes reflexionen sobre formas alternativas de estimular el pensamiento espacial y geométrico a través de conceptos como el de simetría, periodicidad, comportamiento asintótico, entre otros.

3. Marco Teórico

Los estudiantes de cálculo y geometría se llegan a sentir frustrados cuando se les pide que tracen la curva que representa una función o relación o que tracen en el papel la representación de un sólido o superficie para proceder a calcular su volumen por medio de una integral. Es un problema de representación que ha sido estudiado por muchos autores y se han indicado las consecuencias para el aprendizaje de las matemáticas. El problema puede radicar en muchos años de énfasis en la operatividad y poco cultivo del pensamiento geométrico y espacial. La solución puede estar en las representaciones isomorfas que explican la realidad natural y la realidad artificial

(Rivera, 2010); estas representaciones se pueden lograr por medio de los objetos interactivos de aprendizaje (OIA) o el uso de software matemático dinámico como GeoGebra.

4. Metodología y resultados

En el taller se construirán las representaciones gráficas de funciones y relaciones, derivadas, integrales, vectores, entre otros, aprovechando la ventana gráfica de GeoGebra tanto bidimensional (2D) como tridimensional (3D) y analizando los conceptos relacionados con el pensamiento espacial y geométrico como la simetría, la periodicidad y los límites de integración en volúmenes de sólidos de revolución.

Como resultados esperados, los participantes habrán reflexionado sobre su propio quehacer como docentes o dicentes y sobre las posibilidades que brindan las herramientas 3D de GeoGebra para la visualización de los objetos matemáticos. También se espera que dicha visualización se vuelva habitual en los asistentes y encuentren por sí mismos nuevas representaciones dinámicas de los contenidos matemáticos.

5. Conclusiones

Las representaciones visuales que pueden lograrse con GeoGebra constituyen recursos que puede llevar a los estudiantes de regreso al pensamiento geométrico y espacial, sobretodo estimulando su capacidad de exploración e interpretación de sus percepciones (Rivera, 2010). Los recursos interactivos de aprendizaje por sí mismos no han demostrado con claridad un cambio en la actitud y en la aptitud de los estudiantes hacia la geometría y las matemáticas, a menos que dichos recursos se combinen con la asesoría de docentes y personal capacitado (Restrepo, C, Herrera H., Córdoba, F., 2013). De ahí la importancia de que sean los docentes los primeros en conocer el potencial de GeoGebra para establecer estrategias eficaces de enseñanza y aprendizaje para sus estudiantes.

6. Referencias bibliográficas

Akkaya, A., Tatar, E., & Kagızmanlı, T.B. (2011). Using Dynamic Software in Teaching of the Symmetry in Analytic: The Case of GeoGebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, (2540-2544).

Rivera, J. (2010). *La comunicación del riesgo: hacia un modelo efectivo y situacional* (pp. 315 y ss), Fondo Editorial ITM.

Restrepo, C; Herrera, H; Córdoba, F.; (2013). Impacto del uso de objetos de aprendizaje en el desempeño en matemáticas de estudiantes de grado noveno. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 47-58.

EXPLORANDO ELEMENTOS NOTABLES DE TRIÁNGULOS CON GEOGEBRA

Edilma Judith Díaz Bonilla, Mercedes Raquel Velásquez
Universidad de Panamá, Panamá.
ejudithd@gmail.com, raquel.velasquez10@gmail.com

GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: GeoGebra, triángulos, taller, geometría, formación docente.

Resumen

Este taller está diseñado para estudiantes de primer año de la licenciatura en docencia de las matemáticas en la Universidad de Panamá, que serán los futuros profesores de matemáticas de la educación premedia y media. En concreto se desarrollan cuatro actividades pertenecientes a la materia de geometría plana, específicamente con el tema de elementos notables en el triángulo, el objetivo fundamental es explorar las habilidades y destrezas de visualización y el razonamiento en las construcciones geométricas, utilizando el software de GeoGebra, explorando el potencial de esta herramienta, arrastrando y manipulando objetos deduciendo algunas características de estos triángulos. Las actividades a desarrollar permiten al mismo tiempo profundizar en el manejo de GeoGebra de cada uno de los asistentes al taller, desde los que no conocen dicho programa, hasta los que tienen un nivel más avanzado. Y lo más importante que permite al estudiante ir desarrollando un razonamiento geométrico que le ayudara a comprender mejor los problemas de la vida cotidiana.

1. Introducción

Todos aquellos que tienen la experiencia de enseñar matemáticas y también los que han tratado de aprenderla seguramente llegaron a la conclusión que la mayor dificultad está en la resolución de problemas, debido a lo difícil que es construir gráficos que representen las situaciones problémicas, también visualizar mentalmente figuras geométricas y lograr un razonamiento adecuado. Es claro que la enseñanza de la geometría a todos los niveles está enfrentando una crisis, por diversas razones, desde el desconocimiento de la importancia de esta disciplina hasta problemas con los contenidos por parte de los docentes, razón por la cual se está implementando el uso de nuevas tecnologías. En la educación "es necesario tratar de que los futuros profesores de matemáticas sean capaces de interpretar y analizar correctamente definiciones y enunciados geométricos, al menos a los que se refieren al conceptos y situaciones del nivel educativo correspondiente" (Gutiérrez, A & Jaime, A. pág. 29), los futuros profesores serán los encargados de enseñarles a los niños nuevas formas de aprendizaje.

2. Objetivos

Explorar habilidades y destrezas en construcciones geométricas con el software de GeoGebra. Visualizar y manipular las construcciones realizadas y analizar algunas características de estas figuras. Explorar el razonamiento geométrico en los futuros profesores de matemáticas. Comprobar definiciones y teoremas que conocían teóricamente en objetos dinámicos.

3. Marco teórico

Los profesores juegan un papel importante como facilitadores del aprendizaje de los estudiantes por tanto "el perfil del docente debería configurarse como un profesional atento a todas las posibilidades de comunicación que la herramienta tecnológica le ofrecen, para hacer más adecuado, exitoso y atractivo el proceso de aprendizaje de los alumnos (Acosta, J. 2007). El docente que constantemente este actualizándose y buscando la forma en que los estudiantes se sientan apoyados y bien orientados, estarán contri-

buyendo a que sus estudiantes aprendan a aprender en esta sociedad que está en cambios y renovaciones.

Según Gamboa (2007), las tareas que se propongan deben despertar el interés de los estudiantes como aquellas que presenten cierto grado de desafío o difícil solución.

El papel que juegan las construcciones geométricas realizadas en torno a la geometría dinámica es fundamental, pues intervienen en los objetos de "experimentación" sobre la teoría, sin utilizar de manera directa el discurso, contribuyendo a superar uno de los obstáculos principales del aprendizaje de la geometría, la superación de las tensiones entre los procesos de visualización y su potencial pedagógico heurístico en la resolución de problemas y los procesos de justificación y su potencial pedagógico para dar sentido a la organización deductiva del conocimiento matemático. (Pensamiento Geométrico y Tecnología Computacionales, 2004, pág. 29). Gamboa, R. (2007), señala que las actividades de "lápiz y papel" se han enriquecido con las ambientes computaciones…además, con el uso de la computadora es posible profundizar el estudio de un concepto, cuya comprensión fue superficial, este ambiente de aprendizaje con geometría dinámica da acceso a los estudiantes a varias formas de expresar sus ideas matemáticas y experimentar con ellas.

4. Metodología y resultados

En este encuentro de dos horas de duración, se le harán entrega de la guía de actividades que se desarrollan, y cada participante debe tener una computadora con el software de Geogebra 4.1 instalada, se dará una breve exposición del software y los objetivos que persigue el taller, seguidamente se le presentará las actividades a realizar. Seguidamente se dejará que los participantes empiecen a realizar las construcciones propuestas, facilitándole la ayuda si la necesitan. Suspenderemos el taller unos 15 minutos antes para escuchar las reflexiones, comentarios, dudas o sugerencias de los participantes, que nos ayuden a mejorar estas actividades.

5. Conclusiones

Mediante estas actividades logramos entusiasmar a los futuros profesores de Matemática, en el uso de la tecnología en el aula de clases para que adquieran habilidades y destrezas en el uso de software en la enseñanza de la Geometría en forma dinámica. Además, se logró fomentar el desarrollo del razonamiento geométrico, para crear nuevas actividades relacionadas con el software dinámico que mejore enseñanza de la geometría.

6. Referencias bibliográficas

Acosta, J. (2007). *Retos y desafíos ante las puertas de la Tecnología*. Milevicich, L./ Lois, A. (2007). *El ordenador como recurso didáctico en la Resolución de Problemas*. Acta latinoamericana de matemática educativa. Clame, Volumen 20, año 2007, paginas 611-616 & 641-646.

Gamboa, R. (2007). *Uso de la Tecnología en la enseñanza de las Matemáticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Año 2, N° 3.

Gutiérrez, A. & Jaime. A. (S/A). *Uso de Definiciones e Imágenes de Conceptos Geométricos por los Estudiantes de Magisterio*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia.

Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales, (2004). Proyecto: Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Primera Edición.

INOVANDO ATIVIDADES DE GEOMETRIA PARA A APRENDIZAGEM POR DESCOBERTAS NO ENSINO BÁSICO

Yuriko Yamamoto Baldin
Universidade Federal de São Carlos, BRASIL
yuriko@dm.ufscar.br

Linea 1: Creación de recursos didácticos con GeoGebra para aprendizaje y enseñanza de las Ciéncias Exactas y Naturales. Formación docente.

Palabras clave: geometria no contexto real, aprendizagem da geometria, melhoria do ensino básico, geometria dinâmica.

Resumo

No Brasil, o ensino da geometria no Ensino Básico é bastante limitado por focar primordialmente o ensino da nomenclatura formal de conceitos e a aplicação de fórmulas algébricas para cálculo de medidas, o que causa, em geral, um nível insatisfatório de aprendizagem de propriedades e de desenvolvimento de raciocínio dedutivo. O material didático para o ensino da geometria, desde os cursos de formação de professores e nas escolas de ensino fundamental e médio, carece também de uma apresentação integrada de conceitos matemáticos, com distintas abordagens de ensino e, especialmente, de recursos modernos disponíveis. Este trabalho tem como objetivo principal apresentar exemplos de atividades nesse contexto, criadas para alunos de 8º e 9º anos e testadas em oficinas especiais para esse nível, que, ao promover a visualização e descoberta da geometria no contexto real, ilustram o potencial do GeoGebra na articulação de uma aprendizagem integrada em nível básico. A metodologia nas oficinas foi

de aprendizagem participativa com resolução de problemas por etapas, aplicadas em contextos do mundo real para modelar conceitos geométricos com resgate da construção geométrica e da álgebra escolar. O GeoGebra possibilitou atividades inovadoras atraentes para a compreensão e aproveitamento eficaz dos alunos, utilizáveis por professores do ensino básico.

1. Introdução

As atividades deste trabalho fazem parte de uma oficina criada e desenvolvida para alunos de 8º e 9º anos, por meio de uma sequência de problemas que iniciam por meio de visualização e experimentação, para reconhecer e estabelecer a propriedade essencial que caracteriza o conceito de tangência entre "círculo e reta" e "círculo e círculo". O reconhecimento da propriedade essencial é realizado por meio de conceitos do conteúdo escolar, sem entrar em detalhes abstratos de uma demonstração formal que, acreditamos, deva ser precedida por uma compreensão das aplicações concretas da propriedade. O trabalho tem três partes: 1- Experimento dinâmico com objetos geométricos "círculo e reta", "círculo e círculo" para conduzir à descoberta e formulação da propriedade essencial que caracteriza a tangência entre esses objetos; 2- Ilustração das propriedades geométricas em arquiteturas históricas relevantes para reconhecer a importância da matemática na história da civilização e presença na arte; 3- Resolução de um problema de geometria que conecta o conhecimento adquirido nas atividades com a álgebra escolar do Ensino Fundamental II. A referência principal para a sequência dos exemplos trabalhados é (Baldin, 2013), e a inspiração para algumas ilustrações e o problema da parte 3 vem de (Heilbron, 2000).

2. Objetivo

Este trabalho visa oferecer uma sequência didática para os professores do Ensino Fundamental II (6º a 9º anos) e do Ensino Médio, que trabalha conceitos básicos da geometria escolar em uma perspectiva inovadora em relação às apresentadas nos livros textos, para sugerir alternativas pedagógicas ricas em conexões e significados para as salas de aula, que incluem a interdisciplinaridade com a história e a arte.

3. Marco teórico

Partindo da Metodologia de Resolução de Problemas por etapas (Polya, 1945), este trabalho se desenvolve baseado na MKT- Mathematics Knowledge for Teaching (Ball & Bass, 2003) que é uma expansão atualizada do conceito Pedagogical Content Knowledge de Shulman. A proposta das atividades práticas (Baldin, 2013) faz parte da nossa pesquisa sobre o desenvolvimento de material didático para ensino por resolução de problemas, para auxiliar os professores a aprender "*como promover aprendizagem significativa dos alunos por meio de questionamentos, explorações e descobertas*". Neste trabalho, ilustramos um ensino potencializado de geometria, com GeoGebra.

4. Metodologia e resultados

O uso do GeoGebra neste trabalho tem aspectos diferenciados, potencializados por suas funcionalidades: Na parte 1, experimental e dinâmica, desenvolvemos a exploração de construção de elementos geométricos, para conduzir uma aprendizagem dialógica e construção de conhecimentos estruturados, com objetivo de formulação da propriedade fundamental da tangência entre um círculo e uma reta: "*um círculo e uma reta são tangentes quando possuem um único ponto em comum, e nesse ponto o raio do círculo é perpendicular à reta*". Em seguida, estudo por meio de experimento dinâmico, permite conduzir à formulação da propriedade"*dois círculos são tangentes se possuem um único ponto em comum, e esse ponto é colinear com os centros dos círculos*". Algumas consequências são derivadas, por exemplo: "*dois círculos com raios diferentes podem ser tangentes externa ou internamente, e nesses casos, as distâncias entre os centros são respectivamente a soma ou a diferença entre as medidas dos raios*". Cabe aqui a pergunta, "*por que a hipótese de raios diferentes? O que ocorre se forem dois círculos de mesma medida de raio? "* Isto leva à metodologia de aprendizagem por questionamentos e desenvolvimento de pensamento crítico e dedutivo. Uma consequência imediata que pode ser trabalhada: "*dois círculos tangentes possuem a reta tangente comum pelo ponto de tangência, que é perpendicular à reta suporte dos centros dos círculos*". Na parte 2, usamos o GeoGebra para inserir na tela imagens para reconhecer a matemática nas construções históricas e relações com a arte. Na parte 3, usamos o GeoGebra estrategicamente na modelagem e resolução de

um problema de cálculo de medidas de elementos geométricos na janela gótica com rosácea de uma catedral, com uso eficiente da álgebra escolar.

5. Conclusão

A possibilidade de colocar os alunos como atores principais na descoberta de propriedades geométricas de figuras, não dadas *a priori* como fatos a memorizar, enaltece o papel da geometria dinâmica no ensino da geometria no ensino básico. O resultado observado das atividades da oficina evidencia que os próprios alunos conseguem identificar e resolver as equações algébricas, modeladas por meio de um raciocínio geométrico. Conclui-se que é possível inovar o ensino da geometria com os conteúdos já presentes no currículo escolar, e ao professor é possível tomar iniciativa de ampliar possibilidades pedagógicas nas suas práticas.

6. Referências bibliográficas

Baldin, Y.Y. (2013), *Oficina EHH-OBMEP2012, Problemas de Geometria que não são trabalhados nas escolas- Nível 1*, arquivo PowerPoint, Nova Friburgo, agosto 2013.

Ball, D. L & Bass, H. (2003), Towards a practice-based theory of Mathematics Knowledge for Teaching. In B. Davis & E.Simmt (Eds*), Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Math. Education Study Group (CMESG*), Edmonton AB: CMESG

Heilbron., J.L. (2000). *Geometry Civilized, History, Culture, and Technique*. Oxford University Press.

Polya, G., (1945). *How to solve it.* Princeton University.Press.

GEOMETRÍA HIPERBÓLICA: UNA PRIMERA APROXIMACIÓN POR MEDIO DE GEOGEBRA

Jordan Alejandro Cuchigay González, Jairo Castrellón Torres, David Velandia Beltrán

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Colombia.
jordan.cuchigay@mail.escuelaing.edu.co, jairo.castrellon@mail.escuelaing.edu.co, david.velandia-b@mail.escuelaing.edu.co.

Creación de recursos didácticos con GeoGebra para el aprendizaje y la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación secundaria (estudiantes de educación media edades entre 15 y 18 años) y Educación terciaria (pregrado).

Palabras clave: geometría euclidiana, GeoGebra, geometría hiperbólica, poincaré.

Resumen

El presente trabajo pretende brindar, por medio de una actividad tipo taller de clase, una primera aproximación a otro tipo de geometría, que difiere de la impartida en cursos usuales de geometría. Esto, con el fin de que el estudiante se interese y se motive a profundizar en la geometría hiperbólica y otros tipos de geometrías no euclidianas, cuyos resultados han sido fuente básica de grandes estudios en el mundo de las matemáticas y actualmente en la astrofísica. La actividad propuesta para esta temática tendrá el software GeoGebra como herramienta fundamental del trabajo para el desarrollo y la construcción plana de geometría hiperbólica, bajo el modelo del modelo del disco de Poincaré.

1. Introducción

La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque estos, corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en la escuela. El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar. (MEN 1998). El estudio de la geometría se ha abandonado poco a poco en el modelo educativo colombiano por la tediosa tarea del desarrollo con regla, compás y papel. El fácil uso de la plataforma virtual GeoGebra, accesible a todo el público, así como el software libre GeoGeobra, han servido de argumento principal para dar motivación a realizar el presente trabajo pretendiendo vincular y motivar al estudiante al estudio de la geometría a través de medios virtuales, que le permitan entender de manera óptima y visualizar claramente. Concretamente, se realizó un trabajo sobre geometría hiperbólica bajo el modelo del disco de Poincaré, que da al estudiante indicios de una geometría diferente a la conocida y se espera que él pueda visualizar, familiarizar, analizar, clasificar, razonar y si es posible deducir y razonar deductivamente acerca de elementos y axiomas de geometría hiperbólica.

2. Objetivos

- Diseñar un método para estudiar geometría hiperbólica 2-dimensional con GeoGebra.
- Estimular al estudiante proponiendo diferentes formas de estudiar geometría por medio de herramientas modernas de computación como GeoGebra.

3. Marco teórico

Aproximadamente en el año 300 a.c. un genio griego recopila, complementa y formaliza la geometría estudiada por sus antepasados, y logra crear un maravilloso texto que conocemos con el nombre de “los elementos

de Euclides", el cual surgió de la necesidad de formalizar y solucionar problemas geométricos abstractos (es decir sin aparente aplicación en el mundo real). Por un tiempo esta geometría se aceptó como cierta, única e incuestionable y si alguien se atrevía a hacerlo se le acusaría de herejía, a pesar que uno de los postulados (el quinto) no fuera trivial (mejor dicho, las reglas del juego no eran totalmente claras). Ya en el bajo renacimiento se comenzó a cuestionar y así comenzó la problematización de dicho postulado que llevó a varios matemáticos a desarrollar nuevas teorías y modelos para así darle explicación, uno de ellos fue Henri Poincaré quien propuso un modelo en el cual se puede representar la geometría hiperbólica n-dimensional a partir de un disco y la geometría euclidiana ya conocida (Martínez, 2007).

4. Metodología y resultados

Se aplica un taller a los asistentes, en el que siguen una serie de instrucciones para la construcción de un plano circular, sobre el cual se desarrollará toda la geometría que se estudiará. Una vez obtenida la construcción, se le pide al asistente responder una serie de cuestionamientos, que tendrán como base la construcción de algunos puntos más. Básicamente, se le pide al asistente que verifique los axiomas de la geometría euclidiana. Esta actividad se realizó con un grupo de estudiantes en el que se encontraron dificultades en conceptos básicos, sin embargo, no fue tarea difícil corregir los errores presentados, se generó una curiosidad y deseo de seguir estudiando el tema y presentaron conjeturas interesantes cercanas a la teoría real lo cual evidencia que las geometrías no euclidianas no son ajenas al pensamiento y no presentan dificultades al comenzar a estudiarlas formalmente. Para aclarar la actividad a continuación se presenta uno de los ejercicios propuestos en el taller (figura 1): Se construye la circunferencia con centro en A hasta B, el triángulo CDE, y un punto I sobre el triángulo (utilizando el comando *punto en objeto*), a continuación se selecciona el comando *inversión*, se selecciona el punto I y la circunferencia construida dando como resultado el punto I', luego se selecciona el punto I´ y dando click derecho seleccionamos *rastro*, finalmente movemos el punto I sobre el triángulo.

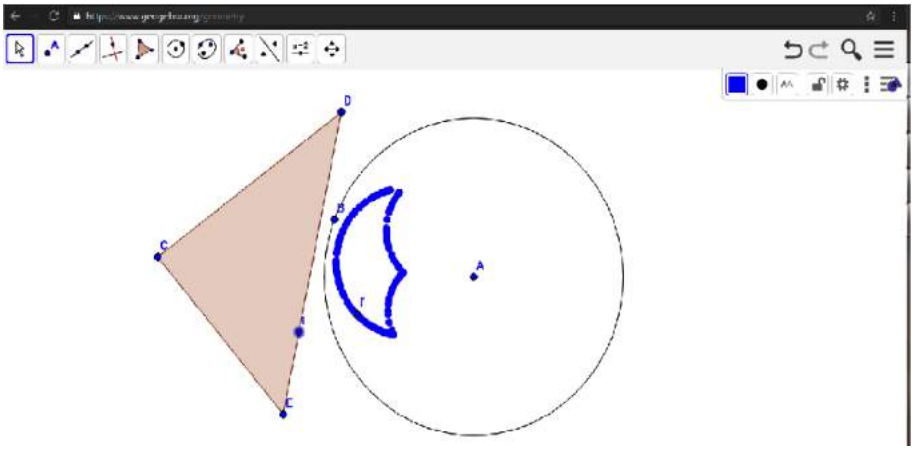


Figura 1. Procedimiento construcción triangulo bajo modelo de Poincaré

5. Conclusiones

Es de gran importancia inculcar en el estudiante una actitud de investigación y para ello es necesario mostrarle herramientas que contribuyan a su motivación para involucrarse en estos temas, de ahí la excelente ayuda que nos ofrece GeoGebra, pues permite tanto a estudiantes como a asesores de clase, la clara visualización de distintos resultados de la matemática, entre ellos la geometría hiperbólica bajo el modelo de Poincaré.

6. Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Martínez, A. (2007). *Geometrías no-Euclidianas*. Extraído el 16 de mayo de 2016 desde http://geometrias-no-euclideanas.blogspot.com.co/2007/09/parte-i-el-quinto-postulado.html

RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES CUÁDRICAS

José Carlos León Ríos, Ronald Quesada Córdova
Universidad de Lima, Perú; Instituto de Geogebra de la Universidad de Lima IGUL, Perú.
jleonr@ulima.edu.pe, rquesada@ulima.edu.pe

Las TIC en educación para la inclusión social.

Palabras clave: pensamiento variacional, cuádricas, seres-humanos-con medios.

Resumen

En este taller propiciamos el desarrollo del pensamiento variacional en las representaciones de superficies cuádricas haciendo uso del programa Geogebra. En el análisis de nuestras actividades nos enfocamos en el constructo teórico de "seres-humanos-con medios y la reorganización del pensamiento matemático", que indica que el conocimiento matemático es el resultado de una construcción de un colectivo pensante de seres-humanos-con medios. En nuestro caso, el uso de un recurso de geometría dinámica como el Geogebra, y la socialización como acto de integración del conocimiento, contribuyen a la producción del conocimiento. Finalmente, los principales resultados obtenidos nos indican que los estudiantes consiguen relacionar estructuralmente las propiedades de los elementos de las superficies cuádricas y que la interpretación gráfica de las curvas propicia el uso de diversos registros algebraicos y geométricos.

1. Introducción

Las actividades que mostraremos, tienen por objetivo favorecer la enseñanza y aprendizaje de los alumnos en la representación de superficies cuádricas. A partir de un elipsoide, generamos el corte de la superficie con algunos planos paralelos a los planos coordenados *XY* o *XZ*, o bien *YZ*. Es decir, reconstruimos la superficie con la intersección de superficies cónicas como es el caso de la elipse situada en los planos correspondientes. Es así, que hemos creído pertinente hacer uso del Geogebra, el cual permite a los sujetos explorar cualitativa y cuantitativamente las relaciones entre los elementos geométricos comprometidos y desarrollar estrategias argumentativas. Estas características privilegian el pensamiento y lenguaje variacional de la matemática, de acuerdo a Cantoral (2013). En relación a este planteamiento, la visualización juega también un rol importante en este proceso de construcción del conocimiento, por la gran cantidad de contenidos visuales que se experimenta; por lo que debemos tomar en cuenta a Guzmán (1996) quien indica que los procesos de abstracción deben ser sometidos a una elaboración racional de los contenidos mediante la formulación de las actividades. Estos contenidos visuales permiten en el sujeto, anticipar resultados y relacionar las propiedades de los elementos matemáticos.

2. Objetivo

Mostrar la relevancia de los colectivos de alumnos y del Geogebra como unidad cognitiva en la producción del conocimiento de las trazas de superficies cuádricas. De acuerdo a este objetivo, nuestras actividades estuvieron relacionadas con el uso del GeoGebra, pero no como un medio sino como una componente constitutiva y relevante del sujeto. De acuerdo a nuestro marco teórico, estas actividades fueron diseñadas accionando el pensamiento variacional y dinámico que se hallan en estrecha relación con la discusión, argumentación y pruebas que realizan los sujetos. Por lo tanto, las actividades propiciaron la cognición colectiva, la cual incluye la movilización de instrumentos para producir el conocimiento.

3. Marco teórico

Nuestro trabajo se focaliza en algunos aspectos de los seres-humanos-con medios y la reorganización del pensamiento matemático de Borba y Villareal

(2005). El autor indica que la socialización e interacción entre los estudiantes produce conocimiento debido a la apropiación de los saberes sociales por parte de los sujetos, y enriquecida con las tecnologías de comunicación e información. Por tanto, esta revolución digital no solamente es un proceso individual, sino que, como elemento colectivo, favorece la emergencia de esquemas de conocimiento del sujeto, modificando tanto la naturaleza del ser humano como la del propio conocimiento producido. En ese sentido, creemos, además, que la revolución digital y las prácticas sociales, han permitido la continua interacción entre los humanos y la tecnología.

4. Metodología y resultados

Nuestra investigación estuvo dirigida a los alumnos del programa de Arquitectura, es de tipo cualitativa, de orden descriptivo y tiene como referencial metodológico la micro ingeniería didáctica de Artigue (1995). En la primera hora planteamos actividades de instrumentalización del comando Secuencia. En la barra de entrada ingresamos el comando Secuencia [<Expresión>, <Variable>, <Valor inicial>, <Valor final>, <Incremento>]

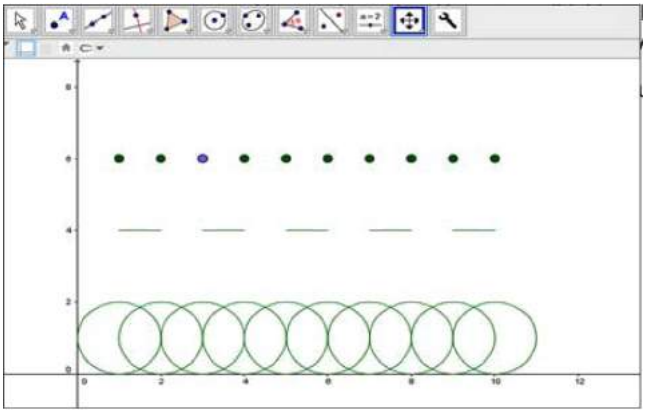


Figura 1. Figuras creadas por comando Secuencia

En la figura 1 se muestra la representación de una secuencia de figuras geométricas, las cuales fueron formadas por diversas reglas de correspondencia. En la figura 2, los alumnos generan con el comando Secuencia, un conjunto de planos transversales al plano XY y rebanan al elipsoide generando las curvas elípticas que se observan.

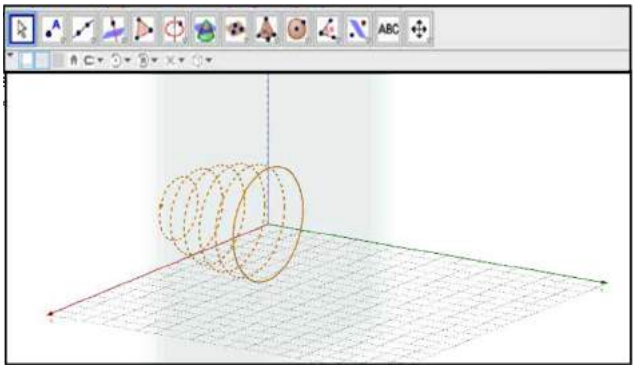


Figura 2. Intersección de la elipsoide y planos secuenciales.

5. Conclusiones

Nuestras actividades permitieron mostrar que por medio del colectivo dinámico pensante seres-humanos-con Geogebra, se propició la construcción del conocimiento matemático, además que el tratamiento de un objeto matemático puede ir más allá de las aulas, como la maqueta que los alumnos elaboraron, emergiendo otro colectivo "seres-humanos-con objetos de manipulación".

6. Referencias bibliográficas

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (1995). Ingeniería didáctica. En Gómez P (Ed.) (1995). *Ingeniería didáctica en Educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 33-60). México, DF. Grupo Editorial Iberoamérica.

Borba, M. y Villarreal, M. (2005). *Humans-with. Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York: Springer.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. México DF, México: Editorial Gedisa.

Guzmán, M. (1996). *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en análisis matemático. Elementos básicos del análisis*. Madrid, España: Editorial Pirámide.

CRIANDO JOGOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Leandro Mendonça do Nascimento, Luciane de Souza Velasque, Rafael Ferreira da Costa Leite

UNIRIO – Brasil

leandromnascimento@gmail.com;luciane.velasque@uniriotec.br;prof_mat_aplicada@hotmail.com

Criação de recursos de ensino com GeoGebra para a aprendizagem e ensino de Ciências Exatas e Naturais

A educação primária (7º ano de escolaridade – 11 a 13 anos)

Palavras-chave: Geogebra; educação estatística; educação matemática

Resumo

Este trabalho apresenta uma proposta didática que foi elaborada pelos autores no âmbito do mestrado PROFMAT no polo UNIRIO. O projeto foi desenvolvido pelos alunos do mestrado, que são professores da Educação Básica na rede pública do Rio de Janeiro, sob a orientação da professora Dra. Luciane Velasque. Motivados pelo desafio de ministrar aulas dinâmicas e atrativas para seus alunos, fazendo com que a Matemática seja agradável e significativa, surgiu a ideia de elaborar uma sequência de atividades para o ensino e compreensão de aprendizagem estatística para alunos da Educação Básica. Pretendemos através das Novas Tecnologias criar um ambiente em os alunos se sintam motivados a trabalhar os conceitos abordados anteriormente. Daremos foco na aprendizagem dos conceitos

das medidas de tendência central e dispersão com o auxílio de jogos que foram construídos no *software Geogebra*. Observamos que este campo de estudo ainda carece de pesquisas didático pedagógicas, principalmente a partir da nova proposta da Base Nacional Curricular Comum [BNCC] na qual a Estatística vem ganhando espaço ao se tornar um dos cinco eixos norteadores para o Ensino de Matemática, justificando assim a relevância desse trabalho.

1. Introdução

Com o advento da nova proposta curricular BNCC o ensino da estatística será abordado em todos os anos de escolaridade, este tema será de responsabilidade do professor de matemática. Por outro lado, o ensino sofre por mudanças impulsionado pelo crescente uso de tecnologia tão presente entre os jovens do nosso país e do mundo.

Em consonância com essa discussão preliminar, a disciplina de Probabilidade e Estatística do PROFMAT/UNIRIO teve como principal característica, trabalhar os conteúdos visando desenvolver habilidades e competências com seus discentes, que são professores da Educação Básica no estado do Rio de Janeiro, para que eles fossem capazes de elaborar propostas de atividades que tenham como metodologia de ensino, a que está apresentada no documento publicado pela Associação Brasileira de Estatística [ABE**]**. Proposta essa que preza pela participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem dos conteúdos referentes à Estatística.

2. Objetivos

O nosso trabalho almeja que o professor e o aluno façam uso do computador ou até mesmo *smartphone* como recurso pedagógico, tendo como objetivo principal: estimular o interesse e curiosidade, auxiliando assim no aprendizado de maneira mais efetiva, a partir de experiências e atividades compartilhadas e motivadoras para o processo de ensino e aprendizagem, possibilitando um maior contato com a disciplina em tarefas desafiadoras de investigação.

3. Referencial teórico

Destacamos que o ensino de Estatística deve ser abordado a partir de uma situação que desperte o interesse do aluno para uma investigação. Investigação essa, que o estudante em nossa proposta realizará mediante o uso complementar de ferramentas computacionais conforme ressalta o documento *Reflexões dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasi*l, publicado no site da **ABE.**

Ao escolhermos os jogos para ensinar estatística, criamos um ambiente que possibilita que o aluno participe da construção do seu conhecimento, saindo do papel passivo na aprendizagem e transformando-o em agente da mesma. Nesta perspectiva, o discente se torna mais confiante e independente, manifestando suas inquietudes, apresentando reflexões e testando algoritmos. O jogo, segundo Grando (2004), favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender.

4. Metodologia

Após cuidadosa apresentação dos conceitos de medida central e dispersão, apresentaremos o jogo da figura 01 em que temos como objetivo trabalhar o conceito de média e o mesmo deve ser manipulado por dois alunos. Ambos os jogadores recebem inicialmente duas listas com números, devem calcular a média e inserir na caixa específica, após inserirem os valores dos seus cálculos, podem exibir os resultados e caso alguém tenha acertado devem clicar no botão específico para pontuar o jogador que teve acerto, alterando assim o placar. Ao clicar em "Próxima Rodada" a lista aumentará um número, mas continuará sendo aleatório. Ao clicar no botão "Novo Jogo", o placar será zerado e a lista voltará a ter dois números para cada jogador. Além disso, ao final de cada rodada os jogadores podem verificar em qual lista apresenta a menor dispersão.

Figura 1. Tela do Jogo das médias

5. Conclusões

As atividades propostas neste trabalho (temos dois outros jogos que não entraram nesse resumo devido ao pouco espaço disponível) que tiveram como finalidade além de proporcionar o ambiente de investigação presente no texto da ABE, também trazer reflexões sobre os conceitos trabalhados em sala que serão testados pelos próprios estudantes, em virtude do engajamento que o jogo deverá trazer. As atividades foram idealizadas para que o os alunos possam atingir não só o conhecimento dos simples cálculos, mas principalmente para solidificar a parte conceitual dos conteúdos abordados.

6. Referências bibliográficas

Associação Brasileira de Estatística. (2015) *Reflexões dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasil,* (http://www.redeabe.org.br/site/page_manager/pages/view/wilton-bussab, acesso em junho de 2016).

Ministério da Educação do Brasil. (2015) *Base Nacional Comum Curricular*. 2ª versão.Brasília:MEC,2015.Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bnccapresentacao.pdf>. Acesso em 08 ago. 2016.

Grando, R.C. (2004). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula*. São Paulo, Brasil.

INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Rafael Silva Ribeiro, André Oliveira Souza
IFES – Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil
profrafaelzu@gmail.com, andreolisouza@gmail.com

Linha 1. GeoGebra no ensino e aprendizagem das Ciências Exatas e Naturais. Educação secundária (15 a 17 anos de idade).

Palavras chave: incomensurabilidade, números irracionais, interpretação geométrica, GeoGebra.

Resumo

Alguns temas matemáticos parecem sem resposta diante das perguntas de alguns estudantes. Entre elas estão o valor de ϖ e o motivo para racionalizar uma fração com denominador com número irracional. Este trabalho pretende explicar estes tópicos através de um resgate histórico e uma interpretação geométrica, utilizando para isto o software Geogebra.

1. Introdução

Contar os grãos de areia de uma praia parece ser uma tarefa muito difícil. Mas seria impossível? Esta possibilidade só existe se todos os grãos tivessem uma unidade de referência. Esta analogia pode ser aplicada em segmentos retos. Nesse caso, esta unidade classifica os segmentos em comensuráveis ou incomensuráveis.

Algebricamente, estes números foram definidos como racionais ou irracionais. Estes últimos possuem uma interpretação geométrica em sua contrução. A proposta é trabalhar com alguns exemplos, tais como o valor aproximado de ϖ e a racionalização de denominadores irracionais.

Por último, espera-se que o trabalho proporcione uma melhor interpretação dos números irracionais que valoriza o processo histórico, muito diferente da prática de muitos professores de matemática que consideram o tema apenas como uma herança simples.

2. Objetivo

Mostrar historicamente e geometricamente alguns problemas que utilizam números irracionais, com ajuda do software Geogebra, para realizar atividades práticas.

3. Marco teórico

Tomando um segmento AB e outro CD, é possível subdividir os dois segmentos por uma unidade em comum, encontrando uma relação entre eles. Dessa forma, AB e CD são segmentos comensuráveis. Em outros casos, em que esta subdivisão não é possível, os segmentos são incomensuráveis.

Em Roque & Pitombeira (2012) vemos exemplos históricos de incomensurabilidade, como entre o lado e a diagonal de un quadrado. Já Roque (2012) apresenta uma evidencia da proposição de Arquímedes para calcular a área de um círculo pelo método da exaustão, que consiste em calcular a área de polígonos regulares inscritos e circunscritos em um círculo de raio unitário, como mostra a Figura 1. Desta forma, podemos encontrar um valor aproximado de π.

Já em operações matemáticas é muito comum termos valores iguais a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ como resultado. A instrução do professor geralmente é de racionalizar o denominador desta fração, de forma que $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Figura 1: Área inscritos y circunscritos polígonos regulares en un círculo

Analisando geometricamente, a figura 2 mostra um quadrado de lado igual a 1 u.m. Pelo teorema de Pitágoras, teremos una diagonal d = $\sqrt{1^2} + 1^2 =$ $\sqrt{2}$ = u.m. Não é muito simples dividir 1 em $\sqrt{2}$ partes, mas dividir geometricamente um segmento de reta que mede $\sqrt{2}$ em duas partes iguais, não é uma tarefa difícil, como mostra a Figura 3.

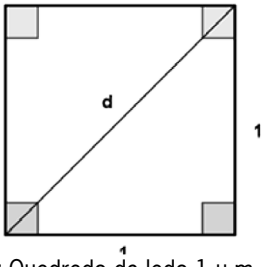


Figura 2: Quadrado de lado 1 u.m. iguais.

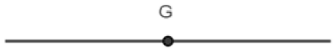


Figura 3: Segmento dividido em duas partes iguais

4. Metodologia e resultados

Para mostrar uma aproximação ao valor de ϖ, utilizamos a função applet do software GeoGebra, de forma que ele crie polígonos regulares e calcule suas respectivas áreas. O aumento do número de lados dos polígonos regulares inscritos e circunscritos num círculo de raio unitário a um número muito grande, aproxima o valor de ϖ a 3,14 u.m.

Enquanto a discussão da racionalização dos números irracionais, há uma alternativa de realizar as construções com o software GeoGebra ou também com instrumentos de desenho, como a régua e o compasso.

5. Conclusão

Grattan-Guinness (2004) mostra que muitos matemáticos usam a história da matemática como herança e não como recurso para a aprendizagem da matemática. Espera-se que este trabalho traga uma reflexão adaptada para nossos dias, como é o caso do uso do software GeoGebra.

6. Referências bibliográficas

Grattan-Guinness, I. (2004). *The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage*. Historia Mathematica, 31.

Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica desfazendo lendas e mitos*. Rio de Janeiro: Zahar.

Roque, T. & Pitombeira, J. B. (2012). *Tópicos de História da Matemática*. Rio de Janeiro: Coleção Profmat. Sociedade Brasileira de Matemática.

DISEÑO DE INSTRUMENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LA LEY PROBABILÍSTICA DE LOS GRANDES NÚMEROS

Jesús Evenson Pérez Arenas
Institución Educativa Antonio Donado Camacho. Rionegro (Antioquia).
jeeperezar@unal.edu.co.

Línea de trabajo: Educación Básica y Media.

Palabras clave: ley de los grandes números, experimentos aleatorios, probabilidad frecuentista, frecuencia relativa, Applets.

Resumen

El diseño está orientado a interpretar la teoría de la probabilidad con un enfoque lúdico, como recurso educativo utilizando los juegos de azar, la simulación de las frecuencias de aparición asociadas a un suceso aleatorio, calculando las frecuencias relativas de cada suceso elemental de un experimento aleatorio, observando cómo estos valores tienden a estabilizarse en cierto número, conforme el número de ensayos va creciendo llamado probabilidad del suceso, tal como lo explica la ley de los grandes números.

Cada experimento aleatorio es representado con las imágenes relacionadas al problema, las tablas de frecuencias, las gráficas de frecuencias absolutas y relativas, el algoritmo de construcción y la probabilidad del suceso o evento, utilizando como herramienta de modelización applets de Geogebra; interactuando en el programa con los deslizadores y las cajas de entrada, para la realización de diferentes experimentos aleatorios, pretendiendo demostrar los resultados de las probabilidades de sucesos equiprobables

y no equiprobables, como el lanzamiento de monedas, dados y la situación problema de los sombreros de Euler donde se incluyen permutaciones, comparando la probabilidad frecuentista con la definición de probabilidad clásica.

1. Introducción

La ley de los grandes números establece: "conforme un experimento aleatorio se repite una y otra vez un gran número de veces, las frecuencias relativas de cada suceso elemental de un experimento aleatorio, tienden a estabilizarse en cierto número, llamado probabilidad de un suceso" (Triola, 2009).

En este sentido, se diseña una propuesta de enseñanza aprendizaje con miras a que los estudiantes tengan la posibilidad de analizar una serie de problemas, los cuales presentan una mayor cantidad de datos que les permiten realizar previsiones, compararlas con gráficos de frecuencias relativas; y así, facilitar una aproximación menos abrupta al concepto clásico de probabilidad mediante la noción de la "ley de los grandes números", haciéndolo de una forma más activa y lúdica, en aras de aprendizajes significativos.

2. Objetivo

Diseñar un instrumento que contenga instrucciones, las cuales precisen y profundicen en la enseñanza de la probabilidad orientada en la ley de los grandes números para la básica media utilizando las simulaciones como recurso didáctico e interactivo mediante el software educativo GeoGebra.

3. Marco teórico

Para el desarrollo de esta propuesta se abordan diversos teóricos que han profundizado en el tema de estudio como la "ley de los grandes números, la teoría de la probabilidad, el teorema de la ley débil, la ley fuerte, la variable aleatoria", entre otros.

Según la ley de los grandes números se afirma que la frecuencia relativa de las obtenciones de un experimento de carácter aleatorio se estabiliza

en un número que coincide con la probabilidad cuando el experimento se realiza muchas veces.

4. Metodología y resultados

Este trabajo se enmarca en el paradigma de investigación cualitativo que según Hernández, Fernández y Baptista (2006), "se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado de las acciones de seres vivos, sobre todo de los humanos y sus instituciones (busca interpretar lo que va captando activamente)".

En este estudio se combina lo cualitativo con apoyo de lo cuantitativo ya que se describen los procesos asimilados por los estudiantes a través de las actividades realizadas y se hace una interpretación de los resultados de forma general para cada uno de los experimentos aleatorios propuestos en los "applets ley de los grandes números diseñados en la página wiki libros" (Pérez, 2014) con enlaces a la página Geogebra.

Uno de los mejores resultados obtenidos fue el mejoramiento notable en el promedio de las pruebas saber once en el área de matemáticas en la prueba matemáticas y sub prueba razonamiento cuantitativo. Siendo el mejor promedio por área de la institución.

Este trabajo ha sido presentado en algunas ferias; primero a nivel interno en la institución educativa Antonio Donado Camacho; luego a nivel municipal en Rionegro. También, en el VI congreso internacional de formación y modelación en ciencias básicas en la Universidad de Medellín el 8 de mayo de 2014 y su presentación más reciente fue en el VII congreso internacional de formación y modelación en ciencias básicas en la Universidad de Medellín el 29 y 30 de abril de 2015.

Es de resaltar el tercer lugar obtenido en la condecoración "Julio Sanín Sanín 2016" a los profesores que han ayudado a mejorar la calidad educativa en el municipio de Rionegro (Antioquia) mayo 27. Presentando como experiencias significativas "Applets ley de los grandes números" como práctica en investigación y gestión académica.

5. Conclusiones

Una de las bondades de este diseño es su fácil comprensión para los estudiantes, ya que la representación de las gráficas de frecuencias relativas con sus respectivas tablas de frecuencia comparando las probabilidades de cada suceso aleatorio, representado en ecuaciones de semirrectas, proporcionan ayuda para deducir que si el número de ensayos es pequeño no es representativo, hay variabilidad en los resultados aleatorios; pero que a medida que el número de ensayos aumenta, las frecuencias relativas se estabilizan, es decir, tienden a su probabilidad.

6. Referencias bibliográficas

Hernández, Fernández & Baptista. *Metodología de la investigación*. Cuarta Edición. Editorial McGrawHill. México. 2007.

Pérez, J. (2014). *Applets ley de los grandes números*. [Wiki probabilidades] de https://es.wikibooks.org/wiki/Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros/Galeria_de_imagenes_Applets_ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros

Triola, M. (2009). *Estadística*. (10ma Edición). México: Pearson Educación.

APLICACIONES DE GEOGEBRA AL ESTUDIO DE OSCILACIONES Y ONDAS

Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López
Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia
inaudax@gmail.com, albertociro@itm.edu.co

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, educación terciaria(pregrado).

Palabras clave: versatilidad, oscilaciones, visual, potencialidad.

Resumen

La enseñanza y el aprendizaje de la física pueden ser mejorados gracias a la mediación de las TICs. Un software diseñado para este propósito y que se puede adquirir de manera gratuita es GeoGebra. Este taller versa sobre los temas de oscilaciones y ondas, el cual se inicia con una motivación previa, invocando algunos conceptos fundamentales. Seguidamente se demuestra cómo se superponen dos oscilaciones armónicas, que puede conducir a otra oscilación o a una trayectoria cerrada. Y por último, se superponen dos ondas viajeras, para producir una onda estacionaria. Esta actividad está dirigida a docentes y estudiantes de educación terciaria con un conocimiento básico del software.

La inclusión de GeoGebra proporciona logros tanto para el docente como para el estudiante, evitando un desgaste en el proceso de enseñanza al primero y facilitando un aprendizaje más integral al segundo.

1. Introducción

Después de consultar las áreas donde GeoGebra se aplica tradicionalmente, se ha encontrado que son las matemáticas, la geometría y el cálculo las que ocupan el primer lugar y son muy pocas las aplicaciones encontradas en otras áreas como la física. Esto nos motivó a explorar en este ambiente versátil por su dinámica visual y de cálculo, posibilidades de mediación para los procesos de enseñanza y aprendizaje en varios temas de la física que, aunque existen algunas evidencias de ello por ejemplo en Escalona (2014), hace falta ahondar más en esta área de la enseñanza. Esta es la razón por la que este taller se dedica a los temas de oscilaciones y ondas.

2. Objetivo

Mostrar algunas aplicaciones del programa Geogebra a la física de oscilaciones y ondas con el fin de incentivar en los asistentes al taller la innovación en los procesos de enseñanza y aprendizaje, gracias a la incorporación en sus actividades de aula de clase, de GeoGebra.

3. Marco teórico

Ha sido tradicional en los eventos realizados sobre Geogebra mostrar la potencialidad de este software en la enseñanza de las matemáticas, el cálculo y la geometría principalmente; en el campo de la física también es posible mostrar su potencialidad visual ya que muchas de las situaciones físicas requieren imágenes en dos y tres dimensiones. Además de lo visual es muy importante su carácter interactivo, ya que permite modificar a criterio los datos de entrada y luego, después de una etapa de análisis poder obtener resultados concluyentes. A esto se le agrega la versatilidad de poder trabajar con varios grados de libertad en las ecuaciones. Todo esto unido a su carácter dinámico en el que, por ejemplo, al variar los datos de una variable, todo lo que depende de ella cambia, hace pensar en las posibilidades de mejoramiento que tendrán los procesos de enseñanza y aprendizaje al ser mediados con GeoGebra, según Escalona (2014). Una serie de temas de capital importancia para docentes y estudiantes de pregrado son: series de Fourier para señales periódicas, superposición de oscilaciones en la misma

dirección con igual y diferente frecuencias, superposición de oscilaciones en direcciones perpendiculares con igual y diferente frecuencias, oscilaciones amortiguadas, oscilaciones forzadas, resonancia en sistemas oscilantes, ondas estacionarias en una cuerda, ondas estacionarias en una membrana y ondas electromagnéticas.

GeoGebra es un software gratis fácil de instalar, y su manejo se puede lograr con ayuda de manuales y tutoriales. (GeoGebra. Manual de GeoGebra 5.0).

4. Metodología y resultados

Los temas que se tratan en este taller son "Oscilaciones y Ondas". Como el público en general es heterogéneo, inicialmente se dan los fundamentos teóricos; seguidamente se procede a desarrollar el propósito de cada tema como por ejemplo encontrar la oscilación resultante de un punto sometido a dos oscilaciones con frecuencias iguales, amplitudes cualesquiera y una diferencia de fase arbitraria. Para ello se representa en el eje vertical el desplazamiento de la partícula y en el eje horizontal el tiempo. En el eje vertical aparecen tanto la amplitud de cada oscilación componente como la amplitud de la oscilación resultante, y en el eje horizontal aparece la dependencia temporal de cada oscilación lo cual permite conocer el período de cada una. A continuación, los asistentes pueden desarrollar una actividad similar; y así de esta manera se lleva a cabo el desarrollo de cada uno de los demás temas.

El desarrollo de este taller permite conocer la potencialidad del software y como aplicarlo en los temas de oscilaciones y ondas; con esto se espera obtener buenos resultados tanto para estudiantes en el logro de sus competencias según Gamboa (2007), como para docentes que pretendan innovar en sus aulas la enseñanza de la física.

5. Conclusiones

La experiencia de llevar a cabo esta actividad pedagógica con los temas tratados, deja claro que la enseñanza y el aprendizaje mediados por software dinámico según Santos (2001), proporcionan logros tanto para el docente

como para el estudiante, evitando un desgaste en el proceso de enseñanza al primero y facilitando un aprendizaje más integral al segundo. Pero esto no significa que la utilización de los recursos tradicionales de la enseñanza: marcador, tablero y video beam entre otros, resulten ya obsoletos; por el contrario, deben continuar acompañando de forma paralela el uso de las tecnologías educativas.

6. Referencias bibliográficas

Escalona, O. (2014). Física con GeoGebra. Extraído el 5 de noviembre de 2016, de http://senderospedagogicos.blogspot.com/p/blog-page_20.html

Gamboa, R. (2007). Uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación matemáticas*. Año 2, Número 3, pp. 11-44.

GeoGebra. Manual de GeoGebra 5.0.Extraído el 5 de noviembre de 2016, de https://www.geogebra.org/manual/es/Manual

Santos, M.,2001. Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas. *Avance y Perspectiva*, *vol.* 20, pp. 247-258.

POSTER

DE LA REPRESENTACIÓN ARITMÉTICA, GEOMÉTRICA Y ALGEBRAICA: EL PROBLEMA DEL HEXARECTO

Yancel Orlando Soto Hernández, Andrés Sebastián Soto Saray
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia
yancelk@hotmail.es, andressoto1986@hotmail.com

Modelación en el contexto de las ciencias exactas para el trabajo en el aula. Formación docente.

Palabras clave: hexarecto, representación, geométrico, variacional, aritmético.

Resumen

El presente trabajo surge a partir de la discusión sobre el problema del hexarecto en el que se gesta la importancia de exponer el tipo de representación matemática utilizada, multiplicidad de soluciones construidas para trabajar diversos pensamientos y pertinencia de procesos aritméticos, geométricos y algebraicos para desarrollar conceptos como área, perímetro, función, derivada, entre otros.

1. Introducción

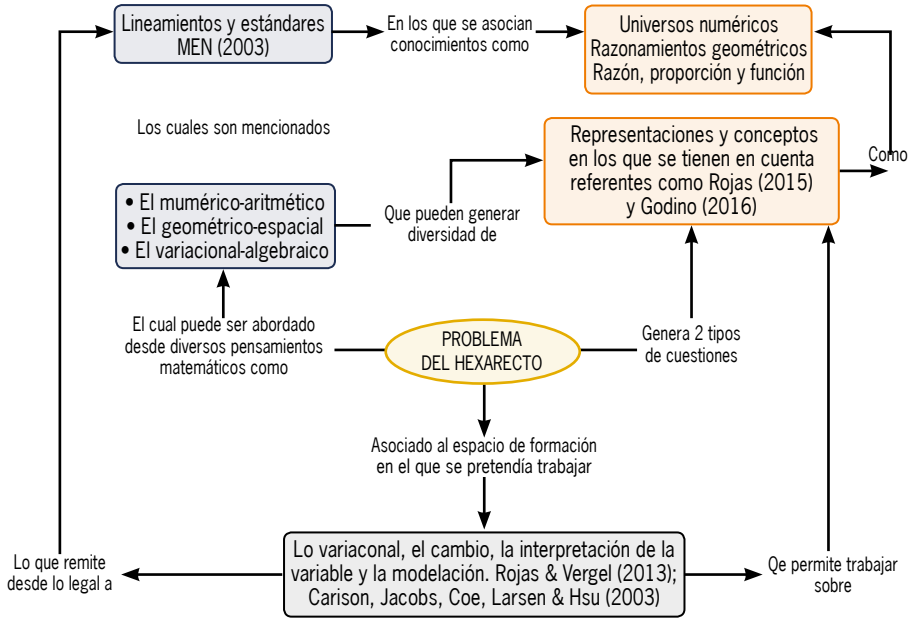
En el desarrollo de un espacio académico de la Licenciatura en Matemáticas (LEBÉM) de la Universidad Distrital de Bogotá, se propuso el siguiente problema. "Se llamará hexarecto a todo hexágono cuyos lados consecutivos siempre forman un ángulo recto. Construya un hexarecto de perímetro igual a 24, indique el área máxima que puede tener". Se pretende exponer el tratamiento del problema, haciendo énfasis en los desarrollos matemáticos, además de la potencialidad de cada una de las representaciones para argumentar y desarrollar conceptos integrales.

2. Objetivo

Exponer el problema del hexarecto a diferentes participantes desde sus representaciones, conceptos y diversas soluciones.

3. Marco teórico

El marco teórico del presente trabajo cuenta con tres elementos fundamentales desarrollados en el siguiente mapa (ver esquema 1).



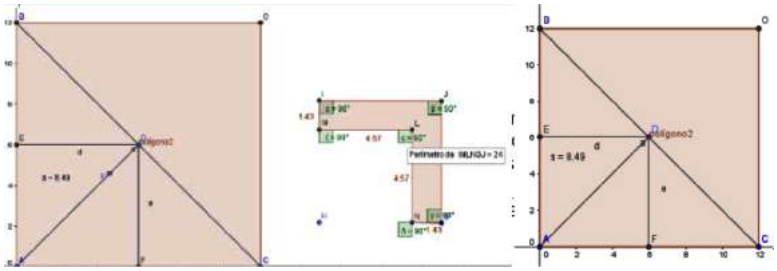
Esquema 1: Síntesis gráfica del marco teórico y la relación entre cada uno de los elementos que lo componen.

4. Desarrollo de la propuesta

Se parte del problema planteado, un conjunto de soluciones que apuntan a reflexionar sobre el tipo de representación, conceptos asociados y finalmente aspectos puntuales del curso en relación al pensamiento variacional. Aplicación y solución: En el conjunto de soluciones se muestran los abordajes del problema desde lo aritmético, lo geométrico y lo algebraico (ver representaciones 1,2 y 3).

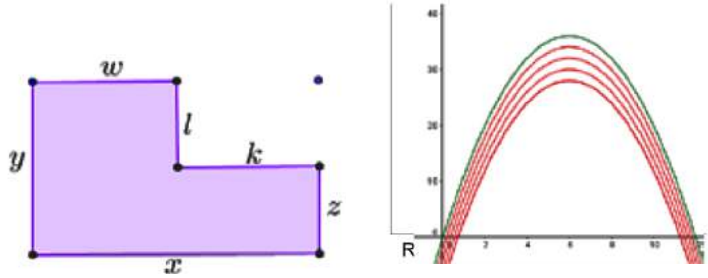
En lo aritmético, se inicia con la idea de establecer valores concretos y manipular datos a través de la tabulación (ver representación gráfica). Se trabajan conceptos como universos numéricos, razón- proporción y área- perímetro. A través de este modelo se identifica a que el valor máximo termina siendo

Representación 1: Abordaje con ayuda de GeoGebra para establecer relaciones numéricas a través de tablas.



Partiendo de la representación y suponiendo que la figura por excelencia en términos de área máxima es el cuadrado, se construye una diagonal y un segmento dependiente de dicha diagonal (ver representación gráfica), lo que se pretende es establecer una relación de lados y a partir del movimiento de 2 puntos, observar variaciones en el área.

Representación 2: Abordaje con ayuda de GeoGebra desde lo geométrico.



El desarrollo variacional muestra la interpretación, correlación y manipulación de los lados en términos de variables. Se construye una función que relaciona área y

lados de la forma y luego se utiliza la derivada para hallar el máximo; en términos de derivación se considera una sola variable, en este caso . La solución óptima es el máximo de la función verde (ver representación gráfica) que es 36.

Representación 3: Abordaje desde el pensamiento variacional en el cual se construye la función gráfica.

5. Conclusiones

El tipo de pensamiento permite establecer objetos, significados y sentido (Rojas; 2015) porque se pone en contexto la situación desde la manipulación para dar respuesta a partir de distintos elementos. Se tiene presente desde lo planteado por Godino & Giacomone (2016) que en el abordaje se parte de objetos ostensivos que permiten construir representaciones simbólicas en distintos niveles de abstracción; se denota este aspecto en los abordajes para desarrollar elementos aritméticos o variacionales que son síntesis de dicha relación. Este problema permite trabajar aspectos de diferentes pensamientos matemáticos (MEN, 2003) para denotar la variedad de la modelación (Carlson & otros, 2003).

6. Referencias bibliográficas

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos. *Ema, 8*(2), 121-151.

Godino, J. & Giacomone, B. (2016) Análisis ontosemiótico de tareas de visualización y razonamiento diagramático. *Actas del CUREM 6*, Montevideo, Uruguay (pp. 51-58).

MEN. (2003) *Estándares básicos de competencias en matemáticas; ¡Un reto escolar!* Ministerio de Educación Nacional (Colombia), (pp. 56-69)

Rojas, P. (2015) *Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá-Colombia, 151-165.

DEDUCCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS ECUACIONES CÓNICAS POR ESTUDIANTES DE PREUNIVERSITARIO

Jennyffer Stefania Martínez Quimbayo
Sapientia Colombia, Colombia.
jennyffer.martinez@sapientiacolombia.com

Experiencias en el aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza, Educación secundaria (grado décimo y once, edades entre los 13 y 18 años).

Palabras clave: cónicas, circunferencias, parábola, elipse, hipérbola.

Resumen

Durante el desarrollo del curso preuniversitario se abarca el tema de las secciones cónicas, pero se evidencia frecuentemente que los estudiantes no distinguen entre las ecuaciones de ellas, y que confunden los términos que las componen. Como solución a esto durante seis horas de clase se hace uso de la aplicación GeoGebra, para que los estudiantes primero exploren como se forman las figuras y después indaguen acerca de las funciones de cada término en las ecuaciones. Tal que sean ellos quienes logren deducir las reglas que se siguen al momento de graficar dichas ecuaciones e identifiquen adecuadamente cada una de ellas. Como resultado se obtuvo que durante los simulacros los estudiantes aumentaron evidentemente el rendimiento en las preguntas que se refieren a las secciones cónicas y consideraron el tema como algo divertido.

1. Introducción

Tradicionalmente en Colombia para los últimos grados de bachillerato (décimo y once) en el área de matemáticas se buscar enseñar el tema de las secciones cónicas, donde los estudiantes deben identificar cada una de las secciones y la función de sus correspondientes términos; desafortunadamente la metodología de educación muchas veces hace que los estudiantes no reciban con agrado los temas e incluso, muchas veces se llega a escuchar "quiero estudiar algo que no tenga matemáticas". Además la creciente masificación del uso de las nuevas tecnologías como las aplicaciones, los smartphones, tablets y demás, a veces dificulta la labor docente, pues lo estudiantes permanecen revisando sus elementos tecnológicos y muchas veces no atienden a la clase; como solución se propone que los docentes deben de tomar la tecnología como un aliado en el aula, para esto se usa GeoGebra ya que por medio de esta aplicación móvil se puede tener que los estudiantes aprendan el tema de manera divertida.

2. Objetivos

- Lograr que los estudiantes identifiquen cada una de las ecuaciones de las cónicas.
- Lograr que los estudiantes deduzcan por cuenta de ellos la función de cada uno de los términos en las ecuaciones de las secciones cónicas.
- Hacer uso de la aplicación GeoGebra en el aula para que los estudiantes tomen el tema de manera amena.

3. Marco teórico

Las cónicas son las secciones que surgen de realizarle cortes a un cono, Apolonio de Pérgamo (262-190ª.C) fue quien las estudió primero. Dependiendo de cómo se corten las secciones se tienen resultados como elipse, circunferencia, hipérbola o parábola. En la ciencia de la época de Apolonio no fueron de gran uso estos conceptos, pero con el pasar del tiempo la importancia de estos ha sido evidente (Ortiz, 2004).

Principalmente las cónicas se pueden estudiar de varias maneras a saber: analizando las intersecciones del cono con los planos, estudiando las ecuaciones de segundo grado con las variables x e y:

$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$, o como es de interés en esta investigación analizar las cónicas como lugares geométricos de puntos que cumplen ciertas propiedades.

4. Metodología y resultados

Para enseñar las cónicas de manera diferente se hizo uso de la aplicación para dispositivos móviles de GeoGebra, en ésta se pueden realizar las gráficas de las cónicas y lograr deducir el papel de cada termino, la clase anterior al inicio del tema se deja como tarea descargar la aplicación en el celular o tablet que tengan los estudiantes; con esta primera tarea se evidencia que aún hay varios profesores que son ajenos al uso de la tecnología en clase pues se tienen estudiantes que nunca habían escuchado acerca de GeoGebra. A continuación, se muestran algunas gráficas que realizan algunos estudiantes, para el caso de la circunferencia, donde empiezan a jugar con el radio, o en la ubicación del centro de la circunferencia, des esta manera pueden deducir que hace cada termino en la ecuación.

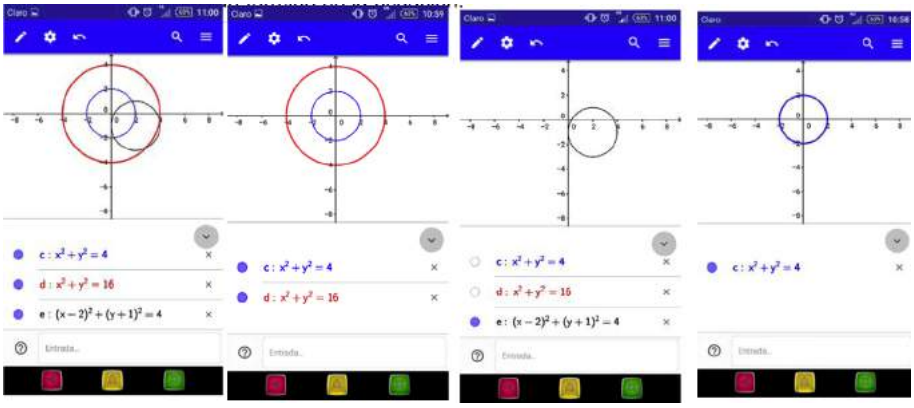


Figura 1: Muestra de las gráficas realizadas por estudiantes durante la clase que abordó el tema de las cónicas.

Luego de realizar las gráficas se tiene que gran parte de los estudiantes logran deducir lo que hace cada termino en la ecuación, identifican cual es

el término que se encarga del radio de la circunferencia, que términos y se encargan del centro de la circunferencia; de igual manera logran hacer las mismas abstracciones para las otras secciones cónicas.

5. Conclusiones

Se identificó que aún en los colegios los profesores siguen siendo apáticos a las nuevas tecnologías que pueden llegar a ser grandes aliadas en el aula.

Los estudiantes lograron identificar de manera adecuada las cónicas y sus respectivos términos.

Se evidenciaron resultados favorables en las preguntas referentes a las cónicas de los simulacros.

6. Referencias bibliográficas

Ortiz, F. (2004). Proyecto MaTEX Las Cónicas. Recuperado el 10 de octubre de 2016 de http://personales.unican.es/gonzaleof/Ciencias_1/conicas.pdf

UNA EXPERIENCIA CON GEOGEBRA EN MAESTROS

Edilma Judith Díaz Bonilla, Gisell J. Ortega, Daniel Vásquez S.
Universidad de Panamá, Panamá
ejudithd@gmail.com, gisell_0269@hotmail.com, dany311527@gmail.com.

Experiencias de aula a partir del trabajo con GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Formación Docente.

Palabras clave: GeoGebra, capacitación, geometría, estrategias metodológicas, habilidades.

Resumen

Presentamos una experiencia del trabajo realizado con maestros en una jornada de capacitación convocada por el Ministerio de Educación de Panamá, cuyo objetivo fue fomentar las competencias didácticas, en el área de geometría con el uso del software Geogebra, propiciando situaciones donde los maestros experimentaron formas diferentes y atractivas de aprender, contribuyendo a lograr un aprendizaje significativo. La metodología fue desarrollada a través de una serie de talleres que se realizaron durante una semana en el aula, lo cual representó varios retos para algunos docentes que presentaban dificultad, no solo con el uso de Geogebra, sino hasta con el uso de las computadoras, también llegaron a comprender algunos conceptos geométricos y características de figuras planas y lo más importante, salieron motivados para seguir aprendiendo y trabajando con GeoGebra siendo un software dinámico, libre, amigable y fácil de aprender.

1. Introducción

Muchos trabajos se han realizado con respecto a la enseñanza de la geometría, entre los cuales se destacan Báez e Iglesias (2007) donde señalan que, a nivel de educación básica, las matemáticas presentan dificultades, particularmente en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, pues algunas veces los maestros no desarrollan los contenidos geométricos contemplados en los programas por desconocimiento de sus contenidos y en aquellos casos en que sí se desarrollan, se hacen enfatizando en el uso de fórmulas. No obstante, el estudio de la geometría es importante porque desarrolla ciertas habilidades en el estudiante tales como: la visualización y su capacidad para explorar, representar y descubrir su entorno, proporcionándole un conocimiento útil en la vida cotidiana. Por esta razón es importante destacar el uso de la tecnología en la enseñanza de la geometría que ayude en el aprendizaje de conceptos geométricos básicos. Por lo expuesto anteriormente se desarrolló este seminario para capacitar al maestro, en la utilización del software GeoGebra al permitir que ellos mismos sean partícipes de las estrategias que se proponen en el curso, vivenciando el desarrollo de las actividades asignadas en los diferentes talleres.

2. Objetivos

Dar a conocer diversas estrategias didácticas y tecnológicas que pueden servir como recurso para enfatizar la importancia de enseñar geometría en la educación primaria. Motivar el aprendizaje de la geometría, con el uso del software GeoGebra. Adquirir competencias en el uso del software Geogebra y desarrollar el potencial de visualización dinámica.

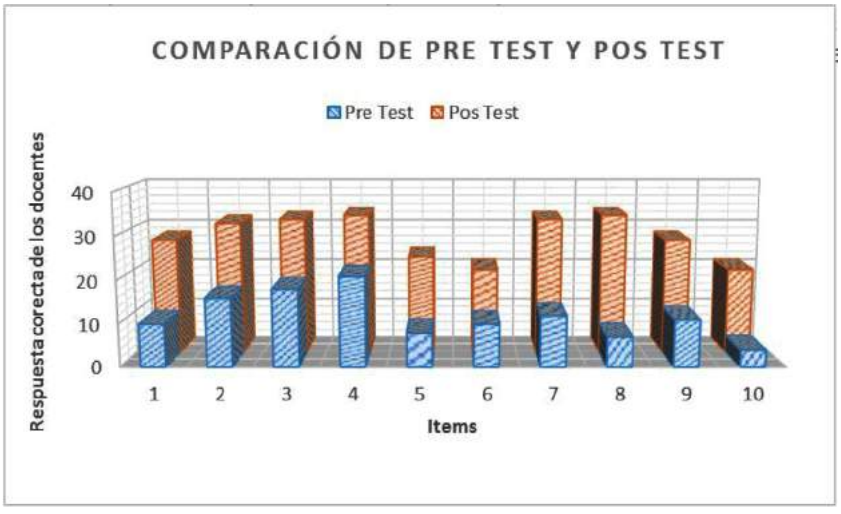
3. Marco teórico

Frecuentemente la enseñanza de la geometría se limita a reconocer figuras y dibujarlas en el papel. Las lecciones se desarrollan de manera abstracta, sin proporcionarle a los estudiantes ejemplos reales que le faciliten un mejor entendimiento de los contenidos (Goncalves, 2006). Además, los recursos utilizados son limitados, en la mayoría de los casos el proceso de enseñanza está condicionado por libros de texto conservadores, que

impactan considerablemente el qué y cómo enseñar (Abrate et al., 2006). Esta situación obliga al maestro a innovar sus prácticas educativas y "renovar" sus estrategias metodológicas, donde las situaciones propuestas tengan su origen en el contexto del estudiante, donde se incluya la historia de la geometría y su relación con las otras áreas del conocimiento humano.

4. Metodología y Resultados

El curso se inició con 26 maestros. Se les entregó una guía de trabajo escrita, seguidamente, se le mostraron las herramientas con las que cuenta el GeoGebra, desde las más básicas hasta aquellas con las que se pueden realizar construcciones dinámicas. Una vez conocidas las herramientas principales del GeoGebra, se le dieron actividades guiadas que les permitieron hacer varias construcciones en las que utilizaron tanto herramientas básicas como avanzadas, experimentaron la construcción de su conocimiento mediante exploración y análisis de las actividades propuestas donde pusieran en práctica lo aprendido y haciendo uso de sus habilidades e ingenio en la construcción de dichas actividades. Al inicio del seminario se colocó un pretest y al finalizar se colocó el postest, instrumentos que nos permitieron comparar el trabajo de los maestros antes y después de esta experiencia. Los resultados los presentamos en la figura 1.



Figra 1. Resultados del pretest y postest aplicado antes y después del seminario.

5. Conclusiones

Los maestros expresaron satisfacción en cuanto a las estrategias de enseñanza propuestas en el seminario, con la utilización del software GeoGebra donde se maravillaron haciendo construcciones geométricas sobre las características de figuras, favoreciendo el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.

6. Referencias bibliográficas

Abrate, R., Delgado, G. & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación, 39*(1), 1-9. Recuperado el 22 de octubre de 2007 de http://rieoei.org/1290.htm

Báez, R. & Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro". *Enseñanza de la Matemática, 12-16*, 67-87.

Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista Ciencias de la Educación, 6*(1), 83-98.

ANIMACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON Y SCRIPTING EN GEOGEBRA

Alexander Arias Londoño, Fredy de Jesús Pérez Carmona
Instituto Tecnológico Metropolitano (Colombia), Secretaría de Educación de Medellín (Colombia)
profeitm@gmail.com, afrepe@gmail.com

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: raíces de ecuaciones, método de Newton con animaciones, GeoGebra, scripting, hoja de cálculo

Resumen

El trabajo muestra el enfoque integrativo de los diferentes paneles del Framework de GeoGebra con enlaces mediante scripting y hoja de cálculo. Para facilitar las labores de enseñanza aprendizaje del método de Newton y su programación se hace la animación de la recta tangente mostrando su desplazamiento sobre la curva y los cortes con el eje x. Los scripts se ejecutan mediante botones ubicados en la zona de graficación, donde los valores de entrada y salida se manejan mediante hoja de cálculo y panel de gráficos.

1. Introducción

El método de Newton es una de las herramientas fundamentales en el análisis numérico, investigación de operaciones, optimización y control. Tiene muchas aplicaciones en las ciencias administrativas, investigación en finanzas y minería

de datos. El método es la base de los procedimientos más efectivos en la programación lineal y no lineal. El progreso en el desarrollo del método se enlaza con matemáticos tan famosos como Fourier y Cauchy. En ese orden de ideas, Fourier probó en 1818 que el método converge cuadráticamente en la vecindad de una raíz, mientras que Cauchy (1829, 1847) produjo la extensión multidimensional del método (Polyak, 2006). Contribuciones importantes al método se dieron en los papeles publicados en Proceedings of National Academy of Sciences USA en 1916, por Fine (1916) y Bennet (1916).

2. Objetivo

Construir una animación del método de Newton que muestre de forma dinámica los diferentes cambios de la recta tangente (mg) y los cruces con el eje x (raízmg), en un punto A, esto se ve en la figura 1 a. El sistema construido combina los diferentes paneles del Framewiork Geogebra: grafica, sistema de cálculo algebraico (CAS), hoja de cálculo y scripting.

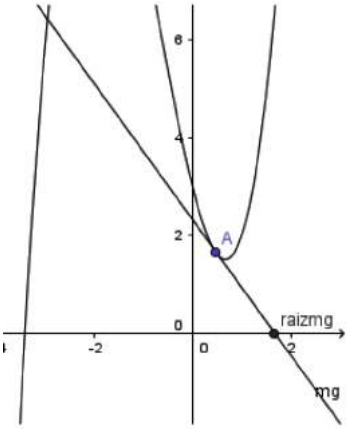
3. Marco Teórico

El método de Newton, también llamado el método de Newton–Raphson, generalmente converge más rápido que los métodos convergentes lineales de punto fijo o bisección. Para encontrar la raíz de f(x)=0, una semilla x0 es dada, de allí se toma la línea tangente a la función f en x0. La línea tangente seguirá aproximándose a la función y el valor de corte de la recta tangente y el eje x se aproxima hacia la raíz. El punto de intersección de la línea con el eje x es una raíz aproximada, sin embargo, no es muy exacta si f toma curvas (Sauer, 2012). Las fórmulas para el método de Newton se obtienen de aproximar la serie de Taylor con la primera derivada: , esta ecuación se toma cuando la función toca el eje x: , de allí se obtiene el nuevo valor de x: . El último termino nos da la aproximación a la raíz (Chapra, 2015).

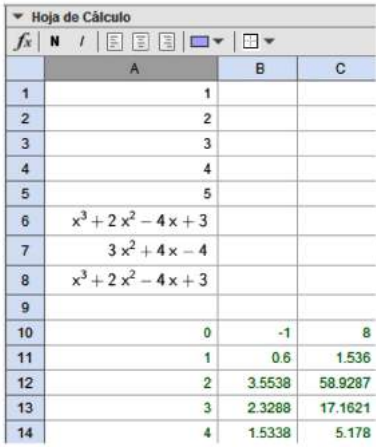
4. Metodología y resultados

Los pasos a llevar a cabo en la animación es el ingreso de una función y su derivada en la hoja de cálculo (Figura 1 b), luego se procede a iniciar la

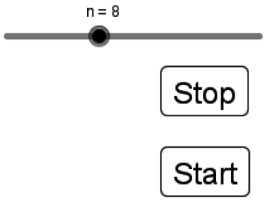
simulación y pararla mediante botones (Figura 1 c) que hacen dinámica la tangente sobre la curva (Figura 1 a) y el algoritmo de Newton se implementa en un scritp que es llamado desde un botón “Newton” (Figura 1 d).



a. Simulación de la recta tangente (mg) en movimiento con la raíz aproximada (raizmg).



b. Valores ingresados a la simulación en la Hoja de Cálculo de Geogebra.



c. Slider para animación y botones de start stop de la animación.

d. Botón para aplicación del método de Newton y resultados en Hoja de Cálculo.

Figura 1. Proceso para Integración de paneles en Framework Geogebra: Gráficas, Hoja de Cálculo, Slider, Botones y Scripting.

5. Conclusiones

En los procesos de enseñanza del modelamiento en ingeniería es necesaria la enseñanza del método de Newton dada su aplicabilidad en las diferentes ramas que la componen. En este artículo se realizó un aporte en los modelos instruccionales dirigidos a la enseñanza de la matemática, con enfoques que permiten aprender la relación geométrica y procedimental por medio de la aplicación de algoritmos y animaciones. El análisis numérico que permite la hoja de cálculo de GeoGebra potencia la interacción de los que necesitan ver las iteraciones del método y el comportamiento ante diferentes funciones. En el trabajo se relacionaron los diferentes componentes del Framework GeoGebra y se resalta la utilidad del manejo de los scripts.

6. Referencias bibliográficas

Bennet, A. (1916). Newton's method in general analysis. *Proceedings of National Academy of Sciences, USA*, (pp. 592–598).

Chapra, S. Canale, R. (2015). *Numerical methods for engineers*. 7th ed. New York: McGraw-Hill Education.

Fine, H. (1916). On Newton's method of approximation. *Proceedings of National Academy of Sciences, USA*, (pp. 546–552).

Polyak, B.T. (2006). *Newton's method and its use in optimization*. Institute for Control Science, Profsojuznaya 65, Moscow: Elsevier.

Sauer, T. (2012). *Numerical Analysis*. 2nd edition. Pearson Education, Inc.

MÉTODO DE BAIRSTOW CON FUNCIONES Y SCRIPTING EN GEOGEBRA

Alexander Arias Londoño, Fredy de Jesús Pérez Carmona
Instituto Tecnológico Metropolitano (Colombia), Secretaría de Educación de Medellín (Colombia)
profeitm@gmail.com, afrepe@gmail.com

Línea 1: GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales

Palabras clave: raíces de polinomios, Bairstow, GeoGebra, scripting, hoja de cálculo

Resumen

En aplicaciones de construcción de métodos numéricos a veces las opciones habituales de GeoGebra no resultan ágiles o adecuadas para los usuarios o para plantear cierto escenario. En estos casos el uso de los scripts se hace necesario. El scripting permite crear desde construcciones muy simples hasta modelos matemáticos con gran número de iteraciones y operaciones con interactividad por medio de botones o de la hoja de cálculo y aprovechando el sistema de cálculo algebraico (CAS). En este artículo se trabaja el método de Bairstow con funciones y scripting en GeoGebra, se desarrollan los pasos del método, desde el ingreso de los coeficientes en la hoja de cálculo, las semillas de la aproximación cuadrática del primer divisor del polinomio, hasta el procesamiento de la división sintética para encontrar las derivadas parciales de las dos funciones del residuo, con ecuaciones de recurrencia y aprovechando la simetría, para luego resolver el Jacobiano y encontrar los nuevos deltas que permiten comenzar una nueva iteración

hasta llegar a un número de iteraciones que llegue a una convergencia gracias a la evaluación del error cuando el residuo de la división sintética tienda a cero y el error baje de un criterio establecido por el usuario.

1. Introducción

La demostración del método de Bairstow conlleva a la utilización de ecuaciones iterativas, en donde se desarrollan implementaciones que integran elementos del framework GeoGebra, tales como: hoja de cálculo, Javascript, y el sistema algebraico computacional. Todos estos elementos constituyen la base para conformar un modelo centrado en el aprendizaje y la instrucción para llevarlo posteriormente a la práctica en los cursos de análisis numérico en ingeniería del ITM. El direccionamiento de los modelos matemáticos hacia la simulación desde varias perspectivas proporciona una fundamentación efectiva en el proceso de integración de enseñanza y aprendizaje en entornos universitarios (Spector, Seel & Morgan, 2011). Esto mejora la comprensión de los métodos y permite a los estudiantes e investigadores llegar al planteamiento de nuevos modelos que optimicen computacionalmente el cálculo de las raíces de polinomios.

2. Objetivo

Diseñar una aplicación para encontrar raíces complejas por medio del método de Bairstow en el framework Geogebra, en la cual se integren los diferentes componentes del framework: programación de alto nivel en Javascript, funciones globales de guiones, hoja de cálculo y el sistema algebraico computacional. Todo lo anterior constituye un sistema que facilita el aprendizaje de Geogebra avanzado (Cañadilla, 2015).

3. Marco Teórico

Bairstow definió en el libro “Applied Aerodynamics” las condiciones de estabilidad de una aeronave en el caso general que envuelve como parte del análisis la solución ecuaciones polinómicas de orden ocho (Bairstow, 1920). La fundamentación del método de Bairstow se basa en el uso dos

series de Taylor de varias variables acotadas a las derivas parciales de primer orden, con base en estas derivadas se aplica el método de Newton de varias variables para el proceso de hallar los ceros de las funciones. Bairstow demostró que las derivadas parciales de las funciones respecto a los coeficientes del polinomio cuadrático se obtienen por división sintética del polinomio original por el de orden dos, luego se realizan funciones de recursividad lo que conlleva a encontrar la simetría de las ecuaciones en derivadas parciales de las funciones residuo obtenidas de la división sintética (Chapra & Canale, 2015). El método de Bairstow utiliza relaciones método de Newton para ajustar los coeficientes r y s en la ecuación cuadrática hasta que sus raíces sean también raíces del polinomio que se quiere resolver. Con estos coeficientes se determina la cuadrática correspondiente que se utiliza para simplificar la expresión, eliminando estas raíces del conjunto buscado.

4. Metodología y resultados

El método de Bairstow se diseñar a partir de una división sintética cuyo divisor sea un polinomio cuadrático para factorizar aproximadamente el polinomio (Muto, 1998). Se busca que las raíces complejas del polinomio cuadrático sean ceros del polinomio original , en este proceso se realiza un proceso de optimización de varias variables en el residuo, haciendo que el residuo de la división sintética tienda a cero, para ello se encuentran las derivadas parciales con respecto a los coeficientes del polinomio cuadrático que sirve como dividendo. Para ello, necesita aplicar el método de Newton, el cual conduce a encontrar el Jacobiano de las derivadas parciales y desde allí encontrar los deltas que ayudan al análisis de la nueva iteración a partir de los errores y definir si los valores encontrados corresponden a las raíces buscadas del polinomio original. El proceso anterior se repite hasta que el polinomio se convierta en uno cuadrático o lineal, en ese momento se determinan todas las raíces.

5. Conclusiones

En el trabajo se alcanza el desarrollo del modelo matemático por medio de scripting en el framework GeoGebra y se hace una aplicación interactiva con la hoja de cálculo, botones y el CAS para mostrar el resultado de las

raíces complejas de un polinomio a partir de cálculos con variable real. Está implementación lleva a los usuarios a mejorar las experiencias en manipulación de datos por medio de scripts y en la creación de sus propios métodos computacionales que aprovechan el CAS y la hoja de cálculo de GeoGebra. El trabajo conduce a un entendimiento en el tratamiento de las funciones polinómicas, las cuales son la base fundamental en las aproximaciones de interpolación.

6. Referencias bibliográficas

Bairstow, L. (1920). *Applied Aerodynamics*. Longmans, Green and co.

Chapra, S. & Canale, R. (2015). *Numerical methods for engineers*. 7th ed. New York, NY McGraw-Hill Education.

Cañadilla, J. (2015). *Libro de Geogebra Avanzado*. Recuperado de https://www.geogebra.org/m/aD3QQsCN#chapter/0

Spector, M. Seel, N. & Morgan, K. (2011). *Modeling and simulations for learning and instruction. Volume 6. Model-Centered Learning Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. The Netherlands: Sense Publishers.

DESARROLLO DE SOFTWARE DE ESCRITORIO PARA CALCULAR EJERCICIOS DE CINEMÁTICA E INTERPRETAR SU RESPUESTA NUMÉRICA

Tainer Felipe Anaya, Sebastián Vallejo, Christian David Zuluaga Escobar.
Institución Universitaria Politécnico Grancolombiano, Colombia
Tfanayaa@poligran.edu.co, sevallejo@poligran.edu.co, czuluaga@poligran.edu.co

Línea 2. TIC como fuente de innovación en la enseñanza, educación terciaria.

Palabras clave: software, cinemática, interface, cálculo, interpretación.

Resumen

La interpretación de una respuesta numérica según el contexto de la problemática es uno de los indicativos de la calidad en la formación recibida. Para estos fines, se expone el siguiente trabajo, el desarrollo de un software de escritorio para calcular ejercicios de cinemática de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) que interprete la respuesta numérica calculada según el enunciado del ejercicio. Para conseguirlo, se construye un formulario de windows form, para la interface del usuario, se monta un algoritmo en lenguaje C# para identificar la formula según la incógnita planteada y su cálculo numérico. Un segundo algoritmo en C# es usado para generar una respuesta textual según el contexto del ejercicio original. Este software presenta como resultado una interface amigable con el usuario, repuestas correctas iguales a las encontradas en los libros de física y una interpretación de la respuesta numérica según el contexto

del ejercicio original según el objeto de estudio y el marco de referencia extraídos del enunciado.

1. Introducción

Hoy en día las tecnologías juegan un papel importante en la educación, estas TIC son cada vez más usadas y toman fuerza como recursos usados para mejorar la calidad en la educación presencial. Este trabajo, muestra el avance del proyecto solucionador de ejercicios de física, con el desarrollo de un software de escritorio para calcular ejercicios de cinemática que incluya la interpretación de la respuesta, lo cual es de importancia para cualquier profesional al saber explicar un cálculo numérico según el contexto de la problemática que se está abordando.

2. Objetivo

Desarrollar un software de escritorio para calcular ejercicios de cinemática de MRUA, el cual conste de una interfaz de usuario para el ingreso de los datos, un código de identificación de formula según la incógnita planteada y cálculo de la misma, además de un algoritmo que interprete la respuesta numérica según el ejercicio original del usuario.

3. Marco teórico

El estudio del movimiento de un objeto se conoce como cinemática. Si el movimiento ocurre bajo aceleración constante a este se le llama MRUA y es descrito mediante las ecuaciones 1 a 4. Con estas ecuaciones se puede calcular cualquier variable del movimiento según los datos de aceleración, velocidad y posición (Giancoli, 2008).

$$v_f = v_i + at \tag{1}$$

$$x_f = x_i + \quad (v_i + v_f)\, t \tag{2}$$

$$x_f = x_i + v_i t + \quad at^2 \tag{3}$$

$$v_f = v_i + 2a\,(x_f - x_i) \tag{4}$$

Las ecuaciones descritas anteriormente permiten calcular hacer las variables del movimiento, pero la interpretación de esta depende de la claridad que se tenga del enunciado y el contexto del ejercicio (Serway y Jewett, 2008).

4. Metodología y resultados

Para el desarrollo del software se plantean tres módulos. El primero, de ingreso de datos del usuario, se elabora con un formulario de windows form, usando los controles predeterminados de visual studio. Paralelo a este se escribe un algoritmo en lenguaje C# para identificar la formula según la incógnita planteada y su cálculo numérico. Finalmente, se desarrolla un segundo algoritmo en C# para generar una respuesta textual según el contexto del ejercicio original, de acuerdo al objeto de estudio y el marco de referencia del ejercicio (Visual, 1997).

En la figura 1, se observan el entorno grafico del software calculador de ejercicios de MRUA. Este programa se prueba con varios ejercicios de los libros física de MRUA, uno de ellos es el ejemplo 2.6 del libro del Giancoli (Giancoli, 2008), el cual habla de un automóvil que lleva un MRUA y aplica los frenos con una velocidad inicial 15m/s y le toma 5.0 s en pasar a una velocidad final 5.0 m/s. Para este ejercicio se pregunta por la aceleración del automóvil.

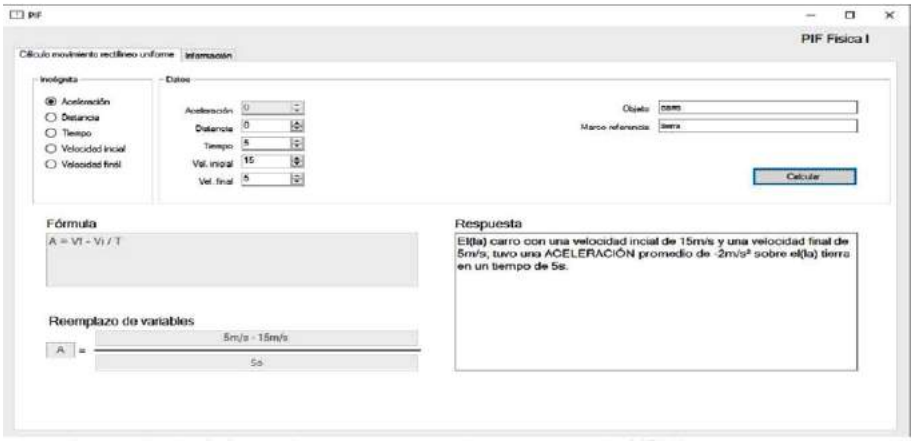


Figura 1. Apariencia del Software de escritorio calculador de ejercicio de MRUA.

Fuente: elaboración propia

5. Conclusiones

El software calculador de ejercicios de MRUA entrega repuestas correctas y son numéricamente iguales a las encontradas en los libros de física.

El software ofrece una interface amigable con el usuario y la secuencia de solución planteada según los algoritmos es ordenada de acuerdo a los pasos a seguir para la resolver problemas de MRUA.

El programa genera una respuesta verbal y a la vez interpreta la respuesta numérica según el contexto del ejercicio original según el objeto de estudio y el marco de referencia extraídos del enunciado.

6. Referencias bibliográficas

Giancoli, D. (2008*). Física para ciencias e ingeniería*. México D.F.: Pearson Educación

Serway, R. y Jewett, J. (2008). *Física para ciencias e ingeniería*. México D.F.: Cengage Learning Editores,

Visual studio (1997). Visual studio para windows. Recuperado el 16 de septiembre de 2016 de https://www.visualstudio.com/es/

CRIANDO JOGOS ATRAVÉS DO GEOGEBRA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Leandro Mendonça do Nascimento, Luciane de Souza Velasque, Rafael Ferreira da Costa Leite.
UNIRIO – Brasil
leandromnascimento@gmail.com; luciane.velasque@uniriotec.br; prof_mat_aplicada@hotmail.com

Criação de recursos de ensino com GeoGebra para a aprendizagem e ensino de Ciências Exatas e Naturais.

A educação primária (7º ano de escolaridade – 11 a 13 anos)

Palavras-chave: Geogebra; educação estatística; educação matemática

Resumo

Este pôster apresenta uma proposta didática que foi elaborada pelos autores no âmbito do mestrado PROFMAT no polo UNIRIO. O projeto foi desenvolvido pelos alunos do mestrado, que são professores da Educação Básica na rede pública do Rio de Janeiro, sob a orientação da professora Dra. Luciane Velasque. Motivados pelo desafio de ministrar aulas dinâmicas e atrativas para seus alunos, fazendo com que a Matemática seja agradável e significativa, surgiu a ideia de elaborar uma sequência de atividades para o ensino e compreensão de aprendizagem estatística para alunos da Educação Básica. Pretendemos através das Novas Tecnologias criar um ambiente em os alunos se sintam motivados a trabalhar os conceitos abordados anteriormente. Daremos foco na aprendizagem dos conceitos

das medidas de tendência central e dispersão com o auxílio de jogos que foram construídos no *software Geogebra*. Observamos que este campo de estudo ainda carece de pesquisas didático pedagógicas, principalmente a partir da nova proposta da Base Nacional Curricular Comum [BNCC] na qual a Estatística vem ganhando espaço ao se tornar um dos cinco eixos norteadores para o Ensino de Matemática, justificando assim a relevância desse trabalho.

1. Introdução

Com o advento da nova proposta curricular BNCC o ensino da estatística será abordado em todos os anos de escolaridade, este tema será de responsabilidade do professor de matemática. Por outro lado, o ensino sofre por mudanças impulsionado pelo crescente uso de tecnologia tão presente entre os jovens do nosso país e do mundo. Em consonância com essa discussão preliminar, a disciplina de Probabilidade e Estatística do PROFMAT/UNIRIO teve como principal característica, trabalhar os conteúdos visando desenvolver habilidades e competências com seus discentes, que são professores da Educação Básica no estado do Rio de Janeiro, para que eles fossem capazes de elaborar propostas de atividades que tenham como metodologia de ensino, a que está apresentada no documento publicado pela Associação Brasileira de Estatística [ABE]. Proposta essa que preza pela participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem dos conteúdos referentes à Estatística.

2. Objetivos

O nosso trabalho almeja que o professor e o aluno façam uso do computador ou até mesmo *smartphone* como recurso pedagógico, tendo como objetivo principal: estimular o interesse e curiosidade, auxiliando assim no aprendizado de maneira mais efetiva, a partir de experiências e atividades compartilhadas e motivadoras para o processo de ensino e aprendizagem, possibilitando um maior contato com a disciplina em tarefas desafiadoras de investigação.

3. Referencial teórico

Destacamos que o ensino de Estatística deve ser abordado a partir de uma situação que desperte o interesse do aluno para uma investigação. Investigação essa, que o estudante em nossa proposta realizará mediante o uso complementar de ferramentas computacionais conforme ressalta o documento *Reflexões dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasil*, publicado no site da **ABE**. Ao escolhermos os jogos para ensinar estatística, criamos um ambiente que possibilita que o aluno participe da construção do seu conhecimento, saindo do papel passivo na aprendizagem e transformando-o em agente da mesma. Nesta perspectiva, o discente se torna mais confiante e independente, manifestando suas inquietudes, apresentando reflexões e testando algoritmos. O jogo, segundo Grando (2004), favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender.

4. Metodologia

Após cuidadosa apresentação dos conceitos de medida central e dispersão, apresentaremos o jogo da figura 01 em que temos como objetivo trabalhar o conceito de média e o mesmo deve ser manipulado por dois alunos. Ambos os jogadores recebem inicialmente duas listas com números, devem calcular a média e inserir na caixa específica, após inserirem os valores dos seus cálculos, podem exibir os resultados e caso alguém tenha acertado devem clicar no botão específico para pontuar o jogador que teve acerto, alterando assim o placar. Ao clicar em "Próxima Rodada" a lista aumentará um número, mas continuará sendo aleatório. Ao clicar no botão "Novo Jogo", o placar será zerado e a lista voltará a ter dois números para cada jogador. Além disso, ao final de cada rodada os jogadores podem verificar em qual lista apresenta a menor dispersão.

Figura 1. Tela do Jogo das médias

5. Conclusões

As atividades propostas neste trabalho (temos dois outros jogos que não entraram nesse resumo devido ao pouco espaço disponível) que tiveram como finalidade além de proporcionar o ambiente de investigação presente no texto da ABE, também trazer reflexões sobre os conceitos trabalhados em sala que serão testados pelos próprios estudantes, em virtude do engajamento que o jogo deverá trazer. As atividades foram idealizadas para que o os alunos possam atingir não só o conhecimento dos simples cálculos, mas principalmente para solidificar a parte conceitual dos conteúdos abordados.

6. Referencias bibliográficas

Associação Brasileira de Estatística. (2015). *Reflexões dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola no Brasil.* Acesso em junho de 2016 em http://www.redeabe.org.br/site/page_manager/pages/view/wilton-bussab.

Ministério da Educação do Brasil. (2015). *Base Nacional Comum Curricular*. 2ª versão. Brasília: MEC, 2015. Acesso em 08 ago. 2016 em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bnccapresentacao.pdf>..

Grando, R.C. (2004). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula*. São Paulo, Brasil.

ANÁLISE DE VARIÂNCIA NO SOFTWARE GEOGEBRA APLICADO NO ENSINO DE FUNÇÕES

Rafael Silva Ribeiro, André Oliveira Souza
IFES – Instituto Federal do Espírito Santo, Brasil
profrafaelzu@gmail.com, andreolisouza@gmail.com

Grupo 1. Educación secundaria (15 a 17 años de edad)

Palavras chave: funções, regressão linear, análise de variância

Resumo

Em várias situações da natureza não acontece o que frequentemente é observado nos livros didáticos. Nem sempre é possível estabelecer uma relação perfeita como num gráfico de uma função de primeiro grau. O trabalho visa investigar uma situação prática no campo da agropecuária, onde após a coleta dos dados, com o auxílio do software GeoGebra, busca-se encontrar um modelo para a situação pesquisada. Por fim, uma análise de variância (ANOVA) é feita para verificação da aceitação do modelo linear proposto.

1. Introdução

O estudo de funções de primeiro e segundo graus é um tópico bem recorrente para a primeira série do ensino médio. Geralmente, todos os livros didáticos seguem a mesma ordem cronológica. São feitos exemplos, noções, definições, tabelas e gráficos. Com isso não há nada errado nesta abordagem. Entretanto, dificilmente são tratados os casos em que os

pontos não formam uma lei perfeita, como é muito comum em análises de fenômenos da natureza por exemplo. Essa ideia de incerteza pode também ser trabalhada como um modelo matemático. Além disso, os alunos de uma escola profissionalizante, especializada em estudos agropecuários, frequentemente trabalham com questões da natureza onde são importantes estudos estatísticos que indicam decisões importantes a serem tomadas. Para visualizar esta discussão de uma maneira mais eficiente, a proposta desta atividade conta com o auxílio de dados de uma atividade experimental, cujo modelo matemático será confeccionado pelo software Geogebra. Mas será que o modelo encontrado representa a pesquisa realizada? Para se ter uma certeza maior do modelo encontrado, será realizado, também com o auxílio do software GeoGebra, uma análise de variância. O software que é bem conhecido dos professores de Matemática, mas atualmente tem funções também em outras áreas, como probabilidade e estatística.

2. Objetivos

A avaliação de um modelo de um modelo de regressão linear é tradicionalmente feita pela tabela da ANOVA e está implementada parcialmente no GeoGebra 5.0.286.0-3D (30 de outubro 2016). O objetivo do trabalho é que se tenha, como *output* uma tabela da ANOVA para análise de regressão para avaliação do modelo $f(x|a, b) = ax + b + e_i$ no formato que se apresenta na maioria dos trabalhos científicos da atualidade com p-valor.

3. Marco teórico

Ao inserir a planilha de informações no GeoGebra na aba análise bivariada é possível estimar os parâmetros de alguns modelos para uma situação real. No entanto, a única avaliação deste modelo no GeoGebra é dada pelo R^2. A estimação dos parâmetros do modelo linear de primeiro grau f(x|a, b) foram obtidos no GeoGebra por operações matriciais na resolução do sistema normal de equações $\beta = (X`X)^{-1}$. $X`Y$ como descrito por (Shayle, 1928). Por meio de operações com matrizes foi montada o quadro da ANOVA no formato presente de boa parte dos trabalhos científicos atualmente, e que nos permitiu avaliar se o modelo linear de primeiro grau f(x|a, b) é significativo para os dados em estudo. A avaliação foi pela estatística

F assim como a obtenção do p-valor que foi comparado ao nível de 5% de probabilidade (Meyer, 1983).

4. Metodologia e resultados

Como aplicação prática, foram utilizadas informações do peso médio e consumo de alimentos de 50 galinhas para 10 linhagens White Leghorn. As informações foram obtidas do pacote R (labestData) e estão disponíveis em Demétrio & Zocchi (2011).

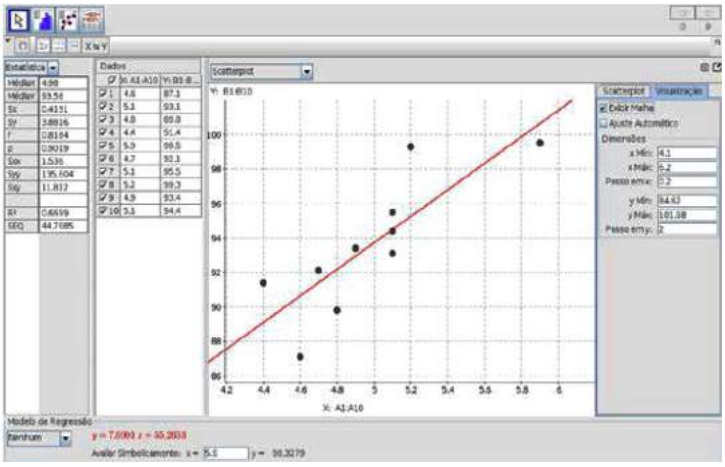


Figura 1. Regressão linear ajustada peso médio e consumo

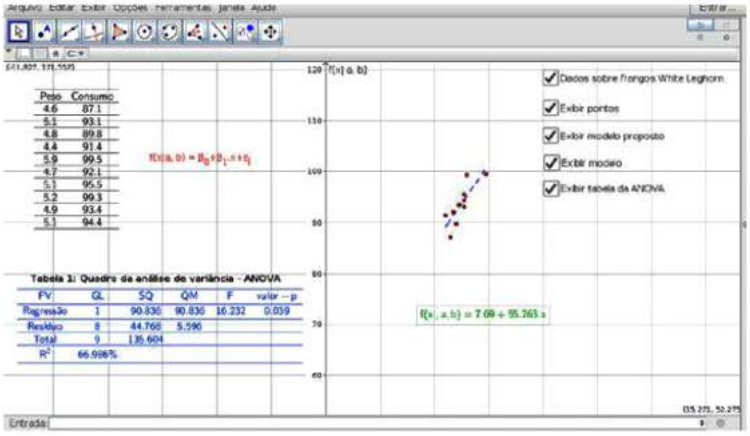


Figura 2. Avaliação do modelo proposto pelo quadro a ANOVA da regressão – (pvalor < 0.05)

5. Conclusão

Os alunos do ensino médio profissionalizante já contam com a experimentação científica e experimentação no seu cotidiano escolar, mas para isso, é necessário um envolvimento maior com a estatística e a probabilidade, principalmente na questão do trabalho com a incerteza e da variabilidade. Pode se observar no quadro da (ANOVA) da análise da regressão, ao nível de 5% de probabilidade, que o modelo linear de primeiro grau se ajusta bem aos dados (p-valor < 0,05). A análise de variância no GeoGebra foi criada com sucesso para o modelo linear simples e a proposta é que em breve tenhamos a extensão para análise de regressão no modelo linear de segundo grau e também com avaliação de cada parâmetro individualmente pelo teste t student.

6. Referências

PET Estatística UFPR (2016). *LabestData: Biblioteca de Dados para Ensino de Estatística*. R package version 0.0-17.458.

Meyer, P. L. (1983). *Probabilidade: Aplicações à estatística*. Rio de Janeiro: LTC.

Shayle R. S. (1928). *Matrix Algebra Useful for Statistics*.

Demétrio, C. G. B. & Zocchi, S. S. (2011). *Modelos de Regressão*. Piracicaba: ESALQ.

ANÁLISIS GRÁFICO DE OSCILACIONES Y ONDAS MEDIANTE GEOGEBRA

Jorge David Garcés Gómez, Alberto Ciro López
Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia
inaudax@gmail.com, albertociro@itm.edu.co

Línea 1. GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, educación terciaria (pregrado).

Palabras clave: interacción, oscilaciones, interface, gráfica, herramienta.

Resumen

Debido a que los sistemas físicos a menudo son susceptibles de interpretación o expresión gráfica, se hace cada vez más pertinente en los procesos de enseñanza y aprendizaje la implementación de herramientas didácticas oportunas para las representaciones visuales de los temas de estudio en física. En este trabajo en particular, se exponen los temas: oscilaciones amortiguadas, resonancia en un oscilador forzado amortiguado, ondas estacionarias en una membrana y series de Fourier. Los cuales son introducidos con los conceptos matemáticos y físicos básicos y presentados bajo la interfaz gráfica aportada por GeoGebra, consolidando junto con esta herramienta informática verdaderos acercamientos didácticos a la física.

1. Introducción

Teniendo presente el escenario académico universitario y la enseñanza de la física al interior de éste, se observan las posibilidades tecnológicas que

pueden tener las temáticas científicas al interior del aula, donde programas de cómputo como GeoGebra pueden aportar significativamente a los procesos de enseñanza y aprendizaje en temas como la física de ondas.

Considerando varios autores, como Semenov (2005), la necesidad de proponer estrategias para que tanto los docentes como los estudiantes se apropien de las tecnologías de la información y la comunicación TIC, se elaboró bajo la modalidad de Poster, una vinculación entre la teoría de las ciencias y las tecnologías emergentes, donde la solución de problemas en el área de la física y las matemáticas toman fluidez y dinámica por medio de GeoGebra.

2. Objetivo

Presentar un conjunto de posibilidades graficas realizadas en el programa GeoGebra sobre temas de alta importancia en el área de ciencias e ingeniería como son los tópicos de oscilaciones y ondas, con el fin de motivar a los estudiantes y docentes hacia la implementación de la herramienta informática mencionada en sus procesos de estudio y docencia.

3. Marco teórico

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en todas las disciplinas, están siendo ampliamente estudiados y analizados según la diversidad de escenarios y grados académicos y en estos estudios se ha presentado en los últimos años la necesidad de vincular los procesos educativos tradicionales con las herramientas tecnológicas de alta demanda en la actualidad, esto se infiere de Gamboa (2007). Los computadores y los dispositivos móviles ahora tienen el rendimiento que se considera óptimo para la inclusión masiva de estos en la enseñanza de todas las áreas, incluyendo la física.

Aunque la enseñanza de las disciplinas científicas siempre tendrá un componente de enseñanza magistral fundamental, la vinculación de las herramientas informáticas para áreas donde el cálculo y el trazo de gráficas se tornan muy complejos para su elaboración manual, son un punto a favor en los nuevos enfoques de educación donde la informática y la teoría se sitúan con objeti-

vos unificados. El dinamismo que ofrece una herramienta como GeoGebra, aporta comprensión y aprendizaje contextual al estudiante en temas como trigonometría, cálculo, física y otras, donde la teoría se puede interpretar e intervenir en la interfaz del programa, dando autonomía al estudiante en el proceso de aprendizaje y comprobación de soluciones alternativas a problemas encontrados en la literatura y en las clases habituales.

4. Metodología y resultados

El poster contiene una secuencia temática que inicia con el tópico de oscilaciones amortiguadas y forzadas, donde el análisis visual con GeoGebra presenta los estados de la oscilación cuando los valores de interés gamma y omega son variados generando según sea el caso y la relación entre los términos mencionados, una oscilación armónica simple, una oscilación sub amortiguada, críticamente amortiguada o sobre amortiguada.

El segundo tema es la obtención de modos normales de vibración de una membrana, habilitando el espacio tridimensional, como lo muestra la figura adjunta, que tienen las nuevas versiones de GeoGebra.Y para la tercera temática se exponen las series de Fourier con la señal diente de cierra.

Las temáticas trabajadas ofrecen una referencia de los resultados que se pueden esperar al desarrollar temas de física en este software.

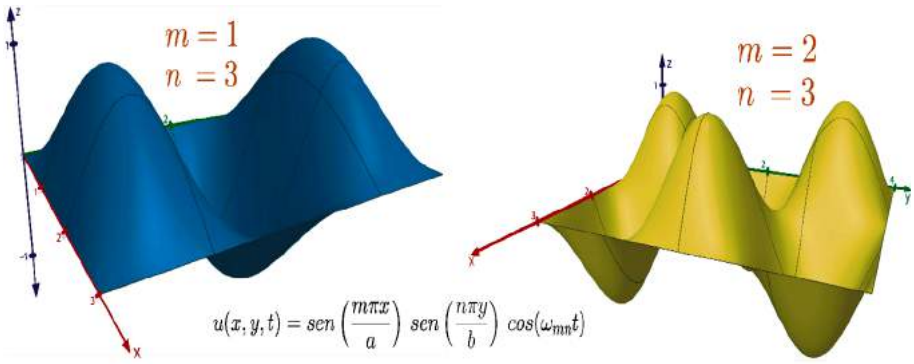


Figura 1. Dos modos normales de vibración de una membrana en GeoGebra.

5. Conclusiones

GeoGebra como herramienta informática para los procesos de enseñanza y aprendizaje en la física universitaria, ofrece una gran versatilidad, facilitando la comprensión de la teoría propia de cada tema y habilitando un espacio de interacción entre el usuario y la interfaz gráfica aportada por el software.

Los temas trabajados se pudieron desarrollar de forma integral con ayuda de GeoGebra, pues las opciones contenidas en el programa como son los deslizadores, las casillas de entrada, los paneles de configuración gráfica y las herramientas de edición de estilo, ofrecen posibilidades de personalización e intervención que favorecen el aprendizaje significativo.

6. Referencias bibliográficas

Semenov, A. (2005). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza*. División de educación superior UNESCO, pp. 160-162.

Gamboa, R. (2007). Uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación matemáticas, 2*(3), 10-44.

UNIVERSIDAD
La Gran Colombia
Fundada en 1951

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad