

INVESTIGACIÓN ACERCA DE LA EVALUACIÓN DE UN PORTAFOLIO EFICIENTE PARA EL MERCADO DE CAPITALES COLOMBIANO BAJO LA TEORÍA DE MARKOWITZ Y LA FIJACIÓN DE PRECIOS



Aliada a la Asociación Colombiana de Universidades "ASCU"'

CARLOS ANDRÉS HENAO ESTRADA



**INVESTIGACIÓN ACERCA DE LA EVALUACIÓN
DE UN PORTAFOLIO EFICIENTE PARA EL
MERCADO DE CAPITALES COLOMBIANO
BAJO LA TEORÍA DE MARKOWITZ Y LA
FIJACIÓN DE PRECIOS**

Investigador Principal
CARLOS ANDRÉS HENAO ESTRADA

UNIVERSIDAD LA GRAN COLOMBIA
Seccional Armenia

**INVESTIGACIÓN ACERCA DE LA EVALUACIÓN DE UN
PORTAFOLIO EFICIENTE PARA EL MERCADO DE CAPITALES
COLOMBIANO BAJO LA TEORÍA DE MARKOWITZ Y LA FIJACIÓN
DE PRECIOS**

Autor:
CARLOS ANDRÉS HENAO ESTRADA

ISBN: 978-958-8510-06-4
Ejemplares: 100
© Todos los Derechos Reservados
Año 2008

Revisión de Estilo: Juan Manuel Acevedo Carvajal
Diseño Carátula: Optigraf
Diagramación: Optigraf
Impresión: Optigraf

HONORABLE CONSILIATURA

Germán Darío Ledesma López
Presidente

José Galat Noumer
Rector General

Carlos Alberto Pulido Barrantes
Secretario

Raúl Abril Cárdenas
Consiliario

Rafael Diazgranados Peñaranda
Consiliario

Eduardo Carvajalino Contreras
Consiliario

Roberto Herrera Soto
Consiliario

María Consuelo Castaño Triana
Consiliaria

Teodoro Gómez Gómez
Representante de los Profesores

Jeimy Cadena Duque
Representante de los Estudiantes

Myriam Luz Vargas
Revisora Fiscal

**UNIVERSIDAD
LA GRAN COLOMBIA
Armenia**

AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

José Galat Noumer
Rector General

Jaime Bejarano Alzate
Rector delegado

Bibiana Vélez Medina
Vicerrectora Académica

Jorge Alberto Quintero Pinilla
Vicerrector Administrativo y Financiero

Ana Milena Londoño Palacio
Secretaria General

**INVESTIGACIÓN ACERCA DE LA EVALUACIÓN DE UN
PORTAFOLIO EFICIENTE PARA EL MERCADO DE CAPITALES
COLOMBIANO BAJO LA TEORÍA DE MARKOWITZ Y LA FIJACIÓN
DE PRECIOS**

CARLOS ANDRÉS HENAO ESTRADA
Investigador Principal

CONTENIDO

Pág.

INTRODUCCIÓN.....	7
1. El Problema.....	9
1.1 ANTECEDENTES	9
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	13
1.4 SISTEMATIZACIÓN	1
2. Objetivos	15
2.1 Objetivo General.....	15
2.2 Objetivo Especifico	15
3. Justificación.....	16
3.1 Justificación Teórico	16
3.2 Justificación Metodológico.....	17
3.3 Justificación Práctico	18
4. ARTICULACIÓN CON LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD	19
4.1 Línea de Investigación.....	19
4.1.1 Línea de Investigación Institucional.....	19
4.1.2 Sublínea de Investigación	19
4.1.3 Línea de Investigación del Programa	19
5. MARCO DE REFERENCIA.....	20
5.1 Estado del Arte	20
5.2 Marco Teórico	22
5.2.1 El Modelo de Markowitz	23
5.2.2 Modelo de Mercado de Sharpe	30
5.3 Marco Conceptual	36
5.3.1 Análisis Fundamental	36

5.3.2	Análisis Técnico.....	38
5.3.3	Valoración de las Acciones y los TES	38
5.3.4	Riesgo de la Acción.....	39
5.3.5	Riesgo Sistemático y Riesgo no Sistemático	40
5.3.6	Rentabilidad de la Acción	40
5.3.7	Rentabilidad y Riesgo de un Portafolio	41
5.4	Marco Legal.....	42
5.4.1	Acuerdo de Basilea.....	43
5.4.2	Legislación en Colombia	45
6.	IMPACTO ESPERADO	53
7.	USUARIOS POTENCIALES	55
8.	PLAN PROCEDIMENTAL.....	57
8.1	Tipo de Investigación.....	57
8.2	Método de Investigación.....	57
8.3	Fuentes y Técnicas para capturar la Información	57
8.3.1	Fuentes Primarias	57
8.3.2	Fuentes Secundarias.....	58
8.3.3	Técnicas para procesar la Información	58
8.4	Universo	59
8.5	Muestra.....	59
9.	DESARROLLO DEL TRABAJO.....	61
9.1.	Aplicabilidad del Modelo de Markowitz.....	61
9.1.1.	Calculo del Rendimiento Inicial y Final.....	61
9.1.2.	Determinación de la composición del portafolio T.	75
9.1.3.	Análisis de los Resultados Obtenidos	91
9.2.	Determinación del CAMP	92
9.2.1	Frontera Eficiente	92
9.2.2.	Análisis de los Resultados Obtenidos.	102
10.	CONCLUSIONES.....	103
11.	RECOMENDACIONES	105
13.	BIBLIOGRAFÍA.....	107

INTRODUCCIÓN

Por la importancia que presenta el mercado de valores en la economía colombiana y en el mundo en general hoy en día, se requiere de un análisis exhaustivo que permita su mejor conocimiento y control.

Hasta nuestros días la economía es una disciplina que ha permitido absorber y asimilar muchos de los aspectos sociales, políticos, culturales, religiosos, entre otros de las naciones, lo cual no debe causar sorpresa, lo que si debe causa cierta extrañeza es que los mercados financieros y en especial las bolsas de valores no cuentan con el nivel de absorción y asimilación que debería tener. Debido al auge que están teniendo en la actualidad, no se a permitido tener una alta abstracción teórica, sino una gran aplicación practica que en ciertos aspectos refleja el comportamiento de la economía nacional e internacional. En virtud de esta gran relevancia práctica demanda de la aplicación de modelos financiaron que ayuden a un desarrollo y análisis más exhaustivo.

Es por esto, que con este trabajo se busca aplicar modelos estadísticos-matemáticos de carácter teórico, que ayuden a comprender y analizar de una manera mas técnica y practica el mercado de la Bolsa de Valores de Colombia, y esta forma se puedan tomar decisiones en cuanto a la conformación de un portafolio eficiente de inversión, con el fin de minimizar el riesgo maximizando los rendimientos.

Debido a esta búsqueda, investigación esta dividida en tres grandes aspectos, que son el problema de investigación, el marco referencial y el plan procedimental, los cuales a grandes rasgos estructuran el desarrollo de esta investigación. Y que esta compuesta por 15 capítulos. En las cuales se desarrollaran cada uno de estos aspectos.

En primer lugar se puede encontrar el problema de investigación; en donde se establece una reseña histórica del como a sido la evolución

de los mercados financieros en cuanto a su aplicación matemático-estadístico y de quienes has sido los impulsores de estos modelos. Además trata de exponer el porque desarrollar esta investigación en cuanto a su aplicación en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), de acuerdo a unos objetivos y una justificación, los cuales permiten direccional hacia donde se quiere llegar en esta investigación. Todo esto sin dejar de tener presente las líneas de investigación con las que cuenta la Universidad La Gran Colombia y el Programa de Economía. Todo esto esta integrado en los primeros cuatro (4) capítulos.

Un segundo aspecto de esta investigación es el marco referencial, es aquí donde se encuentra planteada toda la temática, y con la cual se da respuesta tanto a la pregunta de investigación como desarrollo a cada uno de los objetivos tanto general como específicos, dentro de este se pueden encontrar el estado del arte en donde se demuestra que esta investigación cuenta con cierto nivel de antesala de otras investigaciones que fueron realizada tanto dentro como fuera del país, en segundo lugar se puede encontrar el marco teórico, el cual es aplicado para desarrollar esta investigación, y esta basado en los modelos de Markowitz y Sharpe. Todo esto fortalecido con el marco conceptual y el marco legal. Esto lo conforma el capítulo cinco (5).

Y por ultimo, se encuentra el plan procedimental en donde se muestran cada uno de los aspectos de cómo se desarrollo esta investigación, entre los cuales se puede encontrar el tipo de investigación, el método de investigación, las fuentes primarias y secundarias, técnicas de recopilación de la información, la universo y la muestra. Además de esto también se pueden encontrar el desarrollo del trabajo, en donde toda la conceptualización teórica se vuelve aplicable a la Bolsa de Valores De Colombia (BVC), y por ultimo las conclusiones y recomendaciones de los resultados obtenidos dentro de esta investigación, acompañado de los anexos y de un glosario, los que permiten dar luces de los resultados que se obtuvieron dentro de esta investigación, todo esto abarca del capítulo 6 al 15.

1. EL PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES

El comportamiento del precio de las acciones, y la relación entre el riesgo y el rendimiento en los mercados financieros, ha sido del interés de los investigadores bursátiles por mucho tiempo. Esto se inicia en 1900, cuando un francés llamado Louis Bachelier, por medio del "movimiento Browniano"¹, explica ciertos movimientos complejos los cuales se suscitan en los mercados de valores. Bachelier, se fijó en el precio de las acciones en la Bolsa de París, donde estudio las fluctuaciones de los precios y la distribución de la probabilidad en las acciones, que con el tiempo se fué quedando en el olvido, como "letra muerta", ya que su teoría no recibió la atención necesaria por los expertos en economía.

Con gran fortuna, la teoría planteada por Bachelier fue rescatada casi 50 años después, por Mandelbrot, B.² y Fama, E.F.³, quienes revelaron que la varianza de los rendimientos no es constante a través del tiempo, lo que indica que se trabaja simplemente con la Kurtosis, ó punto más alto de la curva de rendimientos, haciendo de estos conceptos, la base de la teoría financiera moderna.

En este contexto, se hace necesario entender que "El problema al cual nos enfrentamos al formar una cartera de inversión radica en encontrar una composición óptima de títulos que nos entreguen el menor riesgo para un máximo retorno"⁴ como lo expresa Markowitz. Posteriormente,

1 *Una partícula suficientemente pequeña como un grano de polen, inmersa en un líquido, presenta un movimiento aleatorio, observado primeramente por el botánico Brown en el siglo pasado. El movimiento browniano pone de manifiesto las fluctuaciones estadísticas que ocurren en un sistema en equilibrio térmico. Tienen interés práctico, por que las fluctuaciones explican el denominado "ruido" que impone limitaciones a la exactitud de las medidas físicas delicadas.*

2 Mandelbrot, B., "la variación de ciertos precios especulativos", diario de Business, Vol. 36, 1963.

3 Fama, E.F., "el comportamiento del mercado de acción tasa", diario de Business, Vol. 38, 1965.

4 Markowitz, H., "La teoría de cartera", Journal of Finance, Vol 1, p. 71-91, 1952.

quien planteó el problema de la cuantificación de la relación, entre el riesgo financiero y el rendimiento esperado, fue Sharpe⁵, en el año de 1964 esbozó un Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital, ó por su nombre en inglés, Capital Asset Pricing Model (CAPM).

De allí, que las teorías planteadas por Markowitz y por Sharpe, dieron pie a la teoría moderna de cartera, y fueron quienes simplificaron dicho problema, suponiendo que las preferencias de los inversionistas, sólo dependen de la media y la varianza del valor aleatorio de liquidación de la cartera.

Por otro lado, en 1976, Ross⁶ introdujo el Arbitrage Pricing Theory (APT) como una alternativa a la Teoría de Cartera y al CAPM. El APT tiene el potencial de superar las debilidades del CAPM: donde propone que las influencias principales sobre los precios de los títulos de capital de riesgo son el nivel de actividad industrial, la tasa de inflación, el diferencial entre las tasas de interés de corto y largo plazo, y el diferencial entre los rendimientos de los títulos de deuda corporativa de corto y largo plazo, entre otros factores, los cuales son unos supuestos mas reales a los que plantea el Modelo CAPM.

Todas y cada una de estas teorías, se han ido aplicando en diferentes mercados financieros, como en la Bolsa de Paris anteriormente mencionada, además, de la Bolsa de New York, entre muchas otras de gran nivel. Pero el reto se ha establecido en la aplicación de éstos modelos, en las bolsas de países emergentes de Asia y América Latina. Además, y dentro de estos estudios, se destacan algunos hechos en México, Chile y Argentina; una de las publicaciones que más sobresale es la "Validación de la eficiencia y modelos de fijación de precios en el mercado mexicano de valores"⁷, en donde el autor estudia la eficiencia del Mercado Mexicano de Valores y la aplicabilidad de los modelos de

5 *William Forsyth Sharpe: Premio Nóbel de Economía en 1990 junto a Merton Miller y Harry Markowitz por sus aportaciones a la teoría de la economía financiera. estableció un modelo para fijar el precio de los activos financieros conocido como Capital Asset Pricing Model (CAPM). Un inversor puede elegir una exposición al riesgo a través de una combinación de valores de renta fija y una cartera de renta variable.*

6 *Ross, S.A., The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Economic Theory, Vol.13, 1976.*

7 *Valdivieso Martínez, Raúl., Validación de la eficiencia y modelos de fijación de precios en el mercado mexicano de valores, Universidad Nacional Autónoma de México Programa de Postgrado en Ciencias de la Administración, México D.F., 2004*

fijación de precios, como son el de Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM), la Teoría de Fijación de Precios de Arbitraje (APT), y el Modelo Multifactor todos estos dentro del mismo mercado, en el que se estudiaron 35 acciones de la Bolsa Mexicana, en un periodo de tiempo comprendido entre 1994 y 1999, y donde se demuestra la influencia de algunos factores macroeconómicos, sobre la variación de los precios de las acciones.

Otro documento que se puede mencionar es el desarrollado por Collatin⁸, donde toma como base el modelo de Markowitz y lo aplica a la Bolsa De Comercio De Rosario en Argentina. Con este trabajo, estaba tratando de demostrar las ventajas que genera la aplicación de modelos sobre Administración de Carteras, bajo el supuesto que se debe mantener un equilibrio entre el nivel de riesgo financiero y el rendimiento esperado, como lo expresaban Markowitz y Sharpe.

En Colombia, gracias al desarrollo y auge que ha tenido la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), los estudios de ésta, han iniciado la búsqueda y aplicación de este tipo de modelos. Inicialmente se pueden mencionar 3 de estas publicaciones desarrolladas por la Universidad ICESI: "Discusión Sobre La Teoría Moderna Del Portafolio, Aplicación de la Internacionalización Del Portafolio, Incluyendo El Caso Colombiano" realizado en 1999; este texto plantea el análisis en el marco del Modelo desarrollado por Markowitz, en el periodo correspondiente a la última década del siglo XX y compara las condiciones del mercado colombiano, con algunos mercados internacionales como el de Estados Unidos.

El segundo texto, "Evaluación de La Aplicación de Dos Modelos de Valoración de Opciones a la Administración de Portafolios", culminado a finales del 2002, en el cual se revisa la teoría de opciones y propone un método para la implementación del "Portfolio Insurance", basado en el modelo binomial, el cual es evaluado en oposición al modelo de Black-Scholes⁹, y donde se usaron datos reales.

8 Collatti, María Belén., *Teoría De Carteras, Investigación & Desarrollo - Bolsa de Comercio de Rosario, Argentina, 2002*

9 *Black-Scholes: un modelo matemático para estimar el valor hoy de una opción europea para la compra (Call), o venta (Put), de acciones en una fecha futura. Este modelo luego se desarrolló para opciones sobre acciones que producen dividendos, y luego se adoptó para opciones europeas, americanas, y de monedas*

Y como tercer documento "Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano" planteado en el 2005, en donde este trabajo plantea la aplicación de un modelo de optimización en Excel que permite crear portafolios eficientes a partir de la teoría del portafolio moderno de Markowitz y empleando el concepto de la línea del mercado de capitales dentro del juego de La Bolsa Millonaria¹⁰.

Por último, existe otro documento en el cual se plantea una metodología basada en simulación y optimización del análisis bajo incertidumbre de los mercados, que permite realizar la conformación del portafolio, en donde se ejecutan pruebas en el mercado colombiano (La Bolsa Millonaria) y la Bolsa de Nueva York. Este trabajo fué presentado por Claudia L. Martinez, en la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín en el 2003, y es titulado "Selección de portafolios usando simulación y optimización bajo incertidumbre".

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el mundo acelerado y globalizado de hoy, la idea de invertir el dinero a corto, mediano o largo plazo produce una desconfianza tan grande que termina guardando el dinero en casa o en el mejor de los casos en el banco, lo que genera bajos rendimientos debido a las disminuidas tasas de interés que reinan no solo en el país, sino en el mundo entero. Además, hay que tener muy en cuenta, que las inversiones que se realizan dentro de este tipo de mercado son muy variables en cuanto a los montos, ya que los cambios que tienen las tasas de interés, hacen que los rendimientos sean flotantes, sin desconocer los riesgos financieros inherentes a cada país.

Debido no solo a esto, sino al desconocimiento de otras alternativas de inversión como los mercados de capitales y al hecho que la mayoría de las personas piensan en términos cortoplazistas, se incrementa la posibilidad de tomar decisiones erradas, a la hora de escoger una

¹⁰ *La Bolsa Millonaria es un Concurso institucional desarrollado por la Bolsa de Valores de Colombia S.A., en adelante BVC, que tiene por objeto promover entre los participantes el Mercado de Capitales, y difundir la actividad de la Bolsa de Valores.*

estrategia de inversión adecuada a los intereses de cada uno de los participantes en estos mercados.

Si bien nadie puede predecir el futuro, es importante que un portafolio de inversiones cumpla con demandas que van más allá de su presente o su futuro inmediato, este debe desarrollar una estrategia pertinente que "aguante" los cambios que se producen dentro de este tipo de mercados. Y además se debe tener presente que, "La asignación de activos es un proceso extendido a cada cliente, todo depende de su perfil de riesgo y expectativa de retorno", como explica Antonio Giorgetti, vicepresidente de servicios a clientes privados de Credit Suisse First Boston.

Por mucha información y experiencia que se tenga invirtiendo, los especialistas coinciden en destacar que a la hora de evaluar un portafolio, lo primero es determinar cuánto riesgo está dispuesto a asumir. Obviamente todos los inversionistas pretenden el máximo rendimiento con el mínimo riesgo, para lograr esto se debe encontrar un equilibrio entre estas dos necesidades.

Identificar la tolerancia al riesgo de cada inversionista en un momento determinado, le permite decidir qué porcentaje de su patrimonio quiere asignar a los diferentes mercados y en los distintos instrumentos de inversión, en las distintas etapas de su vida, de su familia y de su negocio o carrera, y equilibrar con eso los objetivos de preservación y crecimiento de su riqueza en el futuro.

Este trabajo pretende crear un instrumento que permita optimizar la toma de decisiones de inversión en el mercado de capitales colombiano, ajustándolo a la tolerancia al riesgo de cada inversionista.

1.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cuál ha sido la incidencia del comportamiento del mercado accionario colombiano en los factores de rendimiento y riesgo a la luz de los modelos de Markowitz y Sharpe para la conformación de un portafolio de inversiones eficiente?

1.4 SISTEMATIZACIÓN

- ¿Cuáles son los determinantes que permiten la relación entre los papeles de renta fija (TES) y las acciones dentro del mercado financiero colombiano, para la conformación de un portafolio de inversión?
- ¿Cuál es la situación del mercado financiero colombiano y la posibilidad de proponer modelos de portafolio de inversión, con los cuales los inversionistas tengan la confianza y la certeza para que su inversión en el mercado bursátil colombiano sean favorables en el tiempo?
- ¿En que condiciones sería posible la incorporación de modelos de inversión como el Modelo de Markowitz (Portafolio Eficiente), Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría de Fijación de Precios de Arbitraje (APT), dentro del mercado financiero colombiano?

2. OBJETIVOS

2.1 *Objetivo General*

- Explicar la incidencia del comportamiento del mercado accionario colombiano en los factores de rendimiento y riesgo, a la luz de los modelos de Markowitz y Sharpe para la conformación de un portafolio de inversiones eficiente.

2.2 *Objetivo Especifico*

- Determinar la correlación de los activos de renta variable y los activos libres de riesgo en el Mercado de Capitales colombiano, como base para la aplicación de los modelos de Markowitz y de Fijación de Precios.
- Identificar el modelo que permita la máxima relación Rendimiento/Riesgo al momento de realizar inversiones financieras en el mercado colombiano, para optimizar la toma de decisiones bursátiles.
- Analizar la pertinencia de los modelos de Markowitz y de Fijación de Precios en el Mercado de Valores colombiano, para establecer criterios de decisión.

3. JUSTIFICACIÓN

3.1 JUSTIFICACIÓN TEÓRICO

Por la importancia del mercado de valores en la economía mundial, y en especial el surgimiento del interés en Colombia por este tipo de mercado, se requiere de un análisis que permita un mejor conocimiento y control para el mismo, y así poder responder a las diferentes expectativas de los inversionistas, además, romper con el mito que se tiene de "que el mercado bursátil es extremadamente riesgoso e incontrolable".

En el desarrollo y el crecimiento de una economía, hay múltiples factores con los cuales hay que contar, y uno de estos, es el sistema financiero, el cual se ha fortalecido los últimos años, pero a pesar de esto sigue siendo algo inexplorado en economías emergentes como la colombiana. Esto no debe causar sorpresa, ya que los mercados financieros no soportan una alta dosis teórica, sino una gran aplicación práctica (matemática y estadística) que refleje el comportamiento de las economías nacionales e internacionales. Debido a este poco desarrollo, surge la necesidad de iniciar procesos de aplicación de modelos financieros, que ayuden al desarrollo y análisis de mercados tan poco estudiados como la Bolsa de Valores de Colombia (BVC).

En el país, se han desarrollado procesos de investigación acerca de inversión eficiente dentro del mercado bursátil, pero éstos han sido insuficientes, ya que este mercado en realidad apenas ésta empezado a explotarse, y es aquí donde se debe abordar el manejo de modelos de fijación de precios como el CAPM y APT, los cuales son de aplicabilidad en la Bolsa de Valores de Colombia. Utilizando el modelo diseñado por Markowitz¹¹, se pretende plantear un modelo

¹¹ Harry M. Markowitz: premio Nóbel de Economía en 1990. inició lo que ahora se reconoce como una revolución, tanto por su impacto en la transformación del sistema de intermediación financiera así como por haber desatado una profunda renovación en la investigación científica dentro del campo de la economía financiera, centrada en la gestión del riesgo.

de inversión eficiente, que permita optimizar la toma de decisiones de inversión, minimizando los riesgos y maximizando los rendimientos, los cuales permitan incrementar los beneficios que se obtendrían tradicionalmente en el sistema financiero.

3.2 JUSTIFICACIÓN METODOLÓGICO

Se utilizarán los computadores, principalmente las hojas de cálculo (EXCEL), el Internet y especialmente las páginas Web de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), GrupoAval, entre otras, además de información suministrada por el Banco de la Republica y de la Superintendencia Financiera, para ubicar los datos necesarios que requiere la investigación.

Adicionalmente, para el desarrollo de esta investigación se utilizaran dos programas: El Bulls & Bears Colombia v3.0, un programa de gestión de cartera que permite llevar un control exhaustivo sobre la cartera, informando en todo momento del estado actual de las acciones a nivel de su composición, valoración global, valoración por operaciones, beneficios realizados, beneficios latentes, datos técnicos, etc. Incluye también un potente sistema de gráficos, con el cual se pueden realizar charts de todos los valores del mercado continuo e índices, incorporando los indicadores técnicos más populares.

El segundo programa es una aplicación del EXCEL, que tiene como nombre Cristal Ball, permite transformar las hojas de cálculo de Microsoft EXCEL para obtener una amplia visión de riesgo, generando modelos de predicción exactos, buscando la mejor solución y maximizar su valor, además de disminuir la posibilidad del error humano. Entre otras permite: Simular el riesgo bajo la metodología Montecarlo¹², valorar opciones y portafolios a través de la simulación, simular variables como ventas, costos, gastos, entre otros y evaluar tendencias de las variables.

¹² Metodología Montecarlo: consiste en crear escenarios de rendimiento o precios de un activo mediante la generación de números aleatorios. Este modelo es útil cuando se pretende calcular el valor en riesgo de productos derivados.

3.3 JUSTIFICACIÓN PRÁCTICO

Teniendo claridad sobre lo que se quiere probar y las herramientas a utilizar, es importante resaltar la practicidad de esta investigación, ya que como se dijo anteriormente, está enfocada hacia el mercado bursátil colombiano, por tal motivo el nivel practico es bastante amplio, ya que el Modelo de Markowitz no sólo abarca el mercado accionario, sino otro tipo de papeles como son los de renta fija (TES, CDT y BONOS), a los cuales la mayoría de personas tiene acceso por su bajo nivel de riesgo.

Es por esto, que la combinación del mercado accionario junto con los papeles de renta fija, permitirá la creación de un portafolio de inversión en el que se están minimizando los riesgos y maximizando los rendimientos, lo que hace que cualquier persona que comprenda y quiera, pueda utilizar este modelo como alternativa para la toma de decisiones en cuanto a las inversiones y el dinero que quiera rentar hacia el futuro.

4. ARTICULACIÓN CON LAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DE LA FACULTAD

4.1 LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

4.1.1 Línea de Investigación Institucional

Desarrollo Regional Sostenible y Solidario

4.1.2 Sublínea de Investigación

Desarrollo Tecnológico y Competitividad.

4.1.3 Línea de Investigación del Programa

A su vez este estudio esta delimitada dentro de la línea de investigación del programa "Instrumentalización del desarrollo", ya que por medio de el modelo que se esta evaluando (Modelo de Markowitz) se busca iniciar procesos de análisis de los diferentes instrumentos de evaluación y aplicación dentro del sistema financiero y bursátil colombiano, para que de esta forma se pueda tener claridad con respecto a la toma de decisiones de inversión.

Para esto se requiere de la utilización de instrumentos propios de la economía a nivel cuantitativo, como son las matemáticas, la estadística, la econometría, adicionalmente se usaran modelos de inversión como son el Modelo VaR, Fijación de Precios de Activos de Capital (CAPM) y la Teoría de Fijación de Precios de Arbitraje (APT), los cuales ayudaran a la adecuada aplicación del modelo, esto sin dejar a un lado los aportes al desarrollo que esta investigación daría no solo al conocimiento, en la creación de nuevos modelos que se amolden a la estructura económica de Colombia dentro del sistema financiero, sino también al desarrollo de la región en cuanto se generan nuevas expectativas de inversión que reemplacen a las ya tradicionales.

5. MARCO DE REFERENCIA

5.1 ESTADO DEL ARTE

Dentro del paradigma que plantea la sociedad moderna y en especial con la aplicación de nuevos modelos, con los cuales se busca que estos puedan llegar a reducir el riesgo al momento de realizar una inversión, bien sea para una empresa o dentro del mercado de capitales, se ha generado un modelo llamado "Redes Neuronales" que como su nombre lo indica es un conjunto de caminos entrelazados con el fin de buscar un resultado, de una forma mas técnica se puede describir como "un conjunto de algoritmos matemáticos que encuentran las relaciones no lineales entre conjuntos de datos. Suelen ser utilizadas como herramientas para la predicción de tendencias y como clasificadoras de conjuntos de datos"¹³.

Pero en general las redes neuronales tratan de resolver de la forma mas eficiente problemas que pueden encuadrarse dentro de tres amplios grupos, que son: optimización, reconocimiento y generalización. Además, también suele ser utilizada como herramienta para la predicción de tendencias y como clasificadoras de conjuntos de datos.

La red neuronal una vez se construye se convierte en un verdadero modelo a "la medida" que actúa en función de lo que percibe y genera conclusiones a la vista de la relación causa-efecto obtenida de las descripciones introducidas y, de ésta manera, facilita predicciones con un importante grado de exactitud.

Esta se empieza a desarrollar desde hace unos años, cuando los investigadores en sistemas de procesamiento de datos financieros

¹³ *García Estévez, Pablo. Aplicaciones de las Redes Neuronales en las Finanzas, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Madrid, abril de 2002*

reconocen las dificultades que plantean los sistemas de proceso de la información para responder a las nuevas exigencias en la mayoría de los mercados, entre otras, por las siguientes razones: en primera medida que "los sistemas tradicionales no cubren las necesidades informativas de los usuarios" expresa McCarthy, W. (1982), "en casos que se aporte un amplio caudal de información, la imposibilidad de los humanos de procesar o comprender lo suministrado en los datos contables", esto lo dice White, C. (1983), "y en todo caso, por la limitación que supone centrarse tan sólo en procesar datos numéricos" O'Leary, D. (1987).

Un enfoque alternativo pero prometedor es el de las "ondas cortas" (wavelets). Las ondas cortas posibilitan descomponer las series históricas en componentes ortogonales, cuyas frecuencias tienen una dimensión temporal. Ello permite cuantificar el grado de correlación entre series financieras, para distintos horizontes de tiempo. Las transformadas Wavelet se consideran como una función en términos de oscilaciones tanto en el tiempo como en la frecuencia.

En términos históricos, el desarrollo de las Wavelets entronca con varias líneas de pensamiento, a partir del trabajo de Alfred Haar a principios del siglo XX. Contribuyeron de modo notable al avance de la teoría Goupillaud, Grosman y Morlet con su formulación de lo que hoy conoce como transformada Wavelet continua, Jan Olov-Strömberg con su temprano trabajo sobre Wavelets discretas (1983), Ingrid Daubechies, con su propuesta de Wavelets ortogonales con soporte compacto (1988), Stephane Mallat y Yves Meyer, con su marco multiresolución (1989), Delrat con su interpretación de la transformada Wavelet en tiempo-frecuencia (1991), Newland, con su transformada Wavelet armónica, y muchos otros desde entonces.

Dentro del estudio realizado a las Wavelets se pueden hallar varias alternativas para su aplicación, en una gran variedad de campos, pero su aplicación al mercado financiero se puede observar con los siguientes tipos de transformadas de Wavelet: las Wavelet continuas responden al principio de incertidumbre de Heisenberg y, por otro lado, las bases formadas por transformadas Wavelet discretas pueden

ser estudiadas desde la perspectiva de otras formas del principio de incertidumbre que forman parte de la base para el análisis financiero.

Investigaciones recientes en el área de valoración de activos toma en consideración la heterogeneidad de los horizontes de tiempo en los mercados financieros. Tal como lo señalan Connor y Rossiter (2005) para el mercado de commodities, los inversionistas de largo plazo se concentrarán en los fundamentos de los precios, mientras que los inversionistas de corto plazo reaccionarán a nueva información en un lapso de tiempo corto. Por lo tanto, la dinámica del mercado será el resultado de la interacción de los agentes con distintos horizontes temporales. Es por ello que el enfoque de ondas cortas es una herramienta poderosa para modelar dicha interacción.

5.2 MARCO TEÓRICO

La teoría de portafolio o cartera de inversiones, hace parte de los métodos desarrollados por Markowitz y sus seguidores para el manejo de las inversiones en valores o administración de las carteras de valores o activos. Su marco de análisis se fundamenta en conceptos matemáticos, estadísticos y económicos, que son aplicados en el análisis de la información sobre activos, con el fin de transformarlos en conclusiones que permitan construir portafolios eficientes, de acuerdo a las preferencias de los inversionistas. Esta teoría parte del supuesto de que la mayoría de los inversionistas tiene aversión al riesgo, es decir, les interesa reducir el riesgo tanto como maximizar la rentabilidad esperada.

La teoría de portafolio, comienza con la proposición por la cual los inversionistas deben atender a las características de su portafolio completo y no sólo de algunos componentes individuales del mismo, o de solamente un activo. De aquí, se desprende una idea muy importante en la teoría de portafolio, "que un activo que es en extremo riesgoso en si mismo puede resultar bastante seguro dentro de un portafolio que tiene otros activos que compensan ese riesgo" (Grossman, 1996). En general, los inversionistas se preocupan tanto de la tasa esperada de rentabilidad, como del riesgo generado por los activos que componen el portafolio que más les convenga.

Un portafolio, en términos formales, es una colección de activos, tanto financieros (por ejemplo, dinero, bonos, TES, acciones, entre otros.) con características propias de plazo, rentabilidad y riesgo. En otras palabras, la teoría de portafolio se refiere (Medina et al, 1993), a la composición de un portafolio determinado, como se distribuye su total entre las acciones y papeles que generalmente son libres de riesgo.

Es bueno tener en cuenta que existen diversos aportes a la teoría de portafolio. Es así que en este punto se presentan, en forma breve un análisis de los principales aportes realizados por algunos autores que han desarrollado teorías acerca de la conformación de un portafolio eficiente.

5.2.1 El Modelo De Markowitz

La teoría básica de la selección de portafolios, fue desarrollada inicialmente por el Premio Nóbel Harry Markowitz a comienzos de los años 50. Más adelante fue ampliada por otros economistas, que se introdujeron en el campo de las finanzas, y le aportaron aspectos importantes para incrementar su desarrollo teórico.

De acuerdo con Varian, (1993), Markowitz observó que en el libro "La teoría del Valor de Invertir" de John Burr Williams, se argumentaba que el valor del capital debería ser el valor presente de sus dividendos (lo que era considerado una teoría nueva). Pero Markowitz vió como esto presentaba un problema, ya que los dividendos futuros no son conocidos con certeza; son variables al azar. Esto lo llevo a ampliar la teoría de Williams Sharpe, ya que para Markowitz el valor de capital debería ser el valor presente "esperado" de su flujo de dividendos. Markowitz observó, que un inversionista no sólo debe tener en cuenta la rentabilidad esperada más alta, sino también el riesgo que implica esta inversión. Esto lo llevó a examinar el problema de encontrar un portafolio, con el máximo retorno esperado a un nivel de riesgo dado, llevándolo a plantear el problema de minimizar las variaciones de un portafolio tomando como restricción el requerimiento de un retorno esperado. (Markowitz, 1952). Es decir, propuso un problema de programación cuadrática, el cual tenía como condiciones de primer orden, el

aumento marginal en la varianza de invertir un poco más en un activo dado y debería ser proporcional al retorno dado. Esta variación depende tanto de la varianza del retorno del activo, como de la covarianza del retorno de todos los demás activos del portafolio. Esta se considera como la idea central de la contribución de Markowitz.

En 1952 la programación lineal estaba naciendo y la programación cuadrática no estaba definida, sin embargo Markowitz desarrolló métodos prácticos para determinar la línea crítica para solucionar los problemas de optimización, describiendo portafolios eficientes con varianza mínima y rentabilidad alta. Finalmente, Markowitz publicó dos documentos en 1952 y 1956 y su libro clásico en 1959.

El modelo de Markowitz, es la base de la mayoría de los modelos de selección de cartera. Sin embargo, su utilización en la práctica es bastante reducida. El motivo de ello tiene que ver con sus dificultades de cálculo, la inestabilidad de las soluciones que proporciona, los problemas para incluir opiniones de los expertos y la rigidez de la función de riesgo considerada.

Este modelo se fundamenta principalmente, en recoger de forma explícita los rasgos fundamentales de lo que en un principio, se puede calificar como conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o bien, un mínimo de riesgo para una rentabilidad dada.

Markowitz centró su atención en la práctica habitual de la diversificación de carteras y mostró como un inversor puede reducir la desviación típica de las rentabilidades de una cartera, eligiendo acciones cuyas oscilaciones no sean paralelas. Markowitz continuó con el desarrollo de los principios básicos de la formación de carteras. Estos principios son el fundamento de todo lo que pueda decirse entre riesgo y rentabilidad.

La rentabilidad de cualquier título o cartera, es una variable aleatoria de carácter subjetivo, cuya distribución de probabilidad para el periodo

de referencia es conocido por el inversor. El valor medio o esperanza matemática de dicha variable aleatoria se acepta como medida de la rentabilidad de la inversión.

Se acepta como medida del riesgo la dispersión, medida por la varianza o la desviación estándar, de la variable aleatoria que describe la rentabilidad, ya sea de un valor individual o de una cartera. La conducta del inversor le lleva a preferir aquellas carteras con una mayor rentabilidad y menor riesgo.

En la primera etapa se determina el conjunto de Carteras Eficientes, cuando proporciona la máxima ganancia para un riesgo (medido por la varianza) dado, o bien, proporciona el mínimo riesgo para un valor dado de ganancia (Esperanza Matemática).

A. La Selección Del Portafolio

En 1952, Harry M. Markowitz publico un artículo que es visto generalmente como el origen de la teoría moderna de selección portafolio (Anexo 1). En ella establece que su metodología puede ser vista como un método de periodo sencillo, donde el inicio del periodo se denota como t_0 y el final de periodo como t_1 . Esta decisión equivale a seleccionar el portafolio óptimo de un grupo de posibles portafolios.

Al tomar la decisión en t_0 el inversionista debería reconocer que el rendimiento del activo (Así como el rendimiento del portafolio) durante el periodo de posesión es desconocido. Sin embargo, el inversionista puede estimar el rendimiento esperado de los activos que están siendo considerados y entonces, invertir en el que tenga el mayor rendimiento esperado.

Markowitz hace notar que esta decisión es difícil ya que el inversionista típico desea que el rendimiento sea alto, pero, también quiere que el riesgo sea bajo. Esto significa que el inversionista buscara maximizar el rendimiento esperado mientras minimiza el riesgo (Incertidumbre). En Modelo de Markowitz, permite determinar como debe el inversionista tomar esta decisión tomando en cuenta estos dos objetivos. Una consecuencia interesante de tener este conflicto de objetivos es que el

inversionista deberá diversificar su compra y no comprar únicamente un activo sino varios.

B. Aplicación del Modelo de Markowitz en la BVC

El modelo de Markowitz inicia definiendo en forma específica cuál es el rendimiento inicial y final de la cartera y finaliza recomendando un portafolio para el inversionista. Por lo que el objetivo de este proyecto es determinar empíricamente la aplicabilidad de dicha teoría dentro de la Bolsa de Valores de Colombia, es decir, probar si esta teoría es aplicable.

Calculo del rendimiento inicial y final

Para un periodo como el que fue definido el rendimiento de un activo se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$r_p = \frac{W_1 - W_0}{W_0}$$

Donde

r_p = rendimiento del portafolio

W_0 = denota el precio inicial del activo.

W_1 = denota el precio final del activo.

De acuerdo con Markowitz, el inversionista deberá observar el rendimiento asociado con cualquiera de estos portafolios también llamado variable aleatoria, así como las variables que pueden ser descritas o calculadas durante el periodo de posesión que son: el valor esperado y la desviación estándar. Markowitz establece que el inversionista debe basar su selección del portafolio únicamente en estas variables. Esto es, el inversionista debe estimar el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada portafolio y entonces escoger el "mejor" basado en las magnitudes relativas de estos dos parámetros, ya que el rendimiento esperado puede ser visto como la

medida de la recompensa potencial y la desviación estándar como la medida del riesgo asociada a cualquier portafolio. Así pues, si la recompensa potencial y el riesgo de todos los portafolios posibles son calculados el inversionista estará en posición de identificar su portafolio preferido.

Calculo del Coeficiente de Correlación (ρ_{ij})

Relacionado fuertemente con la covarianza, el coeficiente de correlación se calcula dividiéndola entre las desviaciones estándar de las dos variables:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

Donde:

- ρ_{ij} = Coeficiente de correlación
- σ_{ij} = Desviación estándar
- i = Primera variable
- j = Segunda variable

Calculo de Beta (β)

Este es el término con el que se le denomina a la pendiente del modelo de mercado y representa la sensibilidad de la acción a los cambios en el índice del mercado. Se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{\sigma_{li}}{\sigma_I^2}$$

Donde:

- β = Coeficiente Beta
- σ_{li} = Covarianza de los rendimientos de una acción i y el índice el mercad
- σ_I^2 = La varianza del mercado

Cálculo y División del Riesgo

El coeficiente de correlación o de determinación, tiene una interpretación bastante directa, en donde la variabilidad de sus rendimientos se puede explicar mediante la variación del índice de precios y de sus

cotizaciones. Pero hay que tener en cuenta una parte del resultado de la ecuación no explica algunos factores que en esta intervienen, es por esto que se plantea la siguiente ecuación:

$$\text{Riesgo Total} = \text{Riesgo Sistemático} + \text{Riesgo No Sistemático}$$

Frontera Eficiente

En el mercado de valores se pueden construir un número infinito de portafolios con una cantidad N de activos, sin embargo, un inversionista elegirá su portafolio óptimo de un grupo de portafolios que:

1. Ofrezca el máximo rendimiento esperado para diferentes niveles de riesgo y
2. Ofrezca el mínimo riesgo para niveles diferentes de rendimiento esperado.

El grupo de portafolios que reúne estas dos condiciones se conoce como frontera eficiente.

Determinación del Portafolio Eficiente

Considerando la existencia de N numero de acciones dentro de un mercado, y que todas las combinaciones posibles que el inversionista podría adquirir de estas. Para poder desarrollar el Modelo de Markowitz como $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, las proporciones de los fondos que el inversionista estaría dispuesto a gastar en las acciones que se encuentre en el mercado de valores.

De esta forma se tiene que si se decide invertir todo el dinero de inversionista en una sola acción del mercado, esta debe ser igual a uno (1) y la proporción invertida en las demás acciones será cero (0). En esta misma, se presenta el rendimiento esperado para los diferentes portafolios analizados y que fueron calculados mediante la formulación siguiente:

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{r}_i$$

Donde:

r_p = Rendimiento esperado de la cartera

r_i = Rendimiento medio de la acción

X_i = Precio de la acción

Determinación de la desviación estándar

Para calcular la desviación estándar de estos portafolios se utiliza la ecuación:

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

σ_p = Desviación estándar

σ_{ij} = Covarianza de los rendimientos entre los activos i y j

Para facilitar los cálculos es necesario utilizar una matriz varianza - covarianza, en donde la relación (i,j) denota la covarianza entre los diferentes activos, además de estas, también indican la varianza de los diferentes activos. Al utilizar la matriz varianza - covarianza, obtenida a través del uso de la ecuación de doble sumatoria, la desviación estándar de cada uno de los activos puede ser calculado. El resultado de la matriz representa el riesgo del portafolio.

Gráficamente el rendimiento esperado R(E) contra la desviación estándar s , se obtiene la frontera eficiente. Los puntos sobre el interior de la curva representan activos individuales, mientras que la curva desde M hasta H representa los portafolios finales que se pueden crear provenientes de los activos analizados. Todos aquellos portafolios sobre la curva L hasta H representan la frontera eficiente, los puntos

del interior el grupo eficiente y M la cartera de riesgo mínimo. Y de esta manera se puede observar el valor del activo libre de riesgo (R_f) y el riesgo (σ) para un periodo determinado de tiempo.

El grupo y la frontera eficiente tienen una importancia especial para los inversionistas, ya que todos ellos desean rendimientos esperados mas altos y desean evitar el riesgo, querrán invertir en portafolios que pertenezcan al grupo eficiente. En otras palabras desean portafolios que se encuentren sobre la frontera eficiente. Este deseo es totalmente razonable debido a que cualquier otro portafolio que el inversionista pudiera considerar estará dominado por una que se encuentre sobre la frontera eficiente.

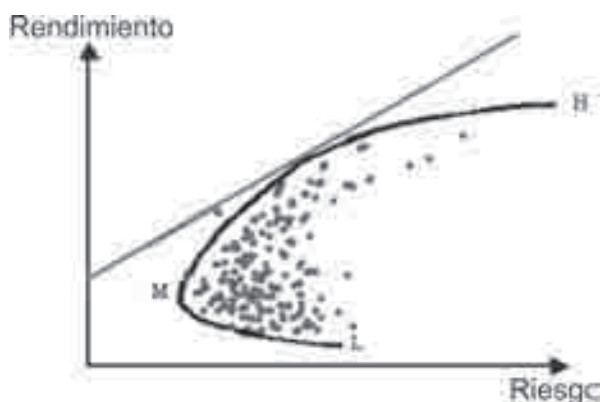


Ilustración 1 Determinación de la Frontera Eficiente y Portafolio Óptimo

5.2.2 Modelo de Mercado de Sharpe

El modelo de mercado de Sharpe (1963), surgió como un caso particular del modelo diagonal del mismo autor que, a su vez, fue el resultado de un proceso de simplificación que Sharpe realizó del modelo de Markowitz.

Sharpe consideró que el modelo de Markowitz implicaba un complicado proceso de cálculo, ante la necesidad de conocer de forma adecuada

todas las covarianzas existentes entre cada pareja de títulos. Para evitar esta complejidad, Sharpe propone relacionar la evolución de la rentabilidad de cada activo financiero con un determinado índice, normalmente macroeconómico, únicamente. Este fue el denominado modelo diagonal, debido a que la matriz de varianzas y covarianzas sólo presenta valores distintos de cero en la diagonal principal, es decir, en los lugares correspondientes a las varianzas de las rentabilidades de cada título.

Sharpe, exploró un acercamiento conocido por estos días como "Modelo de Mercados" o "Modelo de un sólo factor" o "Modelo Diagonal". Él asume que el retorno sobre cada título es linealmente relacionado con un exponente único, usualmente tomado para ser el retorno sobre algunos exponentes de mercados (por ejemplo un índice de mercado, ahora conocido como coeficiente beta (Shapiro, 1999)). La motivación de Sharpe para formular este modelo era empírica. Según él, la mayoría de los capitales se mueven juntos la mayoría del tiempo. Por lo tanto, es natural pensar que un sólo factor (o un pequeño número de factores), determina las variaciones en retornos. Esta relación lineal puede estimarse fácilmente, y los coeficientes obtenidos pueden usarse para construir covarianzas, las cuales, pueden, a su vez, usarse para construir portafolios óptimos.

La tentativa de Sharpe redujo dramáticamente la dimensión del problema del portafolio y simplificó el cálculo de los portafolios eficientes. Más tarde, Sharpe dedicó su atención a la teoría de equilibrio de mercado de capitales. Él se preguntó como sería si todos los inversionistas se comportaran como optimizadores del portafolio de Markowitz. Ellos pueden tener diferente cantidad de dinero invertida en el mercado de valores, pero cada uno escogería el mismo portafolio de activos de riesgo. Sharpe se dio cuenta que si todos retuvieran el mismo portafolio de activos de riesgo, sería medir ese portafolio. Se necesitaría mirar la liquidez total invertida en determinados activos, y dividirla por la liquidez total en el mercado de capitales.

Sharpe, decía que en equilibrio, el portafolio de activos de riesgo individual es simplemente el portafolio de mercado. Esta observación

implica que el portafolio de mercado es de eficiente variación, es decir, se apoya en la frontera del conjunto eficiente, y por tanto satisface las condiciones de primer orden de eficiencia, lo cual se convierte en una de las importantes ideas del celebrado Modelo de Precios de Activos de Capital (que en inglés es Capital Asset Pricing Model "CAPM").

Pero como en todos los modelos, éste también tiene sus supuestos, a saber:

- Los inversionistas son adversos al riesgo y maximizan la utilidad esperada de su riqueza al fin del periodo.
- Los inversionistas son tomadores de precios y tienen expectativas homogéneas acerca de los rendimientos de los activos que tienen distribución normal conjunta.
- Existe un activo libre de riesgo tal, que los inversionistas puedan pedir en préstamo o prestar montos limitados a la tasa libre de riesgo.
- Las cantidades de todos los activos riesgosos son fijas.
- Los mercados de activos están libres de fricciones, la información no tiene costo alguno y está al alcance de todos los inversionistas.
- No existen imperfecciones de mercado como impuestos, leyes o restricciones sobre ventas de recorte.

A. El Modelo de Fijación de Precios de Capital (CAMP)

Uno de los más importantes problemas de la economía financiera moderna es la cuantificación de la relación existente entre el riesgo y redimiendo esperado. Aunque el sentido común sugiere que una inversión riesgosa generara rendimientos mas altos que un activo libre de riesgo, fue solo con el desarrollo del CAMP (Anexo 2) que los economías fueron capaces de cuantificar el riesgo, el CAMP implica que el rendimiento esperado de un activo puede estar relacionado linealmente con la covarianza de este rendimiento y con el rendimiento del portafolio de mercado al igual que como lo expresa Markowitz, pero con algunas diferencia como se vera a continuación.

B. Revisión del CAMP

Markowitz en 1959 presento su trabajo el cual fue expuesto con anterioridad, el cual sirvió como base para la teoría CAPM, en la cual se plantea el problema de la selección de portafolio en términos del rendimiento esperado y la varianza del rendimiento. Argumento que los inversionistas podrían optimizar la media - varianza de un portafolio eficiente, es decir, un portafolio con el más grande rendimiento esperado para un nivel dado de varianza. Sharpe en 1964¹⁴, construyo sobre el trabajo de Markowitz y desarrollo sus amplias implicaciones económicas. Ellos establecieron que si los inversionistas tenían expectativas homogéneas y mantenían un portafolio eficiente optimo, entonces en ausencia de fricciones de mercado, el portafolio de todos los bienes invertidos, o el portafolio de mercado, será por si mismo un portafolio eficiente. La ecuación usual del CAMP es una implicación directa de la eficiencia del portafolio de mercado.

Determinación del CAMP

A diferencia del modelo de Markowitz, el modelo propuesto por Sharpe no acepta el equilibrio de los activos iguales a cero. Esto quiere decir que todos los activos tendrán una proporción que los represente en el portafolio (T) en equilibrio. La justificación detrás de esta afirmación descansa en el teorema de separación, donde se afirma que la proporción de riesgo del portafolio de cada inversionista es independiente de las preferencias en la relación rendimiento riesgo del mismo.

Si cada inversionista compra un portafolio y esta no involucra una inversión en cada activo, entonces nadie, invertiría en aquellos activos cuya proporción en el portafolio es cero (0), esto significa que el precio de estos activos disminuirá, provocando con esto que su rendimiento esperado se incremente hasta que el nuevo portafolio resultante de esta variación tenga un peso diferente de cero para estos activos. Por otro lado, si los inversionistas únicamente compran los activos

¹⁴ Sharpe, W., "Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk", *Journal Of Finance*, Vol. 19, Page. 425-442, 1964

cuyo peso es mayor a cero, el precio de estos se incrementa como respuesta al aumento en su demanda, generando una disminución en su rendimiento esperado hasta que su proporción en el portafolio resultante sea cero.

Esto sucede en el mercado hasta que finalmente se alcanza el equilibrio. Es decir, la cantidad demandada de un activo es igual a la cantidad ofertada del mismo. Por lo tanto, en el equilibrio, las proporciones en el portafolio corresponden a las proporciones conocidas como el "portafolio de mercado"¹⁵.

El papel central que juega el portafolio de mercado en el CAMP, es que el grupo eficiente consiste de una inversión en el portafolio de mercado, acoplada con una cantidad deseada de activo libre de riesgo. Así, en la práctica se refiere al portafolio tangente como el portafolio de mercado que se denota "M en lugar de T"¹⁶ como se hacía anteriormente.

Frontera Eficiente

En este modelo existe una forma simple de determinar la relación entre el riesgo y el rendimiento de un portafolio eficiente. La frontera eficiente del CAMP se conoce como Línea del Mercado de Capitales (CML como sus siglas en inglés). Cualquier portafolio que involucre un portafolio de mercado y un activo libre de riesgo prestando o pidiendo prestado debe caer debajo de la CML, aunque en algunos casos podría caer muy cerca de ella.

La pendiente de la curva CML es igual a la diferencia entre el rendimiento esperado del portafolio de mercado y el activo libre de riesgo dividido entre la diferencia de sus riesgos ($\sigma_M - 0$)¹⁷. Debido a

15 El portafolio de mercado es un portafolio que consiste de todos los activos donde la proporción invertida en cada activo corresponde a su valor relativo en el mercado. El valor relativo del mercado de un activo es igual al valor agregado del mercado del activo dividido entre la suma de los valores de mercado de todos los activos.

16 En teoría, M consiste no solo de acciones comunes sino también de otro tipo de inversiones tales como BONOS, TES, CDT, etc. sin embargo, en la práctica algunas personas restringen a M únicamente a acciones comunes.

17 La pendiente se puede determinar solo si se conocen los dos (2) puntos de la línea.

que la ordenada al origen esta dada por el activo libre de riesgo r_f , la ecuación que caracteriza el CML viene dada por:

$$\bar{r}_p = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \right] \sigma_p$$

Donde:

\bar{r}_p = Rendimiento esperado de un portafolio

σ_p = Desviación estándar de un portafolio

r_f = Activo libre de riesgo

σ_M = Pendiente de la curva CML

El equilibrio en el mercado de activos pueden ser caracterizado por dos números claves, el primero es la ordenada al origen de la línea del mercado de capitales (representado por el activo libre de riesgo), el cual es conocido como la recompensa por esperar, y el segundo numero es la pendiente que representa a su vez la recompensa por unidad de riesgo tomado.

Línea del mercado de activos

La línea de mercado de capitales representa las relaciones de equilibrio entre el rendimiento esperado y la desviación estándar para portafolios eficientes. Los riesgos para activos individuales se encuentran siempre por debajo de esta línea ya que un activo de riesgo en forma individual será por si mismo un activo ineficiente. La forma exacta de la relación de equilibrio entre el riesgo y el rendimiento de un activo riesgoso esta dado por la siguiente ecuación:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \right] \sigma_{iM}$$

Como la pendiente es positiva, la ecuación indica que para estos activos al incrementarse su covarianza σ_{iM} más grande serán sus

precios, y que al disminuir su covarianza su precio también disminuirá. Esta relación entre la covarianza y el rendimiento esperado de un activo se conoce como La Línea del Mercado de Activos (SML como sus siglas en ingles).

Con respecto al β para la SML, se puede representar con la siguiente ecuación:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \beta_{iM}$$

Al igual que en el modelo de Markowitz el β es el término con el que se le denomina a la pendiente del modelo de mercado y representa la sensibilidad de la acción a los cambios en el índice del mercado.

Determinación del rendimiento del portafolio M

Para poder determinar el rendimiento que puedan tener los activos de forma individual es necesario establecer los datos que se utilizaran, para poder analizar los resultados, y para esto son necesarios r_f o activos libres de riesgo, r (rendimiento de la cartera T determinado mediante el modelo de Markowitz) y la pendiente de la línea del mercado de activos (SML). Para el cálculo de los rendimientos de las acciones es necesario tener presente el β de cada una de ellas. Por otro lado el rendimiento esperado (r_i) para las acciones se utiliza el modelo obtenido¹⁸ y r_{real} el rendimiento real de las acciones.

5.3 MARCO CONCEPTUAL

5.3.1 Análisis Fundamental

A. Análisis Macroeconómico o Top - Down

El análisis macroeconómico o Top Down como su nombre lo dice se encarga de estudiar las variables macro del ambiente económico.

¹⁸ Con respecto al β para la SML, se puede representar con la siguiente ecuación:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \beta_{iM}$$

Una de las premisas de este análisis nos dice que la Bolsa de Valores debe reflejar el rumbo de la economía en la que esta se desarrolla. Por lo tanto si la economía lleva un buen rumbo, las empresas deberán tener mayores rentabilidades, lo que se traduce en una mayor demanda de títulos o acciones de las empresas en el mercado, impulsando el precio de dichos títulos o acciones al alza.

Su importancia es crucial para determinar las líneas básicas de las decisiones de inversión. En particular, los inversionistas globales que tienen presencia en los distintos mercados internacionales determinan la distribución de sus inversiones de acuerdo con los resultados del análisis macroeconómico de cada país.

Entre las variables relevantes habitualmente consideradas en el análisis macroeconómico se pueden encontrar las siguientes:

- El PIB y su distribución sectorial
- La demanda y su composición
- Balanza de pagos (cuenta corriente y cuenta de capital)
- Déficit público y su financiación
- Agregados monetarios
- Costes salariales
- Índice de precios al consumo
- Tipos de interés

B. Valoración de la Acción o Bottom - Up

Consiste en valorar las acciones y comparar el precio resultante del análisis con el precio del mercado. Así, intentamos encontrar acciones infravaloradas, que constituirán, según nuestro análisis, una buena oportunidad de inversión. Es importante aclarar que cuando hablamos de valoración de empresas se refiere al intento de encontrar un valor justificable para una entidad económica.

El valor no debe confundirse con el precio, que es la cantidad a la que el vendedor y el comprador están dispuestos a realizar una operación de compra y venta de una empresa, y que puede no coincidir con el

valor que ha determinado la valoración, pero que esta justificada por el comportamiento del mercado.

5.3.2 *Análisis Técnico*

Este método de análisis estudia la historia de los precios de las acciones y de sus volúmenes negociados, apoyándose en el análisis de gráficas de evolución, con objeto de predecir su comportamiento futuro, basándose exclusivamente en la evolución de las cotizaciones a lo largo de un periodo de tiempo. Y que a diferencia del análisis fundamental este no estudia las variables económicas, sino los movimientos los precios de la acción y lo forma en que estos se mueven.

Este tipo de análisis se desarrolla mediante el manejo de indicadores y graficas que reflejan el precio de las acciones y el volumen como se había mencionado, con el fin de determinar las tendencias futuras de los precios, mediante el análisis de estos factores, adicionándoles el tiempo.

El análisis técnico parte del supuesto de que los inversionistas son capaces de predecir los cambios en los precios a partir de la información histórica de estas mismas variables, y considera que los inversionistas cuentan con la totalidad de las series de precios y volúmenes transados por las acciones, informaciones contables (dividendos) y un conjunto de hechos cualificables sobre los que se pueden aplicar diferentes técnicas matemáticas y heurísticas.

5.3.3 *Valoración de las Acciones y los TES*

Las acciones son consideradas como activos de alto riesgo o títulos de renta variable, que a diferencia de los TES son considerados activos libres de riesgo, ya que ofrecen pagos de forma periódica de manera fija. El precio de un TES depende de la probabilidad de que se realicen los pagos y la liquidación en la fecha que fue acordada inicialmente o un plazo de vencimiento determinado por el emito que en este caso

es el gobierno, con la tasa de interés del mercado que en el sistema financiero colombiano puede ser la DTF (90 días), la UVR o el IPC.

Para fijar el precio de una acción se depende básicamente de los dividendos que se obtengan¹⁹, ya que el precio de las acciones está dado por los rendimientos de la empresa que las emitió, además del funcionamiento del sector y de la estabilidad económica del país de origen, el cual se da realizando un análisis de la economía global, todo esto se conjuga en el **Análisis Fundamental**.

5.3.4 Riesgo de la Acción

El riesgo es definido como la incertidumbre respecto al resultado futuro de una inversión, y es medido por medio de la desviación estándar de las variaciones en el precio de la inversión, dichas variaciones son ocasionadas por factores internos o externos del sistema económico. Dicha desviación estándar varianza es una medida estadística de dispersión de los posibles resultados que se puedan dar dentro de un periodo determinado.

La desviación estándar de los rendimientos de una acción mide el riesgo de dicho activo financiero. Es la dispersión de los rendimientos de una acción con respecto a la media de los mismos en un periodo determinado de tiempo, y que es representado de la siguiente manera:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n (R_j - \bar{R})^2 P_j}$$

Donde

- σ = Desviación estándar
- P_j = Es la probabilidad de que ocurra
- R_j = Rendimiento del activo j
- R = Rendimiento promedio

¹⁹ Nota: Los dividendos que se entreguen serán definidos por la junta directiva de la empresa y esto dependerá principalmente de los rendimientos obtenidos por esta durante un periodo determinado que generalmente es de un año, además, la junta directiva fijará las fechas en que estos dividendos serán repartidos a los accionistas y cuando le corresponde a cada acción.

5.3.5 Riesgo Sistemático y Riesgo no Sistemático

El riesgo de una acción medido por la desviación estándar se divide en dos tipos que son el riesgo sistemático y el riesgo no sistemático. El riesgo sistemático o no diversificable está asociado con los factores del mercado, como el comportamiento de la economía en general, la inflación, las tasas de interés, reformas estatales, y que no solo afecta a una acción sino que inquieta todo el sistema bursátil y en este caso la Bolsa de Valores de Colombia.

Mientras que el riesgo no sistemático el cual también es llamado diversificable o individual de la empresa, se puede atribuir a los factores específicos de la misma, entre los que se destacan la producción, estados financieros, dediciones internas de la junta directiva, etc, aunque pueden existir factores externos, más específicamente a la industria a la que se encuentra ligada la empresa o institución.

5.3.6 Rentabilidad de la Acción

La rentabilidad se calcula como el valor medio de las rentabilidades históricas que ha presentado la inversión en particular en una acción. Para este caso se asume que la mejor estimación sobre la rentabilidad futura es la rentabilidad histórica, que se puede expresar de la siguiente manera:

$$\bar{R} = \mu = \sum_{j=1}^n R_j / n$$

Donde:

n = El número de periodos

R = Rentabilidad media de una acción

R_j = Rentabilidad de la acción en el periodo j

Una alternativa de calcular la rentabilidad esperada de una acción es calculando el valor medio, o promedio ponderado de los posibles retornos, donde las ponderaciones son asignadas por la posibilidad de que ocurra.

5.3.7 Rentabilidad y Riesgo de un Portafolio

A. Rentabilidad de un Portafolio

Después de definir cual es la rentabilidad de un papel de renta fija, y cual es el riesgo y la rentabilidad de una acción, es necesario determinar cual podría ser la rentabilidad y el riesgo de un portafolio en el cual se combinan estos dos elementos. La rentabilidad que puede obtener un portafolio compuesto por una cantidad determinada de acciones cuya rentabilidad medias es igual a la media aritmética ponderada de las rentabilidades del numero de acciones que la componen²⁰.

$$R_p = \sum_{j=1}^M w_j E(R)_j$$

Donde:

- R_p = Es la rentabilidad esperada del portafolio
- E(R)_j = Es la rentabilidad esperada de la acción j que esta en el portafolio
- m = Es el numero de acción en el portafolio
- w_j = Es la proporción de la acción j en el portafolio.

Si se quiere desea saber la posible rentabilidad a futuro, a la función anterior se debe cambiar la rentabilidad esperada de cada acción por la rentabilidad histórica.

B. Riesgo de un Portafolio

Si para el rendimiento esperado de un portafolio es siempre el promedio ponderado de las rentabilidades de sus acciones, "el riesgo de un portafolio no es simplemente el promedio ponderado de las desviaciones estándar de los valores individuales"²¹. El riesgo de un portafolio depende de la covarianza de los rendimiento de los valores

20 GORDON J. Alexander, WILLIAM F. Sharpe, JEFFERY V. Bailey, *Fundamentos De Inversión Teórica Y Practica*, 3ª edición, Prentice Hall editores, México, 2003, Pág. 404.

21 VAN Horne, James C., *Administración y política financiera*, 12ª edición, editorial Prentice Hall, México, 2002, Pág. 51.

que indica como se relacionan los activos entre si que conforman un portafolio de esta naturaleza. La cual se ve expresada de la siguiente manera:

$$\sigma_{kj} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_k - E(R_k)) * (R_j - E(R_j))}{T}$$

Donde:

σ_{kj} = Es la covarianza de los rendimientos entre los activos (Acciones) k y j

$E(R_k)$ = Es el rendimiento esperado del activo k.

$E(R_j)$ = Es el rendimiento esperado del activo j.

R_k = Es el rendimiento del activo k en cada periodo.

R_j = Es el rendimiento del activo j en cada periodo.

T = Es el numero de periodos usados para calcular la covarianza.

Si la covarianza es alta y da positiva, los activos se mueven en el mismo sentido (de preferencia correlacionados), lo que quiere decir que cuando una acción baja, la otra también hace lo mismo. Con esta combinación del portafolio es casi imposible lograr algún tipo de diversificación, lo que quiere reflejar que si un inversionista que esta diversificando su capital en varias acciones en realidad solo lo esta haciendo en una sola.

En cambio si la covarianza es alta y negativa, los activos son inversamente proporcionales, lo que indica que cuando una acción esta bajando la otra con "seguridad" estará subiendo su precio. Lo que indica que se cuenta con la posibilidad de contar con un portafolio libre de riesgo.

Cuando las acciones tienen una relación baja o que la covarianza se encuentra cerca de cero, la desviación estándar de dicho portafolio es menor que la media ponderada de las desviaciones estándar de estos activos, la cual es otra alternativa para disminuir riesgo de la inversión.

5.4 MARCO LEGAL

Para los inversionistas es esencial que las regulaciones del mercado de valores estén inspiradas, además de la transparencia, en el dinamismo

de las operaciones. Para ello contribuye de manera fundamental el manejo del riesgo y la supervisión eficiente y oportuna por parte del Gobierno.

5.4.1 Acuerdo de Basilea

En la década de los ochentas se desarrollo el acuerdo de Basilea²², en el cual los presidentes de la banca central y la banca privada, se pusieron de acuerdo en establecer una regulación al sistema financiero mundial y del manejo de los modelos de valoración de riesgo, los cuales son fundamentales para determinar los niveles de captación a los cuales están expuestos estas instituciones.

Desde 1988 hasta 2001 se han realizado varias reuniones en las cuales se establecieron algunos criterios del manejo del sistema financiero a nivel mundial; la primera reunión realizada en 1988, los países miembros llegaron a varios acuerdos entre los cuales se destacan:

- Requisitos de capital mínimo aplicables a todos los países.
- Posiciones de riesgos excesivos (10% del valor del capital) se deben reportar.
- Limite máximo de una sola posición: 25% del capital.
- Suma total de posiciones de riesgo excesivo: 800% del capital.

En 1993 ya con la conformación de un comité seleccionado en la primera reunión en 1988 por el grupo de los 10 (G10), se establecieron los modelos por medio de los cuales se estandarizo el Valore de Riesgos (VaR), en entre los objetivos que se lograron están:

- El diseño de un instrumento de un modelo estándar para la medición del valor de riesgo.
- Se establecieron una estimación del VaR dependiendo del tipo de riesgo.

22 Este acuerdo esta conformado por los del G10 que son; Bélgica, Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, Suecia, Reino Unido y Estados Unidos, además de Luxemburgo y Suiza, todo esto bajo el auspicio del Banco de Pagos Internacionales.

- Y que el valor de riesgo se estima como la suma de los VaR individuales.

Entre 1995 y 1997 el comité tubo una serie de reuniones en las cuales se llevaron a una serie de acuerdo como son:

- La instrumentalización de algunos modelo internos elegidos por las propias instituciones.
- Que la estimación del VaR de mercado debe cumplir con los siguientes requisitos:
- Horizonte de riesgo de 10 días.
- Intervalo de confianza del 99%
- Que las observaciones históricas de por los memos una año.
- Se tiene como requisito de capital igual al promedio aritmético del VaR de los últimos 60 días, multiplicado por un factor, el cual depende del riesgo que el mercado genere y sea específico al portafolio.
- Si el portafolio de la entidad financiera incluye opciones, el modelo interno debe incorporar como factores a delta y gamma, si el modelo con el que se estima el VaR es analítico.
- Se establecieron los requisitos de capital inversamente proporcional a la calidad de los modelos de riesgo, el cual debe de determinar la base con la cual los resultados de las pruebas del modelo (Back-Testing).
- La estimación del VaR debe estar a cargo de una unidad independiente; y los procesos de administración de riesgo debe de ser validados por peritos externos, además, las estimaciones del valor de riesgo debe realizarse de forma diaria, mientras que las pruebas de estrés y las de comprobación del modelo tienen que realizarse de acuerdo con un programa aprobado.

En la reunión realizada por el comité en 1999, se destacaron los principales elementos para desarrollar los modelos de riesgo de crédito y se establece la posibilidad de utilizar los modelos internos para los propósitos regulatorios y de supervisión.

Para el 2001 el comité de Basilea en donde "El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea (el Nuevo Acuerdo) se aplicará en forma consolidada a los bancos internacionalmente activos, siendo ésta la mejor manera de preservar la integridad del capital en bancos con filiales, eliminando el doble apalancamiento de capital"²³ .

5.4.2 Legislación en Colombia

Dentro del contexto legal se puede destacar la normativa que a partir de la crisis económica y en especial en el sector financiero, vivida a finales de la década de los noventas, por la cual el gobierno debió tomar medidas drásticas que ayudaran al fortalecimiento de dicho sector, las cuales se han modificado y perfeccionado desde el año 2000 hasta nuestros días, a través de reformas financieras, fiscales, tributarias, etc., la que han permitido que este sector sea en la actualidad el de mayor crecimiento de toda la economía colombiana. Y es por esto que se mostraran algunas circulares, decretos y leyes emitidas tanto por las entidades estatales encargadas de la supervisión y control es este sistema, como por el gobierno central.

A. Superintendencia Bancaria (Hoy Superintendencia Financiera)

- *Circular externa 088 de 2000*

Por medio de esta circular se instituyen los parámetros mínimos en la administración de riesgo las cuales deben cumplir las entidades vigiladas para la realización de las ordenamiento que realicen de tesorería, teniendo en cuenta el impacto de dichas operaciones sobre la solvencia y estabilidad que existe en el sector financiero.

Dentro de las operaciones de tesorería que se abarca se encuentran operaciones de mercado abierto, de mercado cambiario, transacciones de títulos valores (Pesos y Dólares), operaciones con derivados, entre otros; lo que permite "el desarrollo de actividades de tesorería dentro

²³ *Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, Documento Consultivo, El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea, Emitido para consulta hasta el 31 de mayo de 2001*

de un marco regulatorio y de supervisión claro y transparente, en beneficio de los sectores financiero y asegurado"²⁴.

- *Circular externa 042 de 2001*

En esta circular se incorporan los aspectos más relevantes de los estándares intencionales emitidos en el Acuerdo de Basilea con respecto a materia de medición, control y gestión de riesgo en el mercado, y que apoya la Resolución 001 de 1996, la Circular Externa 088 de 2000 y el Decreto 1720 de 2001, en el que el gobierno nacional establece que los riesgos del mercado cuentan con una incidencia directa en el patrimonio requerido por los establecimientos de crédito. Además, en esta norma se definen los criterios y procedimientos que se debe de seguir por parte de los establecimientos de crédito para la medición del nivel de exposición a los riesgo que existen en el mercado. También se refiere a las orientaciones que debe de seguir estas instituciones para que de esta forma establezcan el modelo de medición de riesgo en el mercado, bien sea a nivel interno o establecido por la Superintendencia Bancaria.

Esta establece que todos los establecimientos de financiamiento deben de medir de manera permanente su exposición a los siguientes tipos de riesgo:

- Tasa de interés en moneda legal
- Tasa de interés en moneda extranjera
- Tasa de interés en operaciones pactadas en UVR
- Tipo de cambio
- Valor de UVR
- Precio de acciones

En el momento en que las entidades de crédito quieran establecer el modelo de medición de riesgo de mercado, la Superintendencia Bancaria establece unos criterios que deben seguir estas instituciones

²⁴ *Circular Externa 088 de 2000, Anexo "Capítulo XX - parámetros mínimos de administración de riesgos que deberán cumplir las entidades vigiladas para la realización de sus operaciones de tesorería", de la Superintendencia de Bancaria (Hoy Superintendencia Financiera).*

tanto si es interno o es el modelo estándar emitido por la esta superintendencia. Las cuales se describirá de la siguiente manera:

◆ **Modelo Interno:** Corresponde a los requisitos específicos que deben cumplir la entidades de crédito, entre los que se destacan están: la supervisión activa y permanente por parte de la junta directiva y de la alta gerencia; desarrollar políticas afines, procedimientos y límites adecuados y la manera de cómo se implementarían de forma efectiva dentro de la toma de decisiones, medición y control de los niveles de riesgo, además de sistema de gestión y control adecuados.

◆ **Modelo Estándar:** Con este se incorpora el modelo de medición de riesgo del mercado, el cual ya tiene definido un procedimiento para cada factor de riesgo anteriormente mencionados:

- Evaluación del riesgo de la tasa de interés: Determina el efecto de cambios en las tasas de enteres sobre el valor del capital en la entidad, y en consecuencia se debe de utilizar el concepto de duración, que es la que permite cuantificar la sensibilidad del precio de un instrumento financiero de renta fija a cambios en la tasa de interés.
- Evaluación del riesgo en la tasa de cambio: Determina el efecto de cambio en las tasas de cambio sobre el valor del capital de la entidad.
- Evaluación del riesgo en la cotización de la UVR: Mide los efectos de las variaciones de la unidad de valor real en los activos y en los pasivos denominados un UVR.
- Evaluación de riesgo de precio de acciones: Mide el valor de riesgo por cambios en el precio de las acciones de media y alta bursatilidad en las cuales la entidad mantenga posiciones"²⁵

- Circular externa 007 de 2002

Con esta circular se identifican 13 factores de riesgo que influyen y afectan las posiciones de las instituciones financieras, las cuales debe de ser utilizadas en la estimación del modelo VaR para un periodo de

²⁵ ROSILLO C. Jorge, MARTINEZ A. Clemencia. *Modelos De Evaluación De Riesgo En Decisiones Financieras*. Editorial Universidad Externado De Colombia. Santa Fe de Bogota. 2003. Pág. 91.

tiempo determinado a analizar, los factores que influyen en el riesgo y que afectan la posición de las entidades de crédito son:

La DTF

- Tasa de REPOS
- Tasa Interbancarial
- Tasa Real
- El LIBOR
- Tasa de crédito al consumo
- Money Market (USD)
- Tasa de TES
- UVR
- TRM
- EURO
- YEN
- IGBC

- Circular Externa 033 de 2002

En esta circular la Superintendencia Bancaria y de Valores establece los criterios por medio de los cuales los agentes que intervienen en este mercado cuenten con mejores herramientas e información para la toma de decisiones de inversión y a que el mercado se desarrolle en condiciones de mayor transparencia y confianza.

En donde se evaluarán los siguientes criterios dentro de una inversión:

- a) **“Objetividad.** La determinación y asignación del valor o precio justo de intercambio de un valor o título se debe efectuar con base en criterios técnicos y profesionales, que reconozcan los efectos derivados de los cambios en el comportamiento de todas las variables que puedan afectar dicho precio.
- b) **Transparencia y representatividad.** El valor o precio justo de intercambio de un valor o título se debe determinar y asignar con el propósito de revelar un resultado económico cierto, neutral, verificable y representativo de los derechos incorporados en el respectivo valor o título.
- c) **Evaluación y análisis permanentes.** El valor o precio justo de intercambio que se atribuya a un valor o título se debe fundamentar en la evaluación y el análisis permanentes de las

condiciones del mercado, de los emisores y de la respectiva emisión. Las variaciones en dichas condiciones se deben reflejar en cambios del valor o precio previamente asignado, con la periodicidad establecida para la valoración de las inversiones determinada en la presente norma.

- d) **Profesionalismo.** La determinación del valor o precio justo de intercambio de un valor o título se debe basar en las conclusiones producto del análisis y estudio que realizaría un experto prudente y diligente, encaminados a la búsqueda, obtención, conocimiento y evaluación de toda la información relevante disponible, de manera tal que el precio que se determine refleje los montos que razonablemente se recibirían por su venta”²⁶.

● *Circular Externa 031 de 2003*

Por medio de la cual se analizan las volatilidades y las correlaciones de los 13 factores de riesgo que se utilizan para estimar el cálculo del Valor en Riesgo (VeR), ampliación de la metodología y la numeración de los factores, ver en el Anexo 3.

● *Circular Externa 003 de 2004*

Dentro de esta circular considera necesario introducir algunas modificaciones al Capítulo I de la Circular Externa 100 de 1995 "Clasificación, valoración y contabilización de inversiones", ver en el Anexo 4.

"En razón a lo anterior, mediante la presente Circular se introducen las siguientes modificaciones al citado Capítulo:

1. Se modifica el numeral 2.1, con el objeto de incluir para la determinación de los precios justos de intercambio, las operaciones realizadas con la intermediación de los corredores de valores especializados en TES B Clase B.
2. Se aclara en el literal b del numeral 6.1.1 que el cálculo del número de días que hay entre la fecha de valoración y la fecha del vencimiento de cada flujo, se debe realizar sobre la base de un año de 365 días.

²⁶ *Circular Externa 088 de 2000, Anexo "Capítulo I - Clasificación, Valoración y Contabilización De Inversiones" de la Superintendencia de Bancaria (Hoy Superintendencia Financiera).*

3. Se adiciona al literal c del numeral 6.1.1 el procedimiento a seguir para establecer el margen cuando para el día de valoración no existen precios justos de intercambio ni márgenes publicados en la categoría a la cual corresponda el título a valorar. Sin perjuicio de lo dispuesto en el numeral 9 de la presente Circular, la instrucción contenida en el literal c, numeral 6.1.1, Capítulo I de la Circular Externa 100 de 1995, modifica mediante la presente Circular, entra a regir a partir del 1 de marzo de 2004.
4. Se modifica el literal b del numeral 6.1.3, con el fin de que la conversión a pesos del valor de mercado de los títulos denominados en moneda extranjera se realice con base en la TRM calculada el día de la valoración.
5. Se modifica el numeral 7, con el fin de establecer que el valor por el cual se deben registrar las inversiones del día de compra, es su costo de adquisición.
6. Se adiciona el literal c al numeral 7.3.2, con el fin de aclarar el procedimiento a seguir para la contabilización de la provisión a que haya lugar por la evaluación de riesgo crediticio de las inversiones de baja y mínima bursatilidad.
7. Se modifica el numeral 8.1, con el fin de que la provisión por evaluación de riesgo crediticio de los títulos participativos que cuenten con una calificación externa, se realice con base en la misma.
8. Se aclara en el numeral 8.2 cuál es el valor neto por el cual deben quedar registrados los títulos participativos, cuando los mismos requieran provisiones por evaluación de riesgo crediticio²⁷.

- *Circular Externa 026 de 2004*

Con esta circular se establece como las entidades deben de efectuar el cálculo para establecer los efectos de determinar la exposición al riesgo de tasa de interés (Tasa Fija, Tasa Variable, Cuentas Corrientes y de Ahorro), las entidades están autorizadas para utilizar la porción estable de las cuentas corrientes y de los depósitos de ahorro para calzar los activos asociados a los factores UVR y/o DTF.

²⁷ *Circular Externa 003 de 2004 de la Superintendencia de Bancaria (Hoy Superintendencia Financiera).*

- *Circular Externa 027 de 2006*

Por medio de la cual considera necesario expedir un instructivo único con las siguientes características principales:

- a. "Homogeniza la metodología de medición de la exposición a riesgos de mercado de los establecimientos de crédito y de las sociedades comisionistas de bolsa de valores.
- b. Excluye el libro bancario del cálculo de los requerimientos de capital para los establecimientos de crédito.
- c. Establece una aproximación estandarizada la cual se fundamenta en el modelo de valor en riesgo en bloques sugerido por el Comité de Basilea.
- d. Adopta los estándares cuantitativos exigidos a los modelos internos que los establecimientos de crédito y las sociedades comisionistas de bolsa de valores pueden presentar a la Superintendencia Financiera de Colombia para no aplicar el modelo estándar en la medición de riesgo de mercado.
- e. Mantiene la metodología de medición de riesgos de mercado (Valor en Riesgo) para las sociedades fiduciarias, las sociedades administradoras de fondos de pensiones y de cesantía, las entidades aseguradoras y las sociedades de capitalización"²⁸.

B. La Ley 964, (La Ley de Valores)

Dicta normas generales y señala los objetivos y criterios a los que debe sujetarse el Gobierno Nacional para regular las actividades de manejo, aprovechamiento e inversión de recursos captados del público mediante valores. Es por esto que el mayor aporte de la Ley es aumentar la seguridad en la negociación de los valores, mejorar la eficiencia del mercado y facilitar el cumplimiento de contratos entre privados.

²⁸ *Circular 027 de 2006 de la Superintendencia Financiera.*

Ley 964, "Artículo 1°. Objetivos y criterios de la intervención. El Gobierno Nacional ejercerá la intervención en las actividades de manejo, aprovechamiento e inversión de recursos captados del público que se efectúen mediante valores, con sujeción a los siguientes objetivos y criterios:

a. Objetivos de la intervención:

1. Proteger los derechos de los inversionistas.
2. Promover el desarrollo y la eficiencia del mercado de valores.
3. Prevenir y manejar el riesgo sistémico del mercado de valores.
4. Preservar el buen funcionamiento, la equidad, la transparencia, la disciplina y la integridad del mercado de valores y, en general, la confianza del público en el mismo.

b. Criterios de la intervención:

1. Que se promueva el desarrollo y la democratización del mercado de valores, así como su conocimiento por parte del público.
2. Que la regulación y la supervisión del mercado de valores se ajusten a las innovaciones tecnológicas y faciliten el desarrollo de nuevos productos y servicios dentro del marco establecido en la presente ley".

6. IMPACTO ESPERADO

La presente investigación tratara de facilita la selección de un portafolio de inversión por medio de un modelo de inversión como el de Markowitz, para todas aquellas personas que quieran invertir en el mercado bursátil colombiano, ya que en la práctica este tipo de modelos no son muy utilizados dentro del mercado accionario en el escenario económico colombiano, permitiendo de esta forma competir dentro de un mercados que exigen un mayor perfeccionamiento de estas técnicas de medición, control y toma de decisión sobre factores que ejercen impactos en cuanto manejo óptimo de los recursos financieros.

Lo anterior se debe realizar de acuerdo a las condiciones rigurosas con que cuenta este tipo de mercado con respecto a los efectos de las fluctuaciones y la volatilidad en los precios de mercado, debido al comportamiento económico del país y de los agentes que intervienen en este tipo de procesos.

Con el marco teórico recopilado se trata de explicar y analizar la conveniencia de este tipo de modelos dentro del mercado bursátil colombiano, lo que permitirá que académicos profundicen, validen, complementen y generen nuevos modelos con variables que explican comportamientos diversos en función de la volatilidad y el comportamiento del precios de las acciones a través del tiempo, además de factores que caracterizan a los agentes que incurrir en este tipo de mercado como la de tasas de interés, tasas de cambio, procesos devaluativos o revaluativos entre otros.

Así mismo se espera llegar a consejeros y profesionales con énfasis econométrico, finanzas e inversores de riesgo, para proveerles de esa visión contemplado en las teorías que a su vez les facilita la generación de valores agregados al conocimiento por aportes a los planteamientos que muy posiblemente implican ajustes en el sistema financiero colombiano.

En el campo concreto del área financiera, la investigación presenta las pautas que siguen algunos agentes cuando se han aplicado las estrategias de inversión de riesgo de forma controlada, estableciendo bandas de tiempo en sus posiciones tanto activas como pasivas; a partir de esa distribución se aplica el sistema de Valor de Riesgo y se determina el nivel de responsabilidad hasta donde debe llegar el inversionista, para no exponer el patrimonio y desde ahí plantear estrategias que den la pauta para establecer medidas de cobertura y de control en cuanto la riesgo que se va a afrontar.

7. USUARIOS POTENCIALES

En el sentido práctico de esta investigación son muchos los usuarios potenciales los cuales pueden utilizarlo durante su vida diaria, debido a que su aplicabilidad esta directamente ligada al sistema financiero, y como son muchos los usuarios con que cuenta dicho sistema este modelo es potencialmente utilizable por cualquier persona bien sea de forma directa o indirecta.

Cuando se habla de usuarios directos son todas aquellas personas y especialmente instituciones que tienen un conocimiento relacionado con este tema, es por esto que las instituciones directamente implicadas con el sistema financiero como son establecimientos de crédito, compañías de seguros, sociedades fiduciarias, sociedades de leasing, fondos de capital de riesgo, sociedades administradoras fondos de cesantías y pensiones, sociedades de capitalización, fondos mutuos de inversión, fondos de inversión de capital extranjero, inversionistas institucionales, sociedades comisionistas de bolsa, y corporaciones financieras, debido que en su mayoría realizan inversiones en la Bolsa de Valores de Colombia, lo cual los obliga a desarrollar análisis de riesgo para poder mejorar los rendimientos y poder darle a sus propios usuarios unos mejores rendimientos que los que le podría dar otras alternativas de inversión.

Otro tipo de usuarios directos son las entidades de control que en Colombia eran dos: Superintendencia Bancaria y la Superintendencia de Valores, las cuales fueron fusionadas para crear la Superintendencia Financiera (Superfinanciera), la cual esta cumpliendo con las funciones de las anteriores que son la vigilancia de todo el funcionamiento del Sistema Financiero Colombiano y de las entidades que la conforman; teniendo presente cuales son las herramientas que se están utilizando en cuanto al manejo del riesgo dentro del mercado financiero actual colombiano.

El único usuario que no es potencial sino que es de carácter obligatorio es la Bolsa de Valores de Colombia, debido a que es el directamente implicado, como institución que observa la evolución y los comportamientos tanto de las acciones como de los diferentes papeles que emiten las empresas y el estado (Bonos y TES); para que estos puedan definir de una manera "acertada" cual es el rumbo que esta tomando este mercado y la economía en general, teniendo en cuenta los resultados que les puede ofrecer este tipo de modelo, para que de esta forma le puedan indicar a los inversionista cual es la mejor opción de inversión.

Y como usuarios potenciales indirectos son todas aquellas personas y empresas que cuenta con algún tipo de capital que haya sido ahorrado y que lo quieran invertir para una futura inversión de carácter real. Esta personas no necesariamente deben de conocer este tipo de modelos de inversión y mucho menos sobre carreras afines a este (Economía, Finanzas, Administración, Contaduría, etc.), ya que en su mayoría estas personas y empresas utilizaran instituciones como los fondos de pensiones, casas comisionistas de bolsa, instituciones financieras, etc., en quienes delegan el uso de estos modelos para desarrollar las inversiones.

Existen personas que gracias a su nivel de conocimiento sobre temas relacionados como son economistas, administradores, contadores, etc., cuentan con la capacidad de utilizar esta herramientas y modelos de forma aplicativa ya sea convirtiéndose en corredores de bolsa y trabajando en una casa comisionista de bolsa o como asesor financiero dentro de alguna institución financiera. Además, este tipo de modelos pueden ayudar a desarrollar y perfeccionar nuevos modelos que mejoren los mecanismos de inversión; por esto las universidades e instituciones educativas de nivel superior también son usuarios potenciales debido a que pueden colaborar con el desarrollo de investigaciones relacionadas con esta temática, además, de ayudar a crear y diseñar software o sistemas de simulación; que faciliten las practicas en temas, que como este, requieren una alta combinación de técnicas de gestión e instrumentos tecnológicos para su desarrollo.

8. PLAN PROCEDIMENTAL

8.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación es de tipo exploratorio, ya que está orientada al análisis de modelos teóricos como el de Markowitz y Sharpe, que posibilitará una investigación más precisa del mercado accionario colombiano, y el desarrollo de una hipótesis que ayudaran a la formulación de nuevos proyectos de investigación de esta naturaleza.

8.2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Para el desarrollo de este trabajo, el método es el Analítico, presto que se requiere de identificar cada una de las partes o elementos que caracterizan los modelos a evaluar (Modelo de Markowitz y de Fijación de Precios). Para esto se utilizarán las diferentes acciones que se encuentran negociando en la Bolsa de Valores de Colombia, además de los TES a septiembre del 2014 y Julio del 2020, para que de esta manera, se pueda establecer la relación causa-efecto entre los elementos mencionados.

Y para la integración de los diferentes elementos que componen los modelos, se requiere la utilización del método de síntesis para construir y definir cual es el portafolio con el menor riesgo y con el mayor rendimiento, se deben integrar todos estos elementos, y esto sólo se da, si se integran todas las partes.

8.3 FUENTES Y TÉCNICAS PARA CAPTURAR LA INFORMACIÓN

8.3.1 Fuentes Primarias

Como fuentes primarias se utilizara la información que emite diariamente la Bolsa de Valores de Colombia sobre las cotizaciones de las acciones que se utilizaran para esta investigación, además se

utilizara la página de corfinsura por medio de la cual es extraerán los valores de los TFIT10120914-000.

8.3.2 Fuentes Secundarias

Para las fuentes secundarias se utilizaran libros en los cuales se especifique temas de inversión de riesgo, manejo de portafolio y mercado de capitales, que teniendo como base esto se puede dar un resultado más eficiente en la toma de decisiones, además de artículos correspondientes a la temática que se esta desarrollando en la investigación, y no se puede descartar algunas paginas de Internet por medio de las cuales se puede profundizar sobre temas relacionados.

8.3.3 Técnicas para Procesar la Información

Este trabajo se desarrolló inicialmente con una recopilación documental, la cual se basa en los datos de precios e indicadores (históricos) de acciones escogidas que cotizan en la Bolsa de Valores de Colombia y de los Títulos de Tesorería (TES), lo que permitirá establecer el comportamiento histórico de las diferentes acciones, todos estos precios serán descargados en una hoja de calculo (EXCEL). Para de esta forma iniciar el desarrollo metodológico y aplicativo de los modelos que se pretende implementar.

Se tiene como objetivo el analizar de forma empírica el modelo de cartera de inversión eficiente (Modelo De Markowitz); que comprende la recopilación de información histórica, el establecimiento del modelo, su validación y el análisis de los resultados obtenidos.

Para lograr el objetivo es necesario utilizar un instrumental matemático y estadístico por medio de los cuales se calculará:

- Rendimiento esperado diario
- Rendimiento esperado anual
- Varianza diaria
- Varianza anual
- Desviación estándar Diaria

- Desviación estándar anual
- Relación rendimiento-riesgo

También se explorarán los modelos de fijación de precios (CAPM y APT), y se determinará su capacidad para generar portafolios, y de pronóstico en el mercado nacional. En este momento se establece además, que variables tienen influencia en el rendimiento del portafolio o cartera de inversión, el grado en que lo hacen y el nivel en que estas teorías logran describir el comportamiento del rendimiento en el mismo mercado, de esta forma poder establecer cual de estos modelos es el más indicado.

8.4 UNIVERSO

Para este trabajo se tienen como universo papeles de renta variable o papeles de riesgo los cuales están conformados por las acciones transadas en la Bolsa de Valores de Colombia, entre las que están inscritas 140 acciones de diferentes empresas del país, dentro de estas acciones las que más sobresalen son las del Grupo Empresarial Antioqueño, ya que esta es la organización que más empresas tiene inscritas. Además, también se tendrán en cuenta papeles de renta fija o papeles libres de riesgo, que para el caso Colombiano son llamados títulos de Tesorería (TES), los cuales fueron creados por la ley 51 de 1990 como instrumentos de deuda pública interna emitidos por el Gobierno Nacional.

8.5 MUESTRA

Dentro del mercado accionario colombiano existe una clasificación de las acciones de acuerdo a su bursatilidad, es decir, se mide la dinámica de una acción en el mercado, basada en la facilidad para comprarla o venderla en el mercado, esta es medida por medio del Índice de Bursatilidad Accionaria, en donde además se tiene en cuenta la frecuencia de cotización, monto promedio transado por rueda bursátil, grado de rotación de las acciones y número de operaciones realizadas en promedio por rueda, teniendo en cuenta estos elementos la

Superintendencia Financiera a dividido estos papeles en cuatro (4) categorías que son: Alta, Media, Baja y Mínima bursatilidad.

Para uso práctico del modelo que se evaluara solo se utilizaran aquellas acciones que están categorizadas como de alta bursatilidad, la cuales son: Banco de Bogota (Bogota), BanColombia Ordinaria (BanColombia), Grupo Nacional de Chocolates (Nacional de Chocolates), Grupo Aval Acciones y Valores (GrupoAval), ISA Interconexión Eléctrica (ISA), Interbolsa Comisionista de Bolsa (Interbolsa), Suramericana de Inversiones (Suraminv), Almacenes ÉXITO (ÉXITO), Cementos Argos Antes Caribe (Cemargos), Acerías Paz del Río (Paz rio), BanColombia Preferencial (PFBColom), Compañía Colombiana de Inversiones (Colinvers), y Textiles Fabricato Tejicondor (Fabricato).

Mientras que los papeles de renta fija o activo libre de riesgo se clasifican de acuerdo a su mayor ponderación y liquidez, es por esto que se utilizaran los TES que ha emitido el gobierno al 12 de septiembre del 2014 ó TFIT10120914-000, debido a que son los títulos que mas peso tienen en el mercado.

9. DESARROLLO DEL TRABAJO

9.1. Aplicabilidad del Modelo de Markowitz

El modelo de Markowitz inicia definiendo en forma específica cuál es el rendimiento inicial y final de la cartera y finaliza recomendando un portafolio para el inversionista. Por lo que el objetivo de este proyecto es determinar la aplicabilidad de dicha teoría dentro de la Bolsa de Valores de Colombia, es decir, probar si esta teoría es aplicable.

9.1.1. Cálculo del Rendimiento Inicial y Final

Dentro del periodo de mil días establecido para que las acciones sean aprobadas como de alta bursatilidad, en cuanto a la constante salida de estas en el mercado y a los volúmenes de transacción. Las acciones que tuvieron estas condiciones son:

Nombre	Nombre	Nemotecnia
1.	Banco de Bogota	Bogota
2.	BanColombia (Ordinaria)	BanColombia
3.	Grupo Nacional de Chocolates	Nal. Chocolates
4.	Grupo Aval Acciones y Valores	GrupoAval
5.	ISA Interconexión Eléctrica	ISA
6.	Interbolsa Comisionista de Bolsa	Interbolsa
7.	Suramericana de Inversiones	Suraminv
8.	Almacenes ÉXITO	ÉXITO
9.	Cementos Argos Antes Caribe	Cemargos
10.	Acerías Paz del Río	Pazrio
11.	BanColombia (Preferencial)	PFBColom
12.	Compañía Colombiana de Inversiones	Colinvers
13.	Textiles Fabricato Tejicondor	Fabricato

La Tabla 1 muestra los precios de las 13 acciones anteriormente mencionadas de la Bolsa de Valores de Colombia, utilizadas en el presente trabajo. Cabe establecer que la tabla presenta únicamente una parte de la muestra utilizada, ya que en realidad abarcar del 13 de marzo de 2003 al 11 de abril de 2007 y que se puede observar completo en el Anexo 5, con el cual se calcula el portafolio óptimo por el método de Markowitz.

Tabla 1. Precio histórico de las acciones

Fecha	IGBC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
13/03/03	1.812.65	7.247.00	2.385.00	2.277.50	181.00	950.00	3.140.00	2.190.00	3.460.00	1.380.00	0.25	2.008.00	2.200.00	28.00
14/03/03	1.826.72	7.250.00	2.359.00	2.300.00	174.00	948.00	3.140.00	2.274.00	3.460.00	1.380.00	0.25	2.050.00	2.150.00	27.60
17/03/03	1.827.69	7.250.00	2.359.00	2.300.00	176.00	926.00	3.140.00	2.252.00	3.460.00	1.420.00	0.25	2.090.00	2.150.00	27.60
18/03/03	1.824.39	7.175.00	2.302.00	2.300.00	176.00	925.00	3.140.00	2.250.00	3.460.00	1.420.00	0.25	2.090.00	2.150.00	27.00
19/03/03	1.817.31	7.175.00	2.300.00	2.312.50	176.00	925.00	3.140.00	2.245.00	3.309.00	1.430.00	0.25	2.100.00	2.144.00	26.90
20/03/03	1.814.04	7.150.00	2.270.00	2.312.50	176.00	927.00	3.140.00	2.226.00	3.300.00	1.430.00	0.25	2.100.00	2.130.00	26.90
21/03/03	1.811.60	7.200.00	2.350.00	2.312.50	176.00	927.00	3.140.00	2.275.00	3.300.00	1.430.00	0.25	2.050.00	2.100.00	26.90
25/03/03	1.812.22	7.151.00	2.350.00	2.300.00	176.00	928.00	3.140.00	2.200.00	3.300.00	1.440.00	0.25	2.050.00	2.100.00	26.90
26/03/03	1.806.88	7.150.00	2.320.00	2.299.75	177.00	927.00	3.140.00	2.200.00	3.250.00	1.430.00	0.25	2.050.00	2.050.00	26.40
27/03/03	1.895.47	7.150.00	2.020.00	2.299.75	177.00	925.00	3.140.00	2.200.00	3.200.00	1.430.00	0.25	2.050.00	2.000.00	26.00
28/03/03	1.821.05	7.125.00	2.030.00	2.275.00	177.00	926.00	3.140.00	2.130.00	3.201.00	1.425.00	0.25	2.020.00	2.001.00	25.00
31/03/03	1.898.59	7.051.00	2.030.00	2.275.00	177.00	949.00	3.140.00	2.200.00	3.201.00	1.426.20	0.25	2.280.00	2.001.00	23.90
01/04/03	1.898.28	7.100.00	2.100.00	2.275.00	177.00	930.00	3.140.00	2.200.00	3.221.00	1.426.00	0.25	2.290.00	2.000.00	23.90
02/04/03	1.893.52	7.153.00	2.100.00	2.275.00	181.00	930.00	3.140.00	2.240.00	3.221.00	1.460.00	0.25	2.310.00	2.000.00	23.40
03/04/03	1.813.41	7.202.00	2.121.00	2.260.00	181.00	950.00	3.140.00	2.248.00	3.475.00	1.460.00	0.25	2.361.00	2.000.00	23.00
04/04/03	1.824.05	7.301.00	2.120.00	2.352.50	185.00	941.00	3.140.00	2.250.00	3.450.00	1.476.00	0.26	2.351.00	2.051.00	23.00
07/04/03	1.832.80	7.300.00	2.130.00	2.352.50	184.00	940.00	3.140.00	2.306.00	3.200.00	1.476.00	0.26	2.360.00	2.081.00	24.90
08/04/03	1.838.44	7.400.00	2.250.00	2.355.00	184.00	951.00	3.140.00	2.315.00	3.275.00	1.476.00	0.26	2.350.00	2.125.00	24.70
09/04/03	1.857.36	7.400.00	2.250.00	2.350.00	184.00	951.00	3.140.00	2.368.00	3.300.00	1.476.00	0.26	2.365.00	2.160.00	24.00
10/04/03	1.854.81	7.400.00	2.271.00	2.337.50	184.00	940.00	3.140.00	2.350.00	3.250.00	1.480.00	0.26	2.500.00	2.160.00	24.00
11/04/03	1.854.42	7.480.00	2.300.00	2.337.50	184.00	940.00	3.140.00	2.350.00	3.260.00	1.480.00	0.26	2.500.00	2.160.00	23.70
14/04/03	1.858.66	7.455.00	2.360.00	2.337.50	180.00	950.00	3.140.00	2.350.00	3.260.00	1.480.00	0.26	2.520.00	2.160.00	24.80
15/04/03	1.876.38	7.455.00	2.400.00	2.337.50	180.00	954.00	3.140.00	2.425.00	3.260.00	1.480.00	0.26	2.580.00	2.200.00	24.30
16/04/03	1.897.97	7.500.00	2.501.00	2.362.75	180.00	975.00	3.140.00	2.450.00	3.260.00	1.480.00	0.26	2.650.00	2.250.00	24.40
21/04/03	1.899.16	7.500.00	2.790.00	2.350.00	180.00	961.00	3.140.00	2.200.00	3.280.00	1.480.00	0.26	2.650.00	2.251.00	24.30
22/04/03	1.704.96	7.501.00	2.651.00	2.350.00	180.00	961.00	3.140.00	2.470.00	3.310.00	1.440.20	0.25	2.675.00	2.350.00	24.90
23/04/03	1.703.31	7.550.00	2.669.00	2.351.25	180.00	963.00	3.140.00	2.480.00	3.350.00	1.464.00	0.26	2.701.00	2.350.00	25.00
24/04/03	1.706.90	7.550.00	2.540.00	2.362.50	180.00	964.00	3.140.00	2.470.00	3.349.00	1.464.00	0.26	2.652.00	2.364.00	24.90
25/04/03	1.704.50	7.600.00	2.500.00	2.350.00	180.00	966.00	3.140.00	2.460.00	3.351.00	1.476.00	0.27	2.670.00	2.430.00	24.80
26/04/03	1.712.62	7.601.00	2.500.00	2.362.50	180.00	963.00	3.140.00	2.460.00	3.400.00	1.480.00	0.27	2.640.00	2.450.00	25.00
29/04/03	1.713.17	7.700.00	2.600.00	2.362.50	180.00	970.00	3.140.00	2.376.00	3.401.00	1.480.00	0.26	2.631.00	2.450.00	25.20
30/04/03	1.722.65	7.700.00	2.650.00	2.362.50	180.00	980.00	3.140.00	2.500.00	3.300.00	1.489.00	0.26	2.640.00	2.420.00	26.00
02/05/03	1.734.99	7.775.00	2.790.00	2.365.00	185.00	985.00	3.140.00	2.540.00	3.270.00	1.489.00	0.26	2.650.00	2.500.00	27.30
05/05/03	1.740.21	7.701.00	2.712.00	2.365.00	185.00	955.00	3.140.00	2.550.00	3.150.00	1.469.00	0.26	2.650.00	2.550.00	28.70
06/05/03	1.736.51	7.697.00	2.757.00	2.362.50	182.00	950.00	3.140.00	2.540.00	3.200.00	1.470.00	0.26	2.730.00	2.550.00	28.90
07/05/03	1.747.44	7.648.00	2.800.00	2.362.50	183.00	950.00	3.140.00	2.507.00	3.250.00	1.466.00	0.25	2.760.00	2.570.00	28.70
08/05/03	1.772.53	7.650.00	2.890.00	2.362.50	190.00	965.00	3.140.00	2.599.00	3.305.00	1.470.00	0.26	2.802.00	2.700.00	30.60

A. Rendimiento Esperado

El rendimiento de las acciones se calcula determinando la variación porcentual de los precios de las acciones entre dos periodos que para este trabajo se desarrollara diario, y que para ejemplificar se utilizara la acción de Banco de Bogota (Bogota), para el periodo comprendido entre el 13 y el 14 de Marzo del 2003.

$$r_p = \frac{7250 - 7247}{7247} = 0.04\%$$

Como se puede ver el rendimiento de esta acciones dentro del periodo fue del 0.04%, y para los de mas días y el resto de las acciones se sigue el mismo procedimiento, el cual se pude constatar en la Tabla 2 (Rendimiento Obtenido Para 13 Acciones en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) Entre El 14/03/2003 y El 8/05/2003) y que se complementa en el Anexo 6 (Rendimiento De Las Acciones Darias).

Una vez obtenidos los rendimientos diarios de las acciones, se determino la media aritmética, varianza, covarianza, correlación, la Beta, el riesgo total, el riesgo sistémico, y no sistémico de estas acciones. Y los resultados obtenidos se pueden ver en la Tabla 4.

Calculo del Coeficiente de Correlación (ρ_{ij})

Al momento de hallar el coeficiente de correlación siempre se deben tener dos (2) variables, que para este caso el Banco de Bogota y Ban-Colombia Ordinaria (BanColombia), los cuales cuentan con una covarianza de 0.00002., y una desviación estándar de 1.76% para Bogota y de 2.32% para BanColombia.

$$\rho_{ij} = \frac{0.00002}{1.76 * 2.32} = 0.066\%$$

Al calcular el coeficiente de correlación para el Banco de Bogota y BanColombia Ordinaria da como resultado el 0.0661, el cual expresa que no hay una relación directa entre estas dos acciones, ya que como se puede ver el resultado se aproxima de una forma significativa a 0, indicando con esto que si una acción sube la otra no realizara ningún tipo de movimiento.

Pero para el caso de este ejercicio no solo habrá dos (2) variables sino que en realidad son trece (13) variables, haciendo de este un proceso complejo, y por estos se ve la necesidad de construir una Matriz de Correlación, la cual se obseva en la Tabla 3 (Matriz de correlación de trece acciones de la Bolsa de Valores de Colombia).

Tabla 2. Matriz de correlación

	Bogota	Bcolombia	Chocolates	GrupoAval	ISA	Interbolsa
Bogota	1	0.06624	0.50464	0.43248	0.55428	0.26977
Bcolombia	0.06624	1	0.08364	0.09231	0.10016	0.06195
Chocolates	0.50464	0.08364	1	0.37918	0.59023	0.25725
GrupoAval	0.43248	0.09231	0.37918	1	0.47013	0.22861
ISA	0.55428	0.10016	0.59023	0.47013	1	0.27683
Interbolsa	0.26977	0.06195	0.25725	0.22861	0.27683	1
Suraminv	0.58715	0.06973	0.55696	0.42615	0.60879	0.26937
Éxito	0.36375	0.09933	0.39444	0.34092	0.42968	0.28257
Argos	0.56074	0.10894	0.55246	0.43938	0.64541	0.31416
Pazrio	0.20552	0.0156	0.20207	0.14728	0.24621	0.12468
PFBColom	0.20219	0.03256	0.10192	0.16502	0.08133	0.01753
Colinvers	0.39873	0.087	0.41559	0.34473	0.45217	0.21433
Fabricato	0.34402	0.06725	0.36084	0.29371	0.41019	0.231
Suraminv	Éxito	Argos	Pazrio	PFBColom	Colinvers	Fabricato
0.58715	0.36375	0.56074	0.20552	0.20219	0.39873	0.34402
0.06973	0.09933	0.10894	0.0156	0.03256	0.087	0.06725
0.55696	0.39444	0.55246	0.20207	0.10192	0.41559	0.36084
0.42615	0.34092	0.43938	0.14728	0.16502	0.34473	0.29371
0.60879	0.42968	0.64541	0.24621	0.08133	0.45217	0.41019
0.26937	0.28257	0.31416	0.12468	0.01753	0.21433	0.231
1	0.39003	0.60739	0.21468	0.18372	0.52621	0.39476
0.39003	1	0.42325	0.18669	0.09499	0.32338	0.29498
0.60739	0.42325	1	0.21285	0.10465	0.47415	0.46457
0.21468	0.18669	0.21285	1	0.00201	0.18011	0.20809
0.18372	0.09499	0.10465	0.00201	1	0.07951	0.0689
0.52621	0.32338	0.47415	0.18011	0.07951	1	0.33334
0.39476	0.29498	0.46457	0.20809	0.0689	0.33334	1

Fuente: Los autores

Calculo de Beta (β)

Para ilustrar el cálculo del Coeficiente Beta se tendrá en cuenta la acción de Banco de Bogota. En donde la covarianza del rendimiento de la acción con relación al índice es de 0.00027 y la varianza del mercado es de 0.027%.

$$\beta = \frac{0.000197}{0.02703} = 0.727\%$$

En donde se muestra que la acción de Bogota cuenta con un Coeficiente Beta inferior a uno (1), lo que indica que esta es una acción cuenta con un nivel de sensibilidad moderado con relación al índice de la Bolsa de Valores de Colombia. Entre las acciones que se encuentran con un Coeficiente Beta superior a 1 son: Pazrio, Suraminv y Colinvers, con el 1.35, 1.28 y 1.18 respectivamente. Y acciones que se encuentren con un bajo nivel de sensibilidad están: PFBColom y , Bancolombia, con el 0.18 y 0.22 correspondientemente.

Cálculo y División del Riesgo

El coeficiente de correlación o de determinación, tiene una interpretación bastante directa, en donde la variabilidad de sus rendimientos se puede explicar mediante la variación del índice de precios y de sus cotizaciones. Pero hay que tener en cuenta una parte del resultado de la ecuación no explica algunos factores que en esta intervienen, es por esto que se plantea la siguiente ecuación:

$$\text{Riesgo Total} = \text{Riesgo Sistemático} + \text{Riesgo No Sistemático}$$

Donde el riesgo sistemático se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Riesgo sistemático} = \rho_{ij}^2 * \text{var}$$

Por ejemplo:

Si se toma la acción de Banco de Bogota, en la cual se tiene que el coeficiente de correlación es de 0.6806 y la varianza es de 0.0309%

$$\text{Riesgo sistemático} = 0.6806^2 * 0.0309 = 0.0143$$

Y el riesgo no sistemático se la siguiente forma:

$$\text{Riesgo no sistemático} = (1 - \rho_{ij}^*) * \text{var}$$

Continuando con el ejemplo de Banco de Bogota en cuanto al riesgo no sistemático se siguen contando con el mismo coeficiente de correlación y la misma varianza.

$$\text{Riesgo no sistemático} = (1 - 0.6806^2) * 0.0309 = 0.0166$$

Al agrupar los resultados obtenidos del riesgo sistemático y del riesgo no sistemático de la acción de Banco de Bogota, se adquiere que:

$$\text{Riesgo Total} = 0.0143 + 0.0166 = 0.0309$$

Tabla 3. Resumen de las 13 Acciones y el IGBC de la Bolsa de Valores de Colombia

	IGBC	1	2	3	4	5	6
Media	0.204%	0.158%	0.213%	0.219%	0.144%	0.209%	0.086%
Mediana	0.223%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.104%	0.000%
Varianza	0.027%	0.031%	0.054%	0.044%	0.044%	0.048%	0.130%
Covarianza	0.027%	0.020%	0.006%	0.024%	0.018%	0.028%	0.021%
Correlación	0.9990	0.6806	0.1548	0.6993	0.5251	0.7704	0.3592
Beta	0.9990	0.7272	0.2184	0.8895	0.6718	1.0294	0.7865
Riesgo Sistemático	0.027%	0.014%	0.001%	0.021%	0.012%	0.029%	0.017%
Riesgo Sistemático No	0.000%	0.017%	0.053%	0.022%	0.032%	0.020%	0.113%
Total Riesgo	0.027%	0.031%	0.054%	0.044%	0.044%	0.048%	0.130%
Desviación	0.0164	0.0176	0.0232	0.0209	0.0210	0.0220	0.0360
	7	8	9	10	11	12	13
	0.246%	0.183%	0.204%	0.769%	0.223%	0.286%	0.130%
	0.124%	0.000%	0.000%	0.000%	0.102%	0.023%	0.000%
	0.065%	0.053%	0.055%	0.549%	0.038%	0.103%	0.126%
	0.035%	0.020%	0.030%	0.036%	0.005%	0.032%	0.031%
	0.8211	0.5177	0.7720	0.2994	0.1523	0.6051	0.5281
	1.2771	0.7250	1.1036	1.3491	0.1816	1.1813	1.1399
	0.044%	0.014%	0.033%	0.049%	0.001%	0.038%	0.035%
	0.021%	0.039%	0.022%	0.499%	0.038%	0.065%	0.091%
	0.065%	0.053%	0.055%	0.549%	0.038%	0.103%	0.126%
	0.0256	0.0230	0.0235	0.0741	0.0196	0.0321	0.0355

Fuente: Los autores

B. Frontera Eficiente

En el mercado de valores se pueden construir un número infinito de portafolios con una cantidad N de activos, sin embargo, un inversionista elegirá su portafolio óptimo de un grupo de portafolios que:

3. Ofrezca el máximo rendimiento esperado para diferentes niveles de riesgo y
4. Ofrezca el mínimo riesgo para niveles diferentes de rendimiento esperado.

El grupo de portafolios que reúne estas dos condiciones se conoce como frontera eficiente.

C. Determinación del Portafolio Eficiente

La existencia de trece (13) acciones dentro de un mercado de valores colombiano, y que todas las combinaciones posibles que el inversionista podría adquirir de estas. Para poder desarrollar el Modelo de Markowitz como estas trece (13) acciones que se pueden denotar de la siguiente manera cada una de ellas: X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12 y X13, las proporciones de los fondos que el inversionista estaría dispuesto a gastar en las acciones Bogota, Ban-Colombia, Chocolates, GrupoAval, ISA, Interbolsa, Suraminv, ÉXITO, Cemargos, Patrio, PFBColom, Colinvers y Fabricato tomando en cuenta que:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} = 1$$

De esta forma se tiene que si se decide invertir todo el dinero del inversionista en una sola acción del mercado, esta debe ser igual a uno (1) y la proporción invertida en las demás acciones será cero (0).

Tabla 4. Composición del portafolio de inversión

	Acciones	Rendimiento Esperado
1	Bogota	0.16%
2	Bcolombia	0.21%
3	Chocolates	0.22%
4	GrupoAval	0.14%
5	ISA	0.21%
6	Interbolsa	0.09%
7	Suraminv	0.25%
8	Éxito	0.18%
9	Argos	0.20%
10	Pazrio	0.77%
11	PFBColom	0.22%
12	Colinvers	0.29%
13	Fabricato	0.13%

Fuente: Los autores

Si se toma como referencia el cuadro anterior donde se expresa el rendimiento medio de las acciones seleccionadas para este trabajo, en donde se busca establecer el portafolio eficiente de una sola acción, y que para este caso es la de Acerías Paz del Río (Pazrio). De esta manera se tiene que si se decide invertir todo el dinero en la acción de Bogota, entonces X_1 es igual a uno (1) y la proporción invertida en las otras acciones es igual a cero (0).

$$\begin{aligned} r_p &= (0.16*1) + (0.21*0) + (0.22*0) + (0.14*0) + (0.21*0) + (0.09*0) + \\ &+ (0.25*0) + (0.18*0) + (0.20*0) + (0.77*0) + (0.22*0) + (0.29*0) + (0.13*0) \\ &= 0.1583\% \end{aligned}$$

Para la acción de Bogota en la cual se invirtió el 100% del portafolio el rendimiento esperado fue de 0.1583%. Todo este procedimiento se puede desarrollar para cada una de las acciones, o en combinación entre cada una de ellas, hasta logra el mejor portafolio que se quiera obtener.

D. Determinantes de la desviación estándar

Para calcular la desviación estándar de un portafolio compuesto, se tomara la acción de Banco de Bogota y su relación con las otras 12 acciones que se están analizando, en donde se substituyen los valores de la matriz de covarianzas de la siguiente manera:

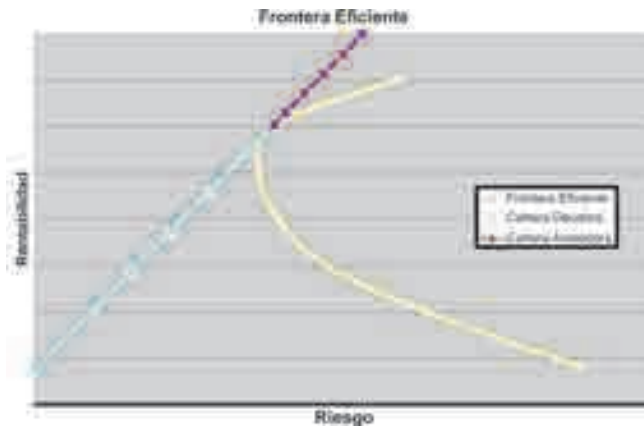
$$\sigma_p = \left[\begin{array}{l} (1 \cdot 1 \cdot 0.00030) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00002) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00018) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00015) + \\ (0 \cdot 0 \cdot 0.00021) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00017) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00026) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00014) + \\ (0 \cdot 0 \cdot 0.00023) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00026) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00006) + (0 \cdot 0 \cdot 0.00022) + \\ (0 \cdot 0 \cdot 0.00021) \end{array} \right]^{\frac{1}{2}} = 0.0176$$

El valor obtenido en este caso es de 1.76% y representa el riesgo de este portafolio, si se invirtiera todo el capital en la acción de Banco de Bogota. Hay que resaltar que este valor del riesgo debe variar para cada una de las acciones que se están estudiando, y además, si el portafolio es distribuido dentro de las diferentes acciones

Del rendimiento esperado R contra la desviación estándar s , se obtiene la frontera eficiente. Los puntos sobre el interior de la curva representan activos individuales, mientras que la curva desde M hasta H representa los portafolios finales que se pueden crear provenientes de los activos analizados. Todos aquellos portafolios sobre la curva L hasta H representan la frontera eficiente, los puntos del interior el grupo eficiente y M la cartera de riesgo mínimo. Y de esta manera se puede observar el valor del activo libre de riesgo (r_f) y el riesgo (s) para un periodo determinado de tiempo.

El grupo y la frontera eficiente tienen una importancia especial para los inversionistas, ya que todos ellos desean rendimientos esperados más altos y desean evitar el riesgo, querrán invertir en portafolios que pertenezcan al grupo eficiente. En otras palabras desean portafolios que se encuentren sobre la frontera eficiente. Este deseo es totalmente razonable debido a que cualquier otro portafolio que el inversionista pudiera considerar estará dominado por una que se encuentre sobre la frontera eficiente la cual se puede ver en la siguiente grafica:

Ilustración 2. Frontera Eficiente



Fuente: Los autores

Tabla 5. Matriz de Volatilidad de Desviación Estándar

	Bogota	Bcolombia	Chocolates	GrupoAval	ISA	Interbolsa
Bogota	1.756%	0	0	0	0	0
Bcolombia	0	2.320%	0	0	0	0
Chocolates	0	0	2.091%	0	0	0
GrupoAval	0	0	0	2.103%	0	0
ISA	0	0	0	0	2.197%	0
Interbolsa	0	0	0	0	0	3.600%
Suraminv	0	0	0	0	0	0
Éxito	0	0	0	0	0	0
Argos	0	0	0	0	0	0
Pazrio	0	0	0	0	0	0
PFBColom	0	0	0	0	0	0
Colinvers	0	0	0	0	0	0
Fabricato	0	0	0	0	0	0

Suraminv	Éxito	Argos	Pazrio	PFBColom	Colinvers	Fabricato
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
2.557%	0	0	0	0	0	0
0	2.302%	0	0	0	0	0
0	0	2.350%	0	0	0	0
0	0	0	7.407%	0	0	0
0	0	0	0	1.960%	0	0
0	0	0	0	0	3.209%	0
0	0	0	0	0	0	3.549%

Fuente: Los autores

Tabla 7. Calculo de Beta y del Riesgo Sistemático

#	Nombre	Rendimiento Esperado	Beta	Riesgo No Sistemático
1	Bogota	0.16%	0.73	0.02%
2	Bcolombia	0.21%	0.22	0.05%
3	Chocolates	0.22%	0.89	0.02%
4	GrupoAval	0.14%	0.67	0.03%
5	ISA	0.21%	1.03	0.02%
6	Interbolsa	0.09%	0.79	0.11%
7	Suraminv	0.25%	1.28	0.02%
8	Éxito	0.18%	0.72	0.04%
9	Argos	0.20%	1.10	0.02%
10	Pazrio	0.77%	1.35	0.50%
11	PFBColom	0.22%	0.18	0.04%
12	Colinvers	0.29%	1.18	0.07%
13	Fabricato	0.13%	1.14	0.09%

Fuente: Los autores

Además de los datos tabulados en la tabla anterior, también se tiene que la varianza del IGBC es 0.0270 y que la tasa libre de riesgo es $r_f = 10.07\%$ ²⁹ efectiva anual.

El algoritmo de Elton, Gruber y Partman (EGO)³⁰, se inicia calculando la pendiente de la línea que nace de r_f y se dirige hacia un portafolio específico denominado p , mediante la siguiente ecuación:

$$\Theta = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p}$$

Donde:

r_p = Rendimiento esperado de la cartera

r_f = Activo libre de riesgo

σ_p = Desviación estándar

El algoritmo reconoce que el portafolio es aquel que presenta el máximo valor de \bar{E} y es tangente al portafolio T, así lo busca, hasta identificar el portafolio que maximiza el valor de \bar{E} mediante los cinco (5) pasos siguientes:

²⁹ Para este ejercicio se utilizaran los TES que ha emitido el gobierno al 12 de septiembre del 2014 ó TFIT10120914-000

³⁰ Elton, E.J. and Gruber, M.J. "Modern Portfolio Theory And Investment Analysis", 5 Edición, John Wiley & Sons, Inc., P 183, 1995.

Se ordenan los activos en forma descendente con base a la magnitud de su radio recompensa - volatilidad que se calcula de la siguiente manera:

$$RVOL_i = \frac{(\bar{r}_i - r_f)}{\beta_i}$$

Donde:

\bar{r}_i = Rendimiento esperado del activo i

r_f = Rendimiento del activo libre de riesgo

β_i = Cambio en la tasa de rendimiento esperado para el activo i asociado a un cambio del 1% en el rendimiento del mercado.

El numerador representa la "recompensa" esperada por comprar el activo y el denominador la beta del activo. Esta tasa también se lo conoce como tasa Treynor³¹.

Por ejemplo:

Si se toma el rendimiento esperado, el rendimiento de la tasa libre de riesgo y el cambio en la tasa de rendimiento esperado para las acciones de Banco de Bogota (Bogota) y de Bancolombia Preferencial (PFBcolom) y los comparamos, se puede encontrar que:

$$RVOL_{Bogota} = \frac{(0.158\% - 0.027589\%)}{0.017} = 0.180\%$$

$$RVOL_{PFBcolom} = \frac{(0.223\% - 0.027589\%)}{0.182} = 1.078\%$$

Se puede observar que el mayor es el de PFBcolom que el de Bogota, lo que quiere decir que se puede establecer Bancolombia Preferencial como una acción que puede ingresar dentro de una cartera bien diversificada. En el siguiente cuadro se observaran de mayor a menor esta relación:

31 Índice de Treynor: Mide y clasifica los resultados relativos en términos de rendimientos para carteras o fondos bien diversificados.

Tabla 8. Valores calculados del RVOLI

#	Nombre	Rendimiento Esperado	Beta	Riesgo No Sistemático	RVOLI	Φ
1	PFBColom	0.223%	0.182	0.038%	1.083%	0.025%
2	Bcolombia	0.213%	0.218	0.053%	0.851%	0.044%
3	Pazrio	0.769%	1.349	0.499%	0.550%	0.088%
4	Colinvers	0.286%	1.181	0.065%	0.219%	0.132%
5	Chocolates	0.219%	0.890	0.022%	0.217%	0.162%
6	Éxito	0.183%	0.725	0.039%	0.216%	0.169%
7	Bogota	0.158%	0.727	0.017%	0.181%	0.171%
8	ISA	0.209%	1.029	0.020%	0.177%	0.173%
9	GrupoAval	0.144%	0.672	0.032%	0.175%	0.173%
10	Suraminv	0.246%	1.277	0.021%	0.172%	0.173%
11	Argos	0.204%	1.104	0.022%	0.161%	0.171%
12	Fabricato	0.130%	1.140	0.091%	0.091%	0.168%
13	Interbolsa	0.086%	0.787	0.113%	0.076%	0.166%

Fuente: Los autores

- II. Iniciando por la parte superior de la tabla de forma ordenada de mayor a menor, para cada uno de los activos se calculan los valores de F_i : este valor representa el punto de corte. Todos los activos que excedan este punto serán seleccionados como parte del portafolio T, y los que no lo hagan serán desechados.

$$\phi_i = \sigma_j^2 \frac{\sum_{i=1}^i \frac{r_i - r_f}{\sigma_{ei}^2} \beta_{if}}{1 + \sigma_j^2 \sum_{i=1}^i \frac{\beta_{if}^2}{\sigma_{ei}^2}}$$

Donde:

σ_j^2 = Varianza del índice del mercado

σ_{ei}^2 = Riesgo no sistemático. La varianza del movimiento de un activo que no está asociado a los movimientos del índice del mercado.

Con el fin de ilustrar el uso de esta ecuación a continuación se presenta por medio de un ejemplo el cálculo para las dos (2) acciones que tuvieron el mayor Radio Recompensa-Volatilidad (RVOLI). Que para este caso fueron Bancolombia Preferencial y Bancolombia Ordinaria.

$$\phi_{PFBColom} = 0.027 * \left(\frac{\left(\frac{0.223 - 0.00027}{0.038} \right) * 0.182}{1 + 0.027 * \left(\frac{0.182^2}{0.038} \right)} \right) = 0.025\%$$

$$\phi_{Bcolombia} = 0.027 * \left(\frac{\left(\left(\frac{0.223 - 0.00027}{0.038} \right) * 0.182 \right) + \left(\left(\frac{0.213 - 0.00027}{0.053} \right) * 0.218 \right)}{1 + 0.027 * \left(\frac{0.182^2}{0.038} + \frac{0.218^2}{0.053} \right)} \right) = 0.044\%$$

Tabla 9. Valores calculados de RVOL_i, F_i y su diferencia

#	Nombre	Rendimiento Esperado	Beta	Riesgo No Sistemático	RVOLI	Φ	Diferencia
1	PFBColom	0.223%	0.182	0.038%	1.083%	0.025%	1.0576%
2	Bcolombia	0.213%	0.218	0.053%	0.851%	0.044%	0.8070%
3	Pazrio	0.769%	1.349	0.499%	0.550%	0.088%	0.4621%
4	Colinvers	0.286%	1.181	0.065%	0.219%	0.132%	0.0874%
5	Chocolates	0.219%	0.890	0.022%	0.217%	0.162%	0.0544%
6	Éxito	0.183%	0.725	0.039%	0.216%	0.169%	0.0472%
7	Bogota	0.158%	0.727	0.017%	0.181%	0.171%	0.0098%
8	ISA	0.209%	1.029	0.020%	0.177%	0.173%	0.0043%
9	GrupoAval	0.144%	0.672	0.032%	0.175%	0.173%	0.0020%
10	Suraminv	0.246%	1.277	0.021%	0.172%	0.173%	-0.0010%
11	Argos	0.204%	1.104	0.022%	0.161%	0.171%	-0.0099%
12	Fabricato	0.130%	1.140	0.091%	0.091%	0.168%	-0.0766%
13	Interbolsa	0.086%	0.787	0.113%	0.076%	0.166%	-0.0905%

Fuente: Los autores

III. Se comparan los valores de ϕ_{i} calculados con los valores correspondientes de RVOL_i, hacia debajo de la lista de activos ordenados. El valor inicial de ϕ_{i} será mas pequeño, pero ira creciendo hasta convertirse en un valor mayor al de su correspondiente de RVOL_i. Utilizando k para denotar el número del último anterior a que esto pase, los activos 1 hasta k³² tendrán pesos diferentes a cero en T mientras que los otros tomaran el valor de cero. Así pues, se puede

32 K: Son las 13 acciones que se están estudiando para esta análisis y con las cuales se espera conformar el portafolio.

decir que Φ_k es una tasa de corte de $RVOL_i$. En la última columna del cuadro anterior se puede observar hasta que el $RVOL_i$ es mayor que Φ_k , (indicado de manera positiva)³³, esto sucede para nueve (9) de las trece (13) acciones que se están analizando. En la última acción con resultado positivo, se invierten los valores quedando negativo, lo que indica que cuando el $RVOL_i$ es igual a 0.00173 se presenta el punto de corte. Esto significa que los activos deben tener una tasa de recompensa por volatilidad mayor que 0.00173 con el fin de tener un peso diferente de cero en el portafolio T.

IV. Se calculan ahora los valores de Z_i con el fin de determinar el peso de los primeros 9 activos mediante la siguiente ecuación:

$$Z_i = \frac{\beta_{iU}}{\sigma_u^2} \left[\frac{\bar{r}_i - r_f}{\beta_{iU}} - \Phi_k \right]$$

Los valores de Z_i para $i = k + 1, k + 2, \dots, N$ se le asigna el valor de cero. Los valores de Z_i se presentan en la tabla siguiente. El valor de Z_{10} hasta Z_{13} es cero. Mientras que para los valores restantes son positivos.

Por Ejemplo:

Si se toma la acción de PFBcolom para sacarle Z_i con la formula anteriormente expuesta de la siguiente manera:

$$Z_{PFBcolom} = \frac{0.182}{0.00025} * \left[\frac{0.00223 - 0.00027}{0.182} - 0.00025 \right] = 5.12$$

Determinado el peso de los activos que se utilizaran al momento de invertir se puede observar que de mayor a menor peso estan: PFBcolom, Bancolombia, Chocolates, Colinvers, Pazrio, Éxito, Bogota, ISA y Grupoaval, con los siguientes valores 5.12, 3.36, 2.17, 1.58, 1.25, 0.88, 0.43, 0.23 y 0.04 respectivamente

V. Se determina ahora el peso de los componentes del portafolio T, se hará esto dividiendo cada valor de Z entre la suma de las mismas mediante la siguiente ecuación:

Por Ejemplo:

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^N Z_i}$$

33 Que para este ejercicio todas las acciones con las que se esta trabajando cuentan con valor positivo, pero si alguna de las acciones fuera negativa esta se rechazaría de forma inmediata.

Continuando con el caso de Bancolombia Preferencial, se toma el peso de la acción que es de 5.12 y se divide en la sumatoria de todos los pesos de las acciones seleccionada que es de 14.05.

$$X_{PFBColom} = \frac{5.08}{15.05} = 34.01\%$$

Esto es importante porque la suma de las Z's no necesariamente es igual a cero. En la tabla siguiente se muestran los valores de X y la composición del portafolio T.

Como se puede observar en la tabla el portafolio T, estará compuesto únicamente por nueve (9) activos que son: PFBColom, Bancolombia, Chocolates, Colinvers, Pazrio, Éxito, Bogota, ISA y Grupoaval, con los siguientes porcentajes: 34.01%, 22.30%, 14.39%, 10.50%, 8.29%, 5.87%, 2.85%, 1.51% y 0.28% respectivamente³⁴.

Tabla 10. Composición del Portafolio

#	Nombre	Rendimiento Esperado	Beta	Riesgo No Sistemático	RVOLI	Φ	Zi	Xi
1	PFBColom	0.223%	0.182	0.038%	1.083%	0.025%	5.12	34.01%
2	Bcolombia	0.213%	0.218	0.053%	0.851%	0.044%	3.36	22.30%
3	Pazrio	0.769%	1.349	0.499%	0.550%	0.088%	1.25	8.29%
4	Colinvers	0.286%	1.181	0.065%	0.219%	0.132%	1.58	10.50%
5	Chocolates	0.219%	0.890	0.022%	0.217%	0.162%	2.17	14.39%
6	Éxito	0.183%	0.725	0.039%	0.216%	0.169%	0.88	5.87%
7	Bogota	0.158%	0.727	0.017%	0.181%	0.171%	0.43	2.85%
8	ISA	0.209%	1.029	0.020%	0.177%	0.173%	0.23	1.51%
9	GrupoAval	0.144%	0.672	0.032%	0.175%	0.173%	0.04	0.28%
10	Suraminv	0.246%	1.277	0.021%	0.172%	0.173%		
11	Argos	0.204%	1.104	0.022%	0.161%	0.171%		
12	Fabricato	0.130%	1.140	0.091%	0.091%	0.168%		
13	Interbolsa	0.086%	0.787	0.113%	0.076%	0.166%		
Sumatoria							15.05	1.00

Fuente: Los autores

34 Hacienda iteraciones para diferentes valores del activo libre de riesgo para determinar la composición de T, es posible determinar la composición de muchos portafolios a través de la curva eficiente del modelo de Markowitz. Por lo tanto, este algoritmo puede ser utilizado para identificar la frontera eficiente cuando no se cuenta con un activo libre de riesgo.

Tabla 11. Composición de las carteras seleccionadas del 11/0407 al 10/08/07

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	R Promotivado	R Real
11/04/2007	0.3045	0.0474	0.3315	0.0064	0.0031			0.1107		0.1637	0.0759	0.0300		0.2675%	-0.0067%
12/04/2007	0.3045	0.0476	0.3306	0.0061	0.0038			0.1109		0.1636	0.0757	0.0306		0.2688%	0.1178%
13/04/2007	0.3044	0.0479	0.3312	0.0066	0.0050			0.1110		0.1635	0.0728	0.0304		0.2688%	0.0930%
16/04/2007	0.3048	0.0481	0.3311	0.0061	0.0046			0.1102		0.1630	0.0735	0.0301		0.2575%	0.1764%
17/04/2007	0.3048	0.0481	0.3310	0.0069	0.0036			0.1119		0.1632	0.0710	0.0307		0.2682%	-1.0980%
18/04/2007	0.3048	0.0488	0.3304	0.0050	0.0041			0.1125		0.1637	0.0720	0.0305		0.2672%	1.0380%
19/04/2007	0.3042	0.0480	0.3303	0.0049	0.0041			0.1122		0.1629	0.0736	0.0312		0.2679%	-0.2360%
20/04/2007	0.3044	0.0471	0.3303	0.0026	0.0045			0.1127		0.1625	0.0716	0.0307		0.2608%	-0.1407%
23/04/2007	0.3044	0.0474	0.3298	0.0027	0.0054			0.1124		0.1615	0.0706	0.0315		0.2681%	-0.1307%
24/04/2007	0.3038	0.0562	0.3288	0.0015	0.0047			0.1126		0.1609	0.0702	0.0314		0.2683%	-0.4520%
25/04/2007	0.3044	0.0544	0.3283	0.0021	0.0046			0.1123		0.1610	0.0709	0.0312		0.2685%	0.1015%
26/04/2007	0.3044	0.0545	0.3298	0.0022	0.0030			0.1133		0.1616	0.0652	0.0316		0.2689%	0.0570%
27/04/2007	0.3044	0.0537	0.3306	0.0022	0.0045			0.1125		0.1629	0.0652	0.0309		0.2685%	-0.6865%
30/04/2007	0.3047	0.0536	0.3296	0.0022	0.0045			0.1125		0.1638	0.0651	0.0315		0.2685%	-0.0962%
03/05/2007	0.3057	0.0539	0.3297	0.0024	0.0048			0.1096		0.1629	0.0681	0.0302		0.2643%	-2.4000%
03/05/2007	0.3051	0.0525	0.3303	0.0069	0.0069			0.1062		0.1652	0.0641	0.0317		0.2620%	-0.1108%
04/05/2007	0.3064	0.0529	0.3306	0.0066	0.0066			0.1060		0.1650	0.0626	0.0312		0.2634%	0.0660%
07/05/2007	0.3047	0.0489	0.3315		0.0053			0.1064		0.1659	0.0629	0.0307		0.2581%	-0.3048%
08/05/2007	0.3047	0.0483	0.3318		0.0089			0.1067		0.1662	0.0637	0.0301		0.2588%	0.0917%
09/05/2007	0.3043	0.0484	0.3325		0.0112			0.1078		0.1657	0.0574	0.0302		0.2579%	0.0608%
10/05/2007	0.3030	0.0480	0.3332		0.0118			0.1084		0.1655	0.0583	0.0301		0.2582%	0.5026%
11/05/2007	0.3022	0.0487	0.3333		0.0134			0.1088		0.1653	0.0587	0.0302		0.2585%	2.1150%
14/05/2007	0.3027	0.0487	0.3348		0.0111			0.1089		0.1662	0.0574	0.0295		0.2574%	-1.3054%
15/05/2007	0.3021	0.0449	0.3348	0.0071	0.0108			0.1106		0.1670	0.0551	0.0287		0.2503%	-0.9587%
16/05/2007	0.3024	0.0475	0.3343	0.0061	0.0115			0.1112		0.1671	0.0549	0.0296		0.2509%	-0.7940%
17/05/2007	0.3023	0.0434	0.3351	0.0063	0.0112			0.1107		0.1667	0.0547	0.0285		0.2521%	-0.8730%
18/05/2007	0.3019	0.0430	0.3345	0.0063	0.0137			0.1102		0.1671	0.0542	0.0296		0.2538%	1.6648%
22/05/2007	0.3023	0.0438	0.3340	0.0065	0.0136			0.1090		0.1664	0.0552	0.0287		0.2528%	-1.3361%
23/05/2007	0.3020	0.0447	0.3342	0.0067	0.0133			0.1092		0.1657	0.0541	0.0287		0.2530%	-0.5503%
24/05/2007	0.3021	0.0425	0.3339	0.0075	0.0137			0.1083		0.1664	0.0533	0.0283		0.2530%	-2.1513%
25/05/2007	0.3007	0.0421	0.3341	0.0075	0.0140			0.1089		0.1672	0.0541	0.0283		0.2529%	0.4426%
28/05/2007	0.3004	0.0412	0.3345	0.0077	0.0136			0.1091		0.1676	0.0538	0.0286		0.2502%	-0.9008%
29/05/2007	0.3001	0.0411	0.3357	0.0068	0.0138			0.1090		0.1677	0.0545	0.0280		0.2505%	0.5030%
30/05/2007	0.3001	0.0403	0.3353	0.0066	0.0147			0.1097		0.1670	0.0544	0.0273		0.2483%	-0.3908%
31/05/2007	0.3012	0.0387	0.3355	0.0059	0.0150			0.1100		0.1678	0.0529	0.0277		0.2487%	0.2140%
01/06/2007	0.3012	0.0387	0.3355	0.0059	0.0153			0.1094		0.1679	0.0519	0.0275		0.2482%	-0.2148%
04/06/2007	0.3018	0.0383	0.3369	0.0049	0.0149			0.1085		0.1668	0.0518	0.0268		0.2478%	0.4071%
05/06/2007	0.3026	0.0393	0.3383	0.0065	0.0155			0.1081		0.1681	0.0502	0.0267		0.2468%	-0.3697%
06/06/2007	0.3032	0.0382	0.3380	0.0061	0.0148			0.1081		0.1684	0.0497	0.0251		0.2448%	-0.2007%
07/06/2007	0.3027	0.0385	0.3396	0.0065	0.0162			0.1083		0.1683	0.0485	0.0249		0.2420%	0.0807%
08/06/2007	0.3027	0.0384	0.3383	0.0063	0.0151			0.1084		0.1683	0.0484	0.0240		0.2420%	-0.1320%
12/06/2007	0.3035	0.0383	0.3390	0.0062	0.0147			0.1092		0.1681	0.0496	0.0249		0.2404%	1.7869%
13/06/2007	0.3045	0.0379	0.3343	0.0069	0.0163			0.1089		0.1682	0.0501	0.0243		0.2403%	3.0010%

Fuente: Los autores

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	R Pronosticado	R Real
14/05/2007	0.0047	0.0061	0.0043	0.0009	0.0151	0.0057	0.0051	0.0051	0.0057	0.0057	0.0457	0.0241	0.2403%	1.4068%	
15/05/2007	0.0057	0.0069	0.0036	0.0007	0.0159	0.0067	0.0054	0.0054	0.0067	0.0067	0.0647	0.0345	0.2436%	0.8789%	
16/05/2007	0.0046	0.0064	0.0009	0.0006	0.0213	0.0060	0.0090	0.0090	0.0060	0.0063	0.0507	0.0343	0.2461%	1.7063%	
20/05/2007	0.0051	0.0063	0.0038	0.0012	0.0195	0.0052	0.0052	0.0052	0.0052	0.0058	0.0494	0.0236	0.2440%	-0.7714%	
21/05/2007	0.0050	0.0060	0.0038	0.0012	0.0199	0.0057	0.0057	0.0057	0.0057	0.0063	0.0496	0.0340	0.2443%	0.5666%	
22/05/2007	0.0053	0.0033	0.0045	0.0013	0.0198	0.0069	0.0069	0.0069	0.0069	0.0067	0.0471	0.0243	0.2427%	-1.1719%	
25/05/2007	0.0057	0.0041	0.0051	0.0005	0.0189	0.0070	0.0070	0.0070	0.0070	0.0070	0.0459	0.0246	0.2419%	0.3453%	
26/05/2007	0.0060	0.0030	0.0055	0.0005	0.0168	0.0070	0.0070	0.0070	0.0070	0.0076	0.0444	0.0239	0.2391%	-0.3668%	
27/05/2007	0.0046	0.0046	0.0056	0.0010	0.0189	0.0081	0.0081	0.0081	0.0081	0.0083	0.0456	0.0239	0.2400%	1.6154%	
28/05/2007	0.0050	0.0048	0.0054	0.0010	0.0173	0.0090	0.0090	0.0090	0.0090	0.0093	0.0449	0.0239	0.2399%	-0.0549%	
29/05/2007	0.0054	0.0060	0.0053	0.0012	0.0177	0.0067	0.0067	0.0067	0.0067	0.0067	0.0430	0.0236	0.2399%	-0.7699%	
03/07/2007	0.0056	0.0061	0.0049	0.0007	0.0170	0.0112	0.0074	0.0074	0.0074	0.0074	0.0427	0.0234	0.2390%	-0.1518%	
04/07/2007	0.0049	0.0052	0.0057	0.0020	0.0164	0.0111	0.0061	0.0061	0.0061	0.0061	0.0440	0.0241	0.2396%	-0.1726%	
05/07/2007	0.0054	0.0041	0.0042	0.0020	0.0167	0.0113	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060	0.0452	0.0237	0.2370%	0.1931%	
06/07/2007	0.0050	0.0045	0.0038	0.0025	0.0166	0.0117	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060	0.0449	0.0236	0.2399%	0.3122%	
09/07/2007	0.0051	0.0045	0.0042	0.0024	0.0161	0.0119	0.0061	0.0061	0.0061	0.0061	0.0449	0.0233	0.2303%	0.2152%	
10/07/2007	0.0067	0.0033	0.0035	0.0006	0.0139	0.0122	0.0069	0.0069	0.0069	0.0069	0.0454	0.0222	0.2307%	0.0154%	
11/07/2007	0.0062	0.0046	0.0025	0.0006	0.0148	0.0124	0.0066	0.0066	0.0066	0.0066	0.0450	0.0220	0.2300%	0.9690%	
13/07/2007	0.0064	0.0068	0.0020	0.0007	0.0154	0.0121	0.0071	0.0071	0.0071	0.0071	0.0460	0.0219	0.2370%	2.5742%	
13/07/2007	0.0071	0.0061	0.0015	0.0006	0.0154	0.0117	0.0061	0.0061	0.0061	0.0061	0.0474	0.0216	0.2293%	-0.4811%	
16/07/2007	0.0070	0.0055	0.0021	0.0007	0.0170	0.0125	0.0067	0.0067	0.0067	0.0067	0.0460	0.0211	0.2277%	0.5376%	
17/07/2007	0.0070	0.0062	0.0014	0.0008	0.0179	0.0120	0.0068	0.0068	0.0068	0.0068	0.0459	0.0200	0.2272%	3.0684%	
18/07/2007	0.0073	0.0063	0.0012	0.0043	0.0180	0.0116	0.0066	0.0066	0.0066	0.0066	0.0501	0.0190	0.2263%	1.1419%	
19/07/2007	0.0079	0.0049	0.0019	0.0043	0.0194	0.0127	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060	0.0484	0.0177	0.2200%	-0.5069%	
23/07/2007	0.0080	0.0048	0.0014	0.0043	0.0189	0.0132	0.0064	0.0064	0.0064	0.0064	0.0484	0.0179	0.2203%	-0.2867%	
24/07/2007	0.0080	0.0062	0.0007	0.0045	0.0176	0.0140	0.0068	0.0068	0.0068	0.0068	0.0477	0.0182	0.2207%	0.6904%	
25/07/2007	0.0076	0.0073	0.0025	0.0040	0.0146	0.0124	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0489	0.0140	0.2207%	-0.6190%	
26/07/2007	0.0076	0.0070	0.0020	0.0009	0.0148	0.0123	0.0066	0.0066	0.0066	0.0066	0.0490	0.0140	0.2202%	-1.2800%	
27/07/2007	0.0080	0.0068	0.0023	0.0008	0.0149	0.0121	0.0061	0.0061	0.0061	0.0061	0.0487	0.0145	0.2198%	-0.2379%	
30/07/2007	0.0081	0.0071	0.0024	0.0040	0.0138	0.0122	0.0067	0.0067	0.0067	0.0067	0.0491	0.0142	0.2177%	0.3999%	
31/07/2007	0.0070	0.0068	0.0024	0.0045	0.0147	0.0125	0.0068	0.0068	0.0068	0.0068	0.0489	0.0148	0.2175%	0.9609%	
01/08/2007	0.0079	0.0069	0.0024	0.0043	0.0130	0.0126	0.0066	0.0066	0.0066	0.0066	0.0484	0.0150	0.2181%	-1.3119%	
02/08/2007	0.0081	0.0053	0.0021	0.0050	0.0143	0.0125	0.0065	0.0065	0.0065	0.0065	0.0486	0.0142	0.2145%	0.2744%	
03/08/2007	0.0081	0.0048	0.0017	0.0055	0.0153	0.0129	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0481	0.0133	0.2138%	0.7482%	
06/08/2007	0.0076	0.0042	0.0026	0.0054	0.0169	0.0133	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0488	0.0135	0.2128%	-1.3003%	
08/08/2007	0.0072	0.0046	0.0042	0.0053	0.0161	0.0139	0.0068	0.0068	0.0068	0.0068	0.0475	0.0127	0.2146%	1.8625%	
09/08/2007	0.0070	0.0033	0.0021	0.0052	0.0162	0.0142	0.0063	0.0063	0.0063	0.0063	0.0459	0.0122	0.2114%	-1.9829%	
10/08/2007	0.0080	0.0039	0.0024	0.0008	0.0166	0.0144	0.0064	0.0064	0.0064	0.0064	0.0457	0.0118	0.2117%	-0.8659%	

B. Validación del modelo

Para validar el modelo se toman los rendimientos esperados de las acciones que conformaran el portafolio T que son: PFBcolom, Bancolombia, Chocolates, Colinvers, Pazrio, Éxito, Bogota, ISA y Grupoaval, y se multiplica cada una por su peso y se suman de la siguiente manera:

$$R_p = 0.34(0.00223) + 0.22(-0.0023) + 0.14(0.0021) + 0.10(-0.0028) + 0.08(0.0076) + 0.05(-0.0018) + 0.027(0.0015) + 0.0015(-0.0020) + 0.001(0.0014).$$

De ahí que:

$$R_p = 0.2672\%$$

Este mismo procedimiento se utiliza para determinar el rendimiento real de la cartera. Para ejemplificar el cálculo del rendimiento real de una acción se tomara el 11 de abril del 2007 para el cual la composición de la cartera se determino con las acciones ya mencionadas.

Se toman los rendimientos reales de las acciones que conformaran el portafolio T, en día 11 de abril del 2007 y que son: PFBcolom, Bancolombia, Chocolates, Colinvers, Pazrio, Éxito, Bogota, ISA y Grupoaval, y se multiplica cada una por su peso y se suman de la siguiente manera:

$$R_r = 0.34(0.0078) + 0.22(-0.0039) + 0.14(0.0000) + 0.10(-0.0163) + 0.08(0.0241) + 0.05(-0.0349) + 0.027(0.0000) + 0.0015(-0.0098) + 0.001(0.0066)$$

Por lo que:

$$R_r = -0.0097\%$$

La Tabla 14 muestra los resultados obtenidos mediante la aplicación del algoritmo de Gruber³⁵ (composición recomendada de la cartera). En esta se puede observar diferentes situaciones.

1. La desviación acumulada para el periodo analizado es de 1.3378, y
2. La desviación mas fuerte se presenta el 22 de junio del 2007 1.66% de variación.

³⁵ Se utilizo este algoritmo en la determinación para la composición diaria de la cartera debido a que se considera mejor al utilizar en el cálculo la prima de mercado para las acciones.

Tabla 12. Rendimientos reales diarios por acciones de 12/04/07 Al 10/08/07

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12/04/2007	0.26%	0.00%	0.00%	-0.45%	1.32%	0.42%	0.00%	0.72%	0.37%	2.54%	-0.52%	0.35%	1.60%
13/04/2007	0.25%	0.75%	1.34%	-0.15%	0.33%	0.41%	0.56%	0.72%	0.00%	-0.37%	1.04%	-0.26%	0.00%
16/04/2007	-0.13%	0.91%	0.36%	1.64%	-0.45%	-1.78%	-0.43%	-1.78%	0.37%	0.00%	1.54%	-0.19%	0.00%
17/04/2007	-0.67%	-1.03%	-0.24%	-0.81%	-0.65%	-2.51%	-0.97%	-0.36%	-0.25%	-2.87%	-3.67%	-0.43%	-0.66%
18/04/2007	0.00%	1.05%	-0.24%	0.81%	0.45%	0.22%	-0.11%	0.24%	0.00%	0.59%	2.37%	-0.17%	0.00%
19/04/2007	-0.07%	-0.78%	0.00%	0.86%	0.00%	0.86%	0.11%	0.97%	-0.12%	0.00%	-0.51%	0.00%	0.00%
20/04/2007	0.73%	-0.13%	0.24%	6.13%	1.80%	0.43%	1.74%	0.36%	0.87%	0.59%	-1.16%	0.00%	0.00%
23/04/2007	-0.25%	-0.25%	-0.12%	1.82%	2.06%	0.42%	0.21%	-0.24%	3.80%	-0.56%	-0.52%	0.66%	0.65%
24/04/2007	-0.46%	-0.13%	-0.60%	-3.73%	-0.95%	-1.27%	-1.71%	-0.24%	-2.36%	-0.59%	-0.26%	-1.20%	-0.88%
25/04/2007	-0.25%	-0.52%	0.24%	2.33%	0.32%	-0.43%	0.33%	-0.24%	0.24%	2.37%	0.00%	-0.05%	0.00%
26/04/2007	0.33%	-0.45%	0.24%	0.30%	0.00%	0.86%	-0.11%	2.41%	1.05%	0.58%	-0.35%	0.17%	2.68%
27/04/2007	0.13%	-0.13%	0.24%	-7.10%	-0.16%	-0.85%	0.00%	-2.35%	0.00%	1.15%	-1.06%	-0.87%	7.83%
30/04/2007	0.20%	-1.06%	-2.04%	-0.33%	-1.43%	-2.36%	-2.17%	-0.72%	-3.10%	2.27%	-0.15%	-2.18%	4.03%
02/05/2007	-1.45%	-2.25%	0.00%	-0.65%	-2.10%	-3.30%	-1.22%	-14.06%	-1.60%	-2.76%	-2.41%	-2.23%	-0.76%
03/05/2007	0.20%	-0.50%	0.61%	-0.66%	2.31%	-2.73%	-1.57%	0.99%	1.38%	1.38%	-0.68%	0.75%	0.00%
07/05/2007	-1.00%	-4.14%	-1.33%	-0.50%	1.93%	0.16%	-0.70%	1.26%	-1.26%	0.00%	0.57%	0.09%	0.00%
08/05/2007	0.47%	0.72%	0.61%	0.33%	3.79%	10.00%	-0.58%	2.61%	2.87%	0.50%	-2.82%	-4.00%	-3.10%
09/05/2007	0.13%	0.14%	1.10%	0.00%	-0.16%	2.80%	2.81%	2.07%	2.15%	1.74%	-0.43%	3.05%	4.80%
10/05/2007	-0.54%	0.57%	1.33%	-0.17%	1.07%	-4.13%	1.16%	2.65%	2.12%	-0.57%	1.55%	0.00%	-0.75%
14/05/2007	0.47%	-1.39%	0.47%	0.17%	-2.35%	-0.43%	-0.80%	-0.67%	-0.65%	0.00%	-2.19%	-2.54%	0.00%
15/05/2007	-1.02%	-0.85%	-0.12%	-0.17%	0.60%	-2.17%	-1.04%	3.93%	0.00%	-1.14%	-1.98%	0.74%	-1.52%
16/05/2007	-0.07%	-0.57%	-2.24%	-0.33%	-1.04%	-0.44%	-1.05%	1.44%	-1.11%	-1.72%	-0.43%	-0.65%	-0.77%
17/05/2007	-0.69%	0.14%	0.60%	0.17%	-1.21%	-2.23%	1.79%	-1.03%	0.00%	-1.75%	0.29%	0.00%	0.00%
18/05/2007	0.21%	2.00%	0.00%	0.50%	3.21%	0.00%	4.65%	0.52%	1.74%	2.98%	0.29%	4.28%	-1.55%
22/05/2007	-0.21%	-3.22%	-0.60%	-0.17%	-0.89%	-0.46%	-0.56%	-2.96%	-0.51%	-2.31%	-0.14%	-0.62%	-6.30%
23/05/2007	-0.69%	0.29%	-0.96%	0.33%	0.45%	0.52%	5.25%	-1.07%	-0.36%	0.00%	-1.00%	-1.35%	4.20%
24/05/2007	-0.70%	-3.31%	-0.85%	1.33%	-2.53%	0.00%	-0.70%	-1.89%	-1.59%	-1.18%	-3.17%	0.00%	-3.23%
25/05/2007	-1.34%	0.60%	0.00%	-0.33%	2.29%	-0.91%	-0.36%	1.63%	1.63%	-0.60%	-0.45%	0.09%	-1.67%
26/05/2007	-0.79%	-0.59%	0.12%	0.33%	0.00%	-0.46%	-0.23%	-2.43%	0.00%	-0.60%	-0.59%	-0.91%	0.00%
29/05/2007	-0.75%	0.89%	1.10%	-0.82%	-0.15%	3.23%	0.23%	-1.66%	0.12%	-1.82%	0.75%	0.09%	-2.54%
30/05/2007	-0.65%	-1.03%	-1.21%	-0.83%	-1.94%	-3.13%	-0.23%	-2.11%	0.12%	-3.09%	0.00%	-0.46%	-8.96%
31/05/2007	0.36%	0.45%	1.10%	0.17%	0.76%	0.92%	2.11%	3.17%	0.99%	5.10%	0.74%	1.66%	-1.87%
01/06/2007	1.45%	-0.45%	-0.61%	1.00%	0.45%	0.46%	1.26%	-0.56%	0.88%	0.61%	-0.29%	-0.09%	3.61%
04/06/2007	0.36%	1.15%	0.61%	-0.82%	-0.15%	2.73%	1.81%	-1.82%	1.69%	0.00%	0.15%	1.00%	-2.75%
05/06/2007	0.11%	0.74%	-1.09%	1.00%	0.15%	0.22%	-0.22%	-1.43%	-1.90%	-3.01%	0.15%	-0.81%	-5.66%
06/06/2007	0.35%	-0.15%	0.25%	-0.66%	-1.95%	-2.21%	-1.11%	1.30%	-0.61%	2.48%	-0.74%	-1.63%	-5.00%
07/06/2007	-0.27%	0.25%	0.00%	0.17%	1.07%	-0.23%	-0.79%	0.72%	0.00%	-3.03%	0.44%	1.47%	1.47%
08/06/2007	-0.85%	0.15%	0.30%	-0.30%	-0.91%	-0.45%	-0.11%	-0.43%	-0.12%	-0.63%	0.44%	-0.91%	6.85%

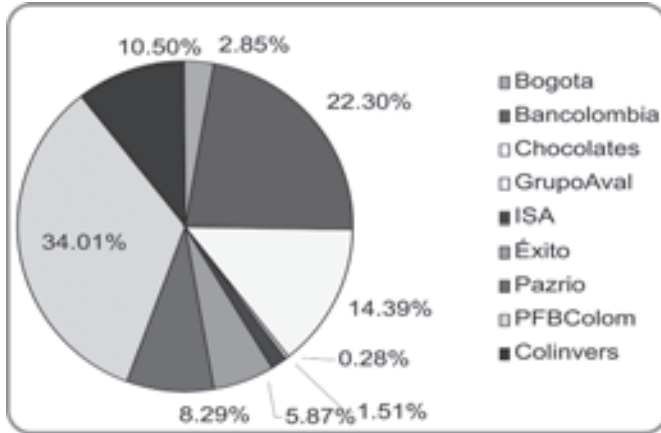
Fuente: Los autores

Tabla 13. Composición de la cartera de Inversión determinado por el algoritmo de Gruber y rendimientos reales contra pronosticados del 11/04/07 al 10/08/07

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12/06/2007	1.79%	2.50%	-0.49%	-0.17%	1.07%	-3.19%	1.70%	-0.14%	1.22%	0.53%	3.39%	1.45%	-1.54%
13/06/2007	2.81%	6.10%	0.49%	1.16%	1.06%	0.47%	2.35%	0.00%	0.84%	-1.25%	4.97%	1.82%	0.96%
14/06/2007	0.82%	1.60%	0.61%	0.75%	-0.70%	0.76%	1.29%	0.36%	0.36%	0.30%	2.84%	0.19%	-4.90%
15/06/2007	1.76%	-0.66%	0.12%	1.48%	8.63%	0.00%	0.43%	-0.28%	0.83%	1.27%	0.00%	0.80%	1.03%
15/06/2007	-1.48%	1.55%	0.00%	0.16%	3.56%	0.24%	0.86%	-0.95%	-0.12%	5.63%	1.97%	1.24%	0.00%
20/06/2007	-0.13%	-0.13%	-0.12%	0.00%	-3.57%	-0.47%	-1.19%	-0.43%	-1.19%	-0.59%	0.00%	-2.01%	-0.41%
21/06/2007	-0.41%	0.79%	0.12%	-0.16%	1.37%	2.36%	0.22%	0.72%	1.06%	2.36%	-0.26%	1.16%	6.56%
22/06/2007	0.07%	-1.57%	-0.12%	0.48%	-0.95%	-3.00%	-0.43%	-0.14%	-0.47%	-2.91%	-1.42%	-0.70%	-2.88%
25/06/2007	1.46%	1.06%	-0.12%	-0.16%	-1.78%	1.00%	-0.22%	0.14%	-0.12%	1.80%	0.36%	-0.59%	0.99%
26/06/2007	-0.53%	-0.36%	0.12%	0.64%	3.86%	0.24%	1.05%	0.00%	1.43%	-0.59%	0.00%	0.53%	0.00%
27/06/2007	0.00%	2.24%	0.36%	-0.48%	1.74%	0.47%	0.54%	0.14%	0.94%	-1.18%	3.66%	0.62%	0.00%
28/06/2007	-0.34%	0.52%	-0.24%	-0.16%	-1.28%	4.95%	0.11%	-0.14%	-0.58%	-0.60%	-0.13%	0.53%	0.98%
29/06/2007	1.28%	-1.41%	0.00%	0.97%	-0.58%	-3.37%	-0.84%	0.25%	-0.58%	-0.60%	-1.36%	-0.81%	-2.97%
03/07/2007	-1.45%	-0.52%	-0.12%	-0.96%	0.29%	1.40%	-0.11%	0.00%	0.71%	0.61%	0.00%	-0.44%	-1.80%
04/07/2007	0.41%	0.52%	-0.12%	-0.57%	-0.26%	0.00%	0.97%	1.57%	-0.23%	-1.20%	-0.64%	0.00%	2.65%
05/07/2007	0.54%	-0.26%	0.00%	0.81%	-0.29%	0.43%	-0.47%	-0.14%	0.23%	0.30%	0.64%	0.62%	0.00%
08/07/2007	0.07%	0.65%	-0.12%	-0.79%	-0.87%	-0.71%	0.21%	1.11%	2.78%	-1.21%	0.77%	0.00%	-1.98%
11/07/2007	2.86%	-0.39%	-1.21%	3.04%	-2.19%	0.24%	1.27%	0.28%	-0.69%	-2.03%	0.61%	1.02%	0.00%
13/07/2007	-0.51%	1.25%	0.74%	-0.16%	0.75%	-1.43%	1.73%	0.26%	0.90%	1.83%	1.27%	0.87%	-0.20%
12/07/2007	1.24%	3.56%	1.10%	1.24%	3.70%	-0.73%	1.66%	2.48%	3.08%	1.20%	3.59%	1.47%	1.83%
13/07/2007	0.97%	-1.11%	-1.08%	-0.15%	-0.86%	-0.49%	-0.62%	-0.54%	-0.55%	-1.18%	0.36%	-0.51%	-0.80%
15/07/2007	-0.06%	0.00%	1.00%	1.54%	3.17%	0.98%	1.45%	2.70%	1.78%	4.19%	-1.81%	0.77%	0.20%
17/07/2007	-0.19%	4.22%	0.24%	0.45%	1.26%	-0.97%	1.23%	0.00%	-0.33%	-1.15%	7.36%	2.30%	-0.80%
18/07/2007	-0.06%	0.83%	0.80%	0.90%	-0.14%	-2.94%	-0.20%	0.00%	1.10%	2.33%	2.74%	-0.58%	-0.26%
15/07/2007	0.13%	-0.71%	0.00%	0.00%	1.93%	2.53%	0.91%	2.76%	0.76%	-2.27%	-2.11%	-0.17%	0.00%
23/07/2007	0.06%	-0.24%	-0.36%	-0.15%	-0.81%	-1.48%	-0.40%	-0.77%	-0.97%	0.59%	0.00%	-0.50%	-0.67%
24/07/2007	2.37%	0.84%	-0.12%	1.05%	2.32%	0.00%	1.21%	3.23%	0.98%	-0.58%	-0.45%	1.36%	-0.41%
25/07/2007	1.56%	-0.59%	-0.60%	-0.15%	-1.34%	-2.50%	-1.00%	-1.25%	0.00%	-0.58%	-0.80%	-0.50%	0.00%
26/07/2007	-0.90%	-1.19%	-1.33%	-1.04%	-1.08%	1.54%	-0.90%	-1.27%	-0.54%	-3.51%	-0.46%	-1.26%	-2.67%
27/07/2007	0.19%	0.00%	0.74%	-0.60%	0.41%	1.36%	0.10%	-0.96%	0.54%	1.21%	-1.50%	-0.51%	-0.21%
30/07/2007	0.37%	1.45%	-0.73%	-0.45%	1.06%	1.30%	0.30%	-0.13%	-0.43%	0.30%	1.53%	-1.63%	-2.54%
31/07/2007	1.30%	1.07%	0.25%	3.18%	1.39%	-1.03%	0.61%	1.04%	0.43%	-1.80%	1.73%	2.43%	1.30%
01/08/2007	0.24%	-1.29%	0.86%	-0.86%	-2.33%	-2.34%	-2.01%	0.00%	-1.08%	-0.61%	-3.18%	-1.10%	-1.93%
02/08/2007	0.36%	-0.24%	-1.08%	1.48%	0.70%	0.00%	0.41%	0.00%	0.54%	0.30%	1.17%	0.43%	-0.66%
03/08/2007	0.06%	0.84%	-0.25%	1.46%	-0.97%	0.00%	-0.20%	0.51%	-0.54%	0.61%	2.06%	-0.85%	-1.15%
06/08/2007	-0.67%	-1.87%	-0.86%	-0.72%	0.56%	1.33%	-0.31%	-1.15%	0.65%	-1.83%	-2.39%	-0.52%	-0.44%
08/08/2007	0.37%	1.44%	0.87%	-0.43%	0.70%	0.26%	1.11%	3.23%	0.00%	2.48%	3.03%	0.78%	1.56%
09/08/2007	-0.67%	-2.59%	0.00%	-1.16%	-0.66%	-3.15%	-1.94%	-1.25%	-1.54%	-2.42%	-3.39%	-1.32%	-1.98%
10/08/2007	0.00%	-1.21%	-1.11%	-0.59%	1.90%	1.90%	-1.04%	-1.52%	-0.88%	0.30%	-1.29%	-1.13%	-0.45%

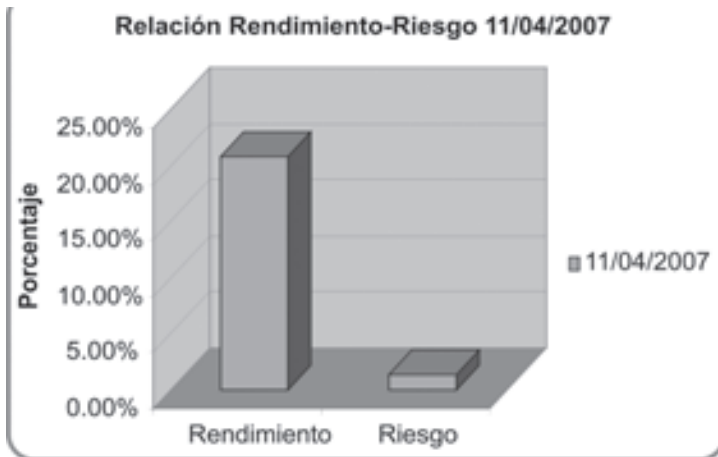
Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Rendimiento	Riesgo	Destinación Estándar	Destinación Acumulada
11/04/2007	2.85%	22.30%	16.30%	0.28%	1.51%			5.07%			6.29%	34.17%	10.50%	20.85%	1.357%	01/5441	01/5441
15/04/2007	2.85%	22.20%	16.30%	0.67%	1.80%			5.03%			6.26%	33.39%	10.67%	20.38%	1.369%	01/5440	03/0300
15/04/2007	2.85%	22.30%	16.21%	0.44%	2.20%			5.86%			6.24%	33.12%	10.57%	20.25%	1.369%	01/5440	04/0200
15/04/2007	3.05%	22.95%	16.12%	2.17%	1.87%			6.30%			6.17%	32.15%	10.49%	20.28%	1.382%	01/5441	06/0701
15/04/2007	2.88%	22.98%	16.14%	0.62%	1.85%			6.30%			6.23%	32.86%	10.67%	20.15%	1.369%	01/5444	08/0206
15/04/2007	2.88%	22.70%	15.88%	0.88%	1.85%			6.34%			6.24%	32.72%	10.55%	20.10%	1.382%	01/5444	08/0608
15/04/2007	2.88%	22.33%	15.88%	0.88%	1.81%			6.40%			6.19%	32.19%	10.70%	20.27%	1.369%	01/5444	11/0302
20/04/2007	2.87%	21.98%	15.80%	1.68%	2.02%			6.40%			6.06%	32.45%	10.58%	19.42%	1.369%	01/5444	13/0507
25/04/2007	2.17%	21.98%	15.88%	1.78%	2.26%			6.52%			6.01%	32.19%	10.73%	20.38%	1.369%	01/5444	16/0901
26/04/2007	2.88%	24.17%	15.12%	0.81%	2.16%			7.93%			7.93%	31.94%	10.69%	20.38%	1.382%	01/5447	18/0407
26/04/2007	2.17%	21.98%	15.88%	1.78%	2.26%			6.47%			7.93%	32.16%	10.58%	20.02%	1.369%	01/5444	18/0801
26/04/2007	2.88%	24.02%	15.88%	1.44%	2.81%			6.56%			7.88%	32.16%	10.73%	19.87%	1.377%	01/5443	19/0704
26/04/2007	2.78%	24.02%	15.88%	1.44%	2.81%			6.56%			7.45%	31.59%	10.65%	20.38%	1.369%	01/5443	21/0308
30/04/2007	2.81%	24.80%	15.87%		2.81%			6.54%			6.24%	32.88%	10.79%	20.10%	1.369%	01/5446	23/0204
05/05/2007	5.88%	24.52%	15.80%	0.20%	2.35%			7.65%			6.52%	32.44%	10.78%	20.14%	1.420%	01/5464	24/0608
05/05/2007	5.23%	24.42%	16.10%		3.25%			7.65%			6.48%	32.91%	10.58%	20.41%	1.420%	01/5462	28/0101
04/05/2007	2.87%	24.26%	16.15%		3.88%			4.90%			6.45%	31.89%	10.67%	20.27%	1.400%	01/5462	29/0301
07/05/2007	5.07%	23.46%	16.52%		4.37%			3.80%			6.65%	31.53%	10.67%	19.67%	1.400%	01/5467	29/0301
06/05/2007	3.94%	23.88%	16.14%		4.18%			3.80%			6.63%	31.18%	10.70%	19.17%	1.411%	01/6006	27/0208
06/05/2007	2.79%	23.28%	16.14%		5.11%			4.46%			6.55%	30.19%	10.69%	19.17%	1.411%	01/6006	27/0208
10/05/2007	1.65%	23.16%	15.17%		5.26%			4.76%			6.52%	30.44%	10.69%	19.54%	1.420%	01/6006	30/0100
11/05/2007	1.41%	23.88%	15.17%		5.80%			4.80%			6.49%	30.72%	10.67%	19.48%	1.420%	01/6007	30/0100
14/05/2007	1.87%	23.88%	15.19%		5.10%			5.10%			6.62%	30.14%	10.59%	19.28%	1.417%	01/6006	31/0206
15/05/2007	1.37%	23.98%	15.82%	0.07%	4.80%			5.82%			6.74%	29.17%	10.69%	19.02%	1.420%	01/6010	30/0106
16/05/2007	1.68%	21.79%	15.79%	0.07%	5.30%			6.19%			6.73%	29.79%	10.73%	19.17%	1.424%	01/6010	01/03/08
17/05/2007	1.95%	21.38%	16.12%	0.23%	5.20%			5.80%			6.74%	29.11%	10.47%	19.80%	1.421%	01/6014	01/03/08
16/05/2007	1.28%	22.20%	15.88%	0.21%	5.70%			5.80%			6.70%	29.52%	10.70%	19.75%	1.426%	01/6026	04/0608
20/05/2007	1.67%	22.44%	15.89%	0.19%	6.70%			5.27%			6.69%	29.62%	10.48%	19.88%	1.419%	01/6026	04/0204
25/05/2007	1.32%	22.70%	15.79%	0.49%	6.11%			5.20%			6.62%	29.49%	10.28%	19.80%	1.417%	01/6026	04/0706
24/05/2007	1.42%	22.42%	15.79%	0.67%	5.87%			4.92%			6.74%	29.41%	10.40%	19.80%	1.420%	01/6026	04/0601
26/05/2007	0.51%	22.14%	15.88%	1.07%	6.45%			5.10%			6.81%	29.67%	10.46%	19.17%	1.426%	01/6026	01/0808
26/05/2007	0.24%	21.88%	16.10%	1.98%	6.29%			5.24%			6.81%	29.69%	10.57%	19.74%	1.421%	01/6026	02/0703
26/05/2007		22.30%	16.10%	0.36%	6.26%			5.19%			6.80%	30.11%	10.49%	19.10%	1.426%	01/6026	03/0108
30/05/2007	0.64%	21.75%	16.41%	0.47%	6.70%			5.52%			6.86%	29.86%	10.28%	19.01%	1.426%	01/6026	03/0701
31/05/2007		21.54%	16.10%	0.88%	6.88%			5.62%			6.86%	29.51%	10.37%	19.14%	1.426%	01/6026	03/0708
01/06/2007	0.83%	21.22%	16.46%	0.72%	7.10%			5.34%			6.90%	29.29%	10.32%	19.28%	1.426%	01/6026	03/0808
04/06/2007	1.25%	21.28%	17.06%		6.86%			4.96%			6.92%	28.54%	10.23%	19.54%	1.426%	01/6026	03/0406
05/06/2007	1.79%	21.52%	16.30%	0.39%	7.45%			4.41%			6.97%	28.89%	10.67%	19.37%	1.426%	01/6026	03/0704
06/06/2007	2.22%	21.35%	16.10%		6.80%			4.42%			6.97%	29.10%	10.66%	19.25%	1.426%	01/6026	03/0804
07/06/2007	2.18%	21.23%	16.79%	0.10%	7.46%			4.52%			6.90%	28.94%	10.70%	19.57%	1.426%	01/6026	03/0802
08/06/2007	1.89%	20.75%	17.10%	0.91%	7.94%			5.49%			6.88%	28.29%	10.57%	19.79%	1.426%	01/6026	03/0806

Ilustración 3 Composición de Cartera 11/04/2007



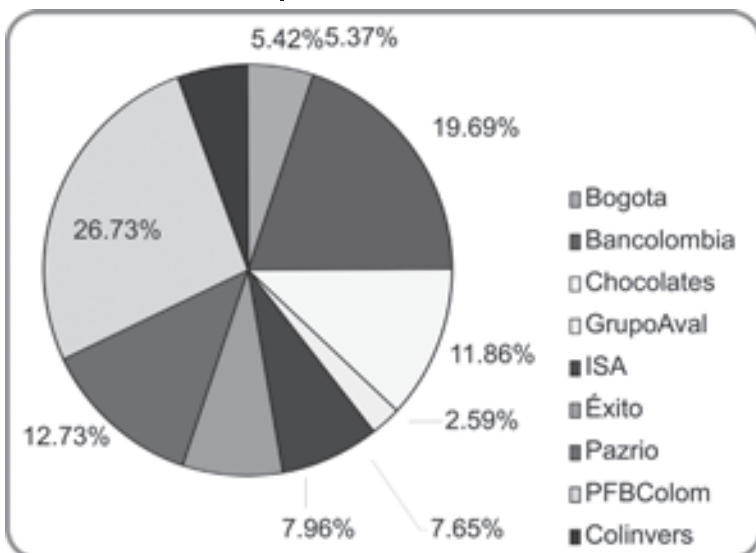
Fuente: Los autores

Ilustración 4 Relación - Rendimiento - Riesgo 11/04/2007



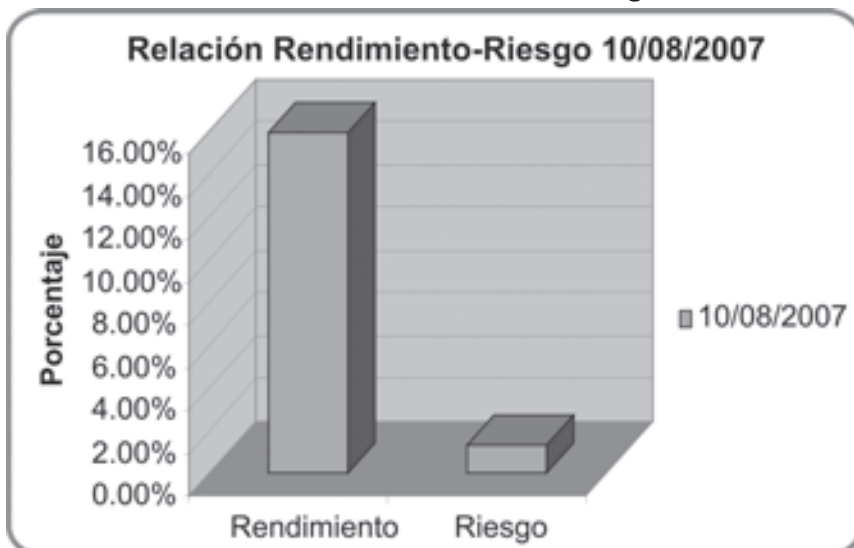
Fuente: Los autores

Ilustración 5 Composición de cartera 10/08/2007



Fuente: Los autores

Ilustración 6 Relación Rendimiento - Riesgo 10/08/2007



Fuente: Los autores

9.1.3. Análisis De Los Resultados Obtenidos

En la selección correspondiente se estableció mediante el algoritmo de Gurber, la composición del portafolio eficiente. Por lo que el análisis que a continuación se presenta se efectuado tomando como base sus resultados.

Con se muestra en las figuras 4 y 6 la composición del mejor portafolio de inversión que se pueda adquirir dentro de la Bolsa de Valores de Colombia y el cual es ratificado a través de las figuras 5 y 7, en donde se muestran el rendimiento de cada uno de estos portafolios, estableciendo un nivel de riesgo lo mas bajo posible.

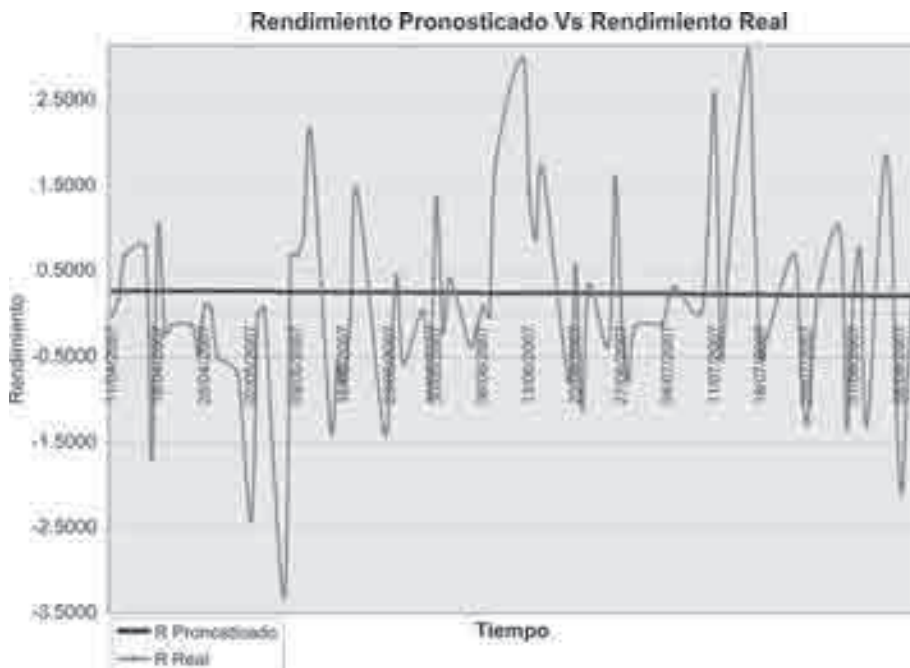
Una comprobación de esto se puede observar con la figura 8 en donde el comportamiento del rendimiento pronosticado bajo la metodología de Markowitz (R_i) y el rendimiento real de la cartera eficiente. En donde se denotan dos situaciones:

- Mientras que el rendimiento real diario de la cartera oscila entre valores positivos y negativos, los pronosticados presentan una variación mínima y son positivos para le periodo analizado.
- El modelo determinado bajo este método no es capaz de seguir la tendencia del rendimiento real de la cartera, sino que aparentemente se expresa por medio de una línea recta en donde las oscilaciones son mínimas.

El segundo punto puede ser deducido mediante la separación existente entre la línea que representa los rendimientos reales y pronosticados. Esta separación esta directamente relacionada con la desviación estándar que se observa en la tabla 14 y la covarianza de los rendimientos, que para el periodo evaluado alcanza un valor de 0.7848.

La desviación total es 1.3378, resultado que al ser analizado en forma conjunta con la covarianza ayuda a concluir que el modelo obtenido mediante el método de Markowitz es lo suficientemente bueno para ser aplicado como mecanismo para determinar el porcentaje los montos a invertir de las acciones en la BVC, aunque el periodo estudiado es lo suficientemente amplio para que este método sea evaluado en su totalidad, y por lo tanto se debe tomar como herramienta de análisis y de toma de decisiones dentro de este mercado.

Ilustración 7. Rendimientos reales y pronosticados según modelo de Markowitz



Fuente: Los autores

9.2. Determinación Del CAMP

9.2.1. Frontera Eficiente

Donde r_p y s_p son el rendimiento esperado y la desviación estándar de un portafolio eficiente. En la determinación del portafolio eficiente T del modelo de Markowitz asociado a la tasa libre de riesgo de 10.07%³⁶ efectivo anual, se obtuvo que su rendimiento esperado y su desviación estándar fue de 0.204% y del 0.016 respectivamente, por lo que la ecuación resultante de la CML es:

³⁶ Es de tener en cuenta que esta tasa que es efectiva mensual se debe de convertir en una tasa efectiva diaria, para que sea compatible con los datos que se tienen de los precios de las acciones los cuales están dados de manera diaria.

$$\bar{r}_p = 0.0267\% + \left[\frac{0.204\% - 0.0267\%}{0.017} \right] \sigma_p$$

$$\bar{r}_p = 0.0267 + 0.107\sigma_p$$

El equilibrio en el mercado de activos pueden ser caracterizado por dos números claves, el primero es la ordenada al origen de la línea del mercado de capitales (representado por el activo libre de riesgo), el cual es conocido como la recompensa por esperar, y el segundo numero es la pendiente que representa a su vez la recompensa por unidad de riesgo tomado.

A. Línea del Mercado de Activos

La línea de mercado de capitales representa las relaciones de equilibrio entre el rendimiento esperado y la desviación estándar para portafolios eficientes. Los riesgos para activos individuales se encuentran siempre por debajo de esta línea ya que un activo de riesgo en forma individual será por si mismo un activo ineficiente. La forma exacta de la relación de equilibrio entre el riesgo y el rendimiento de un activo riesgoso.

Como la pendiente es positiva, la ecuación indica que para estos activos al incrementarse su covarianza σ_{iM} más grande serán sus precios, y que al disminuir su covarianza su precio también disminuirá. Esta relación entre la covarianza y el rendimiento esperado de un activo se conoce como la Línea del Mercado de Activos (SML como sus siglas en ingles).

$$\bar{r}_i = 0.0267\% + \left[\frac{0.204\% - 0.0267\%}{0.017\%^2} \right] \sigma_{iM}$$

$$\bar{r}_i = 0.0267 + 6.559\sigma_{iM}$$

Con respecto al β para la SML, se puede representar con la siguiente ecuación

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_{iM}$$

$$\bar{r}_i = 0.0267\% + (0.204\% - 0.0267\%)\beta_{iM}$$

$$\bar{r}_i = 0.0267\% + 0.177\%\beta_{iM}$$

Al igual que en el modelo de Markowitz el β es el término con el que se le denomina a la pendiente del modelo de mercado y representa la sensibilidad de la acción a los cambios en el índice del mercado.

B. Determinación del Rendimiento Del Portafolio M

Para poder determinar el rendimiento que puedan dar los activos de forma individual es necesario establecer los datos que se utilizaran, para poder analizar los resultados, son necesarios r_f o activos libres de riesgo, r (rendimiento de la cartera T determinado mediante el modelo de Markowitz) y la pendiente de la línea del mercado de activos (SML), los resultados que se obtienen se pueden observar en la Tabla 14 que se encuentra a continuación.

Tabla 14. Pendiente de la línea de mercado de activos

Fecha	Tasa Libre De Riesgo	Rendimiento Del Mercado	Pendiente
11/04/2007	0.0267%	-0.509%	-0.5358%
12/04/2007	0.0266%	0.497%	0.4709%
13/04/2007	0.0265%	0.580%	0.5531%
16/04/2007	0.0266%	-0.471%	-0.4972%
17/04/2007	0.0268%	-1.010%	-1.0367%
18/04/2007	0.0270%	0.165%	0.1384%
19/04/2007	0.0270%	-0.011%	-0.0378%
20/04/2007	0.0269%	0.805%	0.7780%
23/04/2007	0.0268%	0.626%	0.5995%
24/04/2007	0.0270%	-1.098%	-1.1249%
25/04/2007	0.0268%	0.390%	0.3629%
26/04/2007	0.0269%	0.363%	0.3357%
27/04/2007	0.0269%	0.291%	0.2646%
30/04/2007	0.0269%	-0.792%	-0.8186%
02/05/2007	0.0271%	-2.402%	-2.4289%
03/05/2007	0.0270%	-0.021%	-0.0484%
04/05/2007	0.0270%	0.118%	0.0906%
07/05/2007	0.0271%	-3.157%	-3.1837%
08/05/2007	0.0271%	2.143%	2.1161%
09/05/2007	0.0269%	0.400%	0.3732%
10/05/2007	0.0268%	0.677%	0.6499%
11/05/2007	0.0268%	0.775%	0.7478%
14/05/2007	0.0269%	-0.912%	-0.9392%
15/05/2007	0.0269%	-0.464%	-0.4913%
16/05/2007	0.0268%	-0.979%	-1.0058%
17/05/2007	0.0268%	-0.224%	-0.2512%
18/05/2007	0.0268%	2.218%	2.1912%
22/05/2007	0.0265%	-1.591%	-1.6180%
23/05/2007	0.0265%	1.608%	1.5819%
24/05/2007	0.0266%	-3.628%	-3.6546%
25/05/2007	0.0264%	-0.102%	-0.1281%
28/05/2007	0.0264%	-0.466%	-0.4924%
29/05/2007	0.0261%	-0.139%	-0.1656%
30/05/2007	0.0261%	-1.263%	-1.2894%
31/05/2007	0.0261%	1.731%	1.7053%
01/06/2007	0.0262%	0.861%	0.8350%
04/06/2007	0.0260%	0.904%	0.8776%
05/06/2007	0.0260%	-1.038%	-1.0636%
06/06/2007	0.0261%	-0.771%	-0.7975%
07/06/2007	0.0263%	-0.394%	-0.4202%
08/06/2007	0.0264%	0.217%	0.1905%
12/06/2007	0.0262%	0.943%	0.9165%
13/06/2007	0.0262%	1.879%	1.8528%
14/06/2007	0.0261%	0.340%	0.3136%
15/06/2007	0.0259%	0.778%	0.7521%
19/06/2007	0.0259%	1.246%	1.2201%

Fecha	Tasa Libre De Riesgo	Rendimiento Del Mercado	Pendiente
20/06/2007	0.0261%	-1.037%	-1.0633%
21/06/2007	0.0262%	1.063%	1.0370%
22/06/2007	0.0264%	-0.994%	-1.0208%
25/06/2007	0.0265%	0.113%	0.0862%
26/06/2007	0.0265%	0.452%	0.4252%
27/06/2007	0.0264%	0.574%	0.5478%
28/06/2007	0.0264%	0.153%	0.1268%
29/06/2007	0.0263%	-0.860%	-0.8863%
03/07/2007	0.0264%	-0.265%	-0.2913%
04/07/2007	0.0264%	0.399%	0.3722%
05/07/2007	0.0264%	0.235%	0.2090%
06/07/2007	0.0264%	0.653%	0.6269%
09/07/2007	0.0264%	0.313%	0.2865%
10/07/2007	0.0264%	-0.635%	-0.6618%
11/07/2007	0.0264%	0.873%	0.8467%
12/07/2007	0.0264%	1.994%	1.9678%
13/07/2007	0.0264%	-0.683%	-0.7098%
16/07/2007	0.0263%	1.144%	1.1178%
17/07/2007	0.0263%	1.006%	0.9794%
18/07/2007	0.0263%	0.337%	0.3105%
19/07/2007	0.0263%	0.195%	0.1683%
23/07/2007	0.0263%	-0.398%	-0.4247%
24/07/2007	0.0263%	0.791%	0.7649%
25/07/2007	0.0263%	-0.703%	-0.7296%
26/07/2007	0.0263%	-1.295%	-1.3210%
27/07/2007	0.0263%	0.131%	0.1043%
30/07/2007	0.0265%	-0.495%	-0.5215%
31/07/2007	0.0265%	0.791%	0.7646%
01/08/2007	0.0265%	-1.387%	-1.4140%
02/08/2007	0.0265%	0.233%	0.2066%
03/08/2007	0.0265%	-0.100%	-0.1266%
06/08/2007	0.0265%	-0.583%	-0.6090%
08/08/2007	0.0265%	1.152%	1.1251%
09/08/2007	0.0265%	-1.737%	-1.7639%
10/08/2007	0.0266%	-0.885%	-0.9114%

Fuente: Los autores

Para ejemplificar los cálculos efectuados y los resultados obtenidos se utilizan las acciones de Banco de Bogota (Bogota). En la Tabla 16, donde se puede observar las betas para las acciones de Bogota necesarias para el cálculo del rendimiento. Por otro lado r_i representa el rendimiento esperado para las acciones utilizando el modelo obtenido³⁷ y r_{real} el rendimiento real de las acciones.

37 Con respecto al β para la SML, se puede representar con la siguiente ecuación: $\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i$ que para la acción de Bogota en el periodo de 11/04/2007 se tiene que el valor del β 0.727 por lo que el valor del rendimiento esperado de esta acción es. $\bar{r}_i = 0.0267\% + 0.177\%(0.727) = 0.416\%$

Tabla 15. Desviación de los rendimientos pronosticados para la acción de Bogotá entre 11/04/07 al 10/08/07

Fecha	Rendimiento Esperado	Rendimiento Real	Desviación Estándar	Desviación Acumulada
11/04/2007	0.41630%	0.00%	0.017565	0.017565
12/04/2007	-0.31583%	0.26%	0.017565	0.035129
13/04/2007	-0.37573%	0.20%	0.017565	0.052694
16/04/2007	0.38807%	-0.13%	0.017561	0.070255
17/04/2007	0.78033%	-0.07%	0.017561	0.087816
18/04/2007	-0.07360%	0.00%	0.017560	0.105376
19/04/2007	0.05445%	-0.07%	0.017560	0.122936
20/04/2007	-0.53868%	0.73%	0.017558	0.140494
23/04/2007	-0.40894%	-0.20%	0.017559	0.158053
24/04/2007	0.84462%	-0.46%	0.017560	0.175613
25/04/2007	-0.23697%	-0.26%	0.017560	0.193172
26/04/2007	-0.21717%	0.33%	0.017556	0.210728
27/04/2007	-0.16549%	0.13%	0.017555	0.228282
30/04/2007	0.62184%	0.20%	0.017554	0.245836
02/05/2007	1.79192%	-1.45%	0.017560	0.263397
03/05/2007	0.06217%	0.20%	0.017556	0.280953
04/05/2007	-0.03882%	-0.07%	0.017556	0.298509
07/05/2007	2.33487%	-1.00%	0.017556	0.316065
08/05/2007	-1.50573%	0.47%	0.017556	0.333620
09/05/2007	-0.24341%	0.13%	0.017556	0.351176
10/05/2007	-0.44380%	-0.94%	0.017557	0.368733
11/05/2007	-0.51444%	-1.35%	0.017563	0.386296
14/05/2007	0.70652%	0.41%	0.017563	0.403859
15/05/2007	0.38249%	-1.02%	0.017566	0.421425
16/05/2007	0.75457%	-0.07%	0.017566	0.438991
17/05/2007	0.20856%	-0.69%	0.017568	0.456559
18/05/2007	-1.55679%	0.21%	0.017567	0.474126
22/05/2007	1.19478%	-0.21%	0.017568	0.491694
23/05/2007	-1.11429%	-0.69%	0.017569	0.509263
24/05/2007	2.65269%	-0.70%	0.017571	0.526834
25/05/2007	0.11847%	-1.34%	0.017573	0.544408
28/05/2007	0.38035%	-0.79%	0.017576	0.561984
29/05/2007	0.14517%	-0.79%	0.017576	0.579560
30/05/2007	0.95300%	-0.65%	0.017575	0.597135
31/05/2007	-1.19891%	0.36%	0.017575	0.614710
01/06/2007	-0.57392%	1.45%	0.017578	0.632288
04/06/2007	-0.60516%	0.36%	0.017578	0.649866
05/06/2007	0.79023%	0.71%	0.017578	0.667444
06/06/2007	0.59896%	0.35%	0.017578	0.685022
07/06/2007	0.32814%	-0.21%	0.017578	0.702601
08/06/2007	-0.11040%	-0.85%	0.017581	0.720182
12/06/2007	-0.632%	1.79%	0.017589	0.737771
13/06/2007	-1.307%	2.81%	0.017609	0.755379
14/06/2007	-0.200%	0.82%	0.017610	0.772989
15/06/2007	-0.516%	1.76%	0.017616	0.790605
19/06/2007	-0.851%	-1.40%	0.017622	0.808227

Fecha	Rendimiento Esperado	Rendimiento Real	Desviación Estándar	Desviación Acumulada
20/06/2007	0.791%	-0.13%	0.017622	0.825850
21/06/2007	-0.720%	-0.41%	0.017622	0.843471
22/06/2007	0.760%	0.07%	0.017622	0.861093
25/06/2007	-0.036%	1.49%	0.017626	0.878719
26/06/2007	-0.280%	-0.53%	0.017627	0.896345
27/06/2007	-0.367%	0.00%	0.017571	0.913917
28/06/2007	-0.065%	-0.34%	0.017565	0.931482
29/06/2007	0.662%	1.28%	0.017568	0.949050
03/07/2007	0.235%	-1.46%	0.017556	0.966606
04/07/2007	-0.241%	0.41%	0.017556	0.984162
05/07/2007	-0.124%	0.54%	0.017556	1.001718
06/07/2007	-0.426%	0.40%	0.017553	1.019271
09/07/2007	-0.181%	0.07%	0.017553	1.036824
10/07/2007	0.506%	2.86%	0.017573	1.054397
11/07/2007	-0.588%	-0.91%	0.017576	1.071973
12/07/2007	-1.400%	1.24%	0.017579	1.089552
13/07/2007	0.541%	0.97%	0.017581	1.107132
16/07/2007	-0.783%	-0.06%	0.017581	1.124713
17/07/2007	-0.683%	-0.19%	0.017581	1.142294
18/07/2007	-0.199%	-0.06%	0.017581	1.159875
19/07/2007	-0.096%	0.13%	0.017580	1.177455
23/07/2007	0.334%	0.06%	0.017580	1.195035
24/07/2007	-0.528%	2.37%	0.017592	1.212627
25/07/2007	0.555%	1.56%	0.017598	1.230225
26/07/2007	0.983%	-0.92%	0.017601	1.247826
27/07/2007	-0.049%	0.19%	0.017601	1.265427
30/07/2007	0.404%	0.37%	0.017601	1.283028
31/07/2007	-0.527%	1.30%	0.017578	1.300606
01/08/2007	1.049%	0.24%	0.017572	1.318178
02/08/2007	-0.123%	0.36%	0.017569	1.335747
03/08/2007	0.118%	0.06%	0.017569	1.353316
06/08/2007	0.467%	-0.67%	0.017568	1.370883
08/08/2007	-0.787%	0.37%	0.017567	1.388451
09/08/2007	1.302%	-0.67%	0.017568	1.406018
10/08/2007	0.685%	0.00%	0.017567	1.423585

Fuente: Los autores

De acuerdo con estos resultados, la desviación de los rendimientos esperados (pronóstico) presenta un valor de 1.4235.

Para hacer claridad de lo que significa esta desviación en la Tabla 17 se mostraran las desviaciones calculadas para cada una de las acciones

que se tuvieron presentes para este trabajo y que son parte de los Bolsa de Valores de Colombia. Como se puede observar, solo una de ellas cuenta con una desviación superior a los cinco (5) puntos, que para este caso es Acerías Paz del Río la cual fue de 5.6141, debido a esto se puede afirmar que para esta acción, es modelo no funciona de manera adecuada, ya que cuenta con un nivel de riesgo muy alto. Sin embargo, para las restantes los resultados son bastantes aceptables ya que el rango que manejan es relativamente bajo, por esto motivo se puede desarrollar el modelo con estas acciones.

Tabla 16. Desviación total de las acciones

	Acciones	Desviación
1	Bogota	1.4236
2	Bcolombia	1.8308
3	Chocolates	1.6929
4	GrupoAval	1.7113
5	ISA	1.7949
6	Interbolsa	2.9344
7	Suraminv	2.0170
8	Éxito	1.8761
9	Argos	1.9042
10	Pazrio	5.6141
11	PFBColom	1.5640
12	Colinvers	2.5933
13	Fabricato	2.8862

Fuente: Los autores

Tabla 18. Rendimiento pronosticado, real y desviación de la cartera de inversiones

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	R Pronosticado	R Real	Desviación Estándar	Desviación Acumulada
15/04/2007	0,01%	0,02%	0,07%	0,08%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,25%	0,07%	0,07%	0,00%	-0,4607%	0,000812	0,000812	0,000812	
12/04/2007	-0,14%	-0,02%	-0,02%	0,08%	-0,14%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,14%	-0,14%	0,00%	0,2662%	0,1778%	0,000650	0,01462	
13/04/2007	-0,01%	-0,02%	-0,07%	0,08%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	0,22%	0,01%	0,01%	0,00%	-0,3275%	0,8930%	0,000792	0,002324	
16/04/2007	0,01%	0,02%	0,07%	0,08%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,22%	0,01%	0,01%	0,00%	-0,4411%	0,7934%	0,000735	0,002656	
17/04/2007	0,02%	0,02%	0,12%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,49%	0,02%	0,02%	0,00%	-0,8268%	-1,9968%	0,001480	0,004437	
18/04/2007	0,02%	0,00%	-0,01%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,05%	0,00%	0,00%	0,00%	0,0177%	1,0202%	0,001170	0,004607	
19/04/2007	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,1062%	-0,2262%	0,000261	0,004688	
20/04/2007	-0,01%	-0,02%	-0,08%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,4888%	-0,1407%	0,001054	0,005742	
24/04/2007	0,02%	0,02%	0,10%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,48%	0,02%	0,02%	0,00%	0,2577%	-0,1327%	0,000799	0,006541	
25/04/2007	-0,01%	-0,01%	0,04%	0,08%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,15%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,8873%	-0,4265%	0,001581	0,008101	
26/04/2007	-0,01%	-0,01%	-0,04%	0,08%	0,00%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,12%	0,00%	0,00%	0,00%	0,1591%	0,8278%	0,000427	0,008001	
27/04/2007	0,02%	-0,01%	-0,02%	0,08%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,10%	0,00%	0,00%	0,00%	0,1026%	-0,4862%	0,000326	0,008326	
30/04/2007	0,02%	0,02%	0,10%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,98%	0,02%	0,02%	0,00%	-0,8968%	-0,8962%	0,001184	0,010520	
02/05/2007	0,02%	0,14%	0,30%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	1,07%	0,02%	0,02%	0,00%	-1,8548%	-2,4000%	0,002419	0,013838	
03/05/2007	0,02%	0,01%	0,01%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,1120%	-0,1108%	0,000366	0,014054	
04/05/2007	0,02%	0,00%	-0,01%	0,08%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	-0,0140%	0,0882%	0,001106	0,014140	
07/05/2007	0,02%	0,17%	0,42%	0,02%	0,14%	0,02%	0,02%	0,02%	1,26%	0,02%	0,02%	0,00%	-2,3729%	-3,3048%	0,004326	0,018546	
08/05/2007	-0,05%	-0,10%	-0,27%	-0,02%	-0,09%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,88%	-0,04%	0,00%	0,00%	1,4371%	0,8917%	0,002023	0,021589	
09/05/2007	-0,11%	-0,01%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,14%	0,00%	0,00%	0,00%	0,1687%	0,8238%	0,000479	0,022047	
10/05/2007	-0,01%	-0,02%	-0,08%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,26%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,2682%	0,9208%	0,000859	0,022906	
11/05/2007	-0,01%	-0,02%	-0,10%	-0,04%	-0,04%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,30%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,4624%	2,1155%	0,001002	0,023909	
14/05/2007	0,01%	0,02%	0,14%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,04%	0,02%	0,02%	0,00%	-0,7540%	-1,3004%	0,002284	0,025203	
15/05/2007	0,01%	0,02%	0,07%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,20%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,4308%	-0,5681%	0,000650	0,025856	
16/05/2007	0,01%	0,02%	0,14%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,49%	0,02%	0,00%	0,00%	-0,8032%	-0,7940%	0,001109	0,027164	
17/05/2007	0,02%	0,02%	0,04%	0,08%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,11%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,2582%	-0,0732%	0,000544	0,027509	
18/05/2007	-0,02%	-0,10%	-0,30%	0,08%	-0,12%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,88%	-0,04%	0,00%	0,00%	1,4680%	1,4648%	0,002799	0,030288	
20/05/2007	0,02%	0,00%	0,22%	0,08%	0,10%	0,02%	0,02%	0,02%	0,88%	0,02%	0,00%	0,00%	-1,2402%	-1,3081%	0,002065	0,032363	
23/05/2007	-0,01%	-0,07%	-0,22%	-0,01%	-0,10%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,62%	-0,02%	0,00%	0,00%	1,0615%	-0,5022%	0,001980	0,034343	
24/05/2007	0,04%	0,10%	0,51%	0,02%	0,22%	0,12%	0,12%	0,12%	1,45%	0,08%	0,00%	0,00%	-0,8802%	-2,1170%	0,004813	0,036856	
25/05/2007	0,02%	0,01%	0,02%	0,08%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,88%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,1682%	0,4428%	0,001166	0,038142	
28/05/2007	0,02%	0,02%	0,07%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,20%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,4327%	-0,5009%	0,000650	0,038792	
29/05/2007	0,01%	0,01%	0,02%	0,08%	0,01%	0,02%	0,02%	0,02%	0,07%	0,01%	0,00%	0,00%	-0,1981%	0,3508%	0,000238	0,040238	
30/05/2007	0,02%	0,07%	0,19%	0,08%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%	0,52%	0,02%	0,00%	0,00%	-1,0167%	-0,3668%	0,001689	0,041718	
31/05/2007	0,02%	-0,08%	-0,24%	-0,01%	-0,12%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,57%	-0,02%	0,00%	0,00%	1,1642%	1,2640%	0,002200	0,043951	
01/06/2007	0,02%	-0,02%	-0,12%	0,08%	-0,08%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,32%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,3307%	-0,2148%	0,001026	0,044877	
04/06/2007	-0,01%	-0,04%	-0,12%	-0,08%	-0,08%	-0,02%	-0,02%	-0,02%	-0,34%	-0,01%	0,00%	0,00%	0,3628%	0,4071%	0,001134	0,046111	

Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	R Promotivado	R Real	Desviación Estándar	Desviación Acumulada
05/06/2007	0.01%	0.04%	0.16%	0.30%	0.39%	0.04%	0.04%	0.04%	0.43%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.5461%	-0.2651%	0.301348	0.347428
06/06/2007	0.01%	0.04%	0.12%	0.07%	0.06%	0.03%	0.03%	0.03%	0.32%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.6548%	-0.2001%	0.301350	0.486528
07/06/2007	0.01%	0.03%	0.07%	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%	0.17%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.3616%	0.0807%	0.301352	0.648043
08/06/2007	0.00%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.03%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0618%	-0.0000%	0.301351	0.648045
09/06/2007	-0.02%	-0.04%	-0.13%	0.00%	-0.08%	-0.03%	-0.03%	-0.03%	-0.36%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0102%	1.79889%	0.301353	0.650257
10/06/2007	-0.04%	-0.08%	-0.28%	-0.01%	-0.14%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.70%	-0.03%	0.00%	0.00%	0.00%	1.2719%	3.3070%	0.300208	0.650257
11/06/2007	-0.01%	-0.01%	-0.04%	0.00%	-0.02%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.11%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0524%	1.40888%	0.300207	0.652540
12/06/2007	-0.03%	-0.03%	-0.07%	0.00%	-0.03%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.03%	-0.02%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.8289%	0.7087%	0.301481	0.652540
13/06/2007	0.00%	0.00%	0.16%	0.01%	0.16%	0.04%	0.04%	0.04%	0.41%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.0606%	-0.7744%	0.301288	0.656540
14/06/2007	-0.02%	-0.04%	-0.14%	0.00%	-0.09%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.38%	-0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	0.6574%	0.5028%	0.301285	0.657745
15/06/2007	0.00%	0.00%	0.15%	0.01%	0.09%	0.04%	0.04%	0.04%	0.38%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-1.1175%	0.201213	0.301213	0.659628
16/06/2007	0.00%	0.00%	-0.01%	0.00%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.1400%	0.34623%	0.300891	0.659628
17/06/2007	-0.01%	-0.01%	-0.08%	0.00%	-0.03%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.10%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.2031%	0.36688%	0.300498	0.659628
18/06/2007	-0.01%	-0.02%	-0.08%	0.00%	-0.05%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.26%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.3052%	1.0754%	0.300627	0.661104
19/06/2007	0.00%	0.00%	-0.01%	0.00%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.04%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.1708%	-0.0548%	0.300138	0.661104
20/06/2007	0.00%	0.00%	0.13%	0.01%	0.08%	0.04%	0.04%	0.04%	0.30%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.7188%	0.301028	0.301028	0.661281
21/06/2007	0.01%	0.02%	0.05%	0.00%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.17%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.2876%	-0.1548%	0.300449	0.661281
22/06/2007	0.00%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.03%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.10%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0301%	0.0811%	0.300204	0.661281
23/06/2007	-0.01%	-0.02%	-0.08%	-0.01%	-0.05%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.22%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.3800%	0.3702%	0.300703	0.662572
24/06/2007	-0.01%	-0.01%	-0.04%	0.00%	-0.02%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.10%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.1300%	0.2703%	0.300703	0.662572
25/06/2007	0.00%	0.00%	0.10%	0.01%	0.02%	0.04%	0.04%	0.04%	0.28%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.5647%	0.2075%	0.300778	0.664062
26/06/2007	0.00%	-0.03%	-0.10%	-0.01%	-0.06%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.30%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.5470%	0.8698%	0.300648	0.664062
27/06/2007	-0.06%	-0.08%	-0.27%	-0.03%	-0.14%	-0.08%	-0.08%	-0.08%	-0.72%	-0.03%	0.00%	0.00%	0.00%	1.3345%	2.5742%	0.300271	0.667238
28/06/2007	0.00%	0.04%	0.10%	0.01%	0.05%	0.04%	0.04%	0.04%	0.27%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.6047%	-0.4811%	0.300843	0.668003
29/06/2007	-0.04%	-0.05%	-0.10%	-0.02%	-0.06%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.40%	-0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	0.7574%	0.5376%	0.301251	0.668003
30/06/2007	-0.03%	-0.04%	-0.10%	-0.02%	-0.06%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.36%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.6612%	0.3584%	0.301418	0.670448
01/07/2007	-0.01%	-0.01%	-0.04%	-0.01%	-0.02%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.11%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0602%	0.0434%	0.300342	0.670448
02/07/2007	0.00%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.05%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0000%	-0.0000%	0.300112	0.670448
03/07/2007	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.04%	0.04%	0.04%	0.16%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.3869%	-0.2549%	0.300488	0.671482
04/07/2007	-0.03%	-0.02%	-0.10%	-0.01%	-0.06%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.20%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.4995%	0.6904%	0.300409	0.671482
05/07/2007	0.00%	0.04%	0.09%	0.01%	0.05%	0.04%	0.04%	0.04%	0.28%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.8073%	-0.6195%	0.300881	0.672708
06/07/2007	0.00%	0.07%	0.15%	0.02%	0.09%	0.07%	0.07%	0.07%	0.51%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-1.0405%	0.301087	0.301087	0.674752
07/07/2007	0.00%	0.00%	-0.01%	0.00%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.03%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0000%	-0.0000%	0.300105	0.674752
08/07/2007	0.00%	0.00%	0.08%	0.01%	0.04%	0.04%	0.04%	0.04%	0.27%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.4568%	0.30889%	0.300640	0.675502
09/07/2007	-0.02%	-0.02%	-0.08%	-0.01%	-0.05%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.29%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.4830%	0.3603%	0.300854	0.676305
10/07/2007	0.00%	0.07%	0.17%	0.02%	0.09%	0.07%	0.07%	0.07%	0.65%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.0749%	0.2744%	0.300204	0.676305
11/07/2007	-0.01%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.10%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0000%	0.0000%	0.300167	0.676305
12/07/2007	0.01%	0.01%	0.04%	0.00%	0.00%	0.01%	0.01%	0.01%	0.06%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.1660%	0.7462%	0.300167	0.676305
13/07/2007	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	0.00%	0.04%	0.04%	0.04%	0.23%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.1204%	0.300716	0.300716	0.679188
14/07/2007	-0.04%	-0.05%	-0.12%	-0.02%	-0.06%	-0.04%	-0.04%	-0.04%	-0.42%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	0.7520%	0.301289	0.301289	0.680407
15/07/2007	0.00%	0.06%	0.21%	0.04%	0.14%	0.07%	0.07%	0.07%	0.67%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-1.0753%	0.300242	0.300242	0.682519
16/07/2007	0.04%	0.05%	0.10%	0.02%	0.06%	0.04%	0.04%	0.04%	0.35%	0.01%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.7409%	-0.4664%	0.301087	0.683087

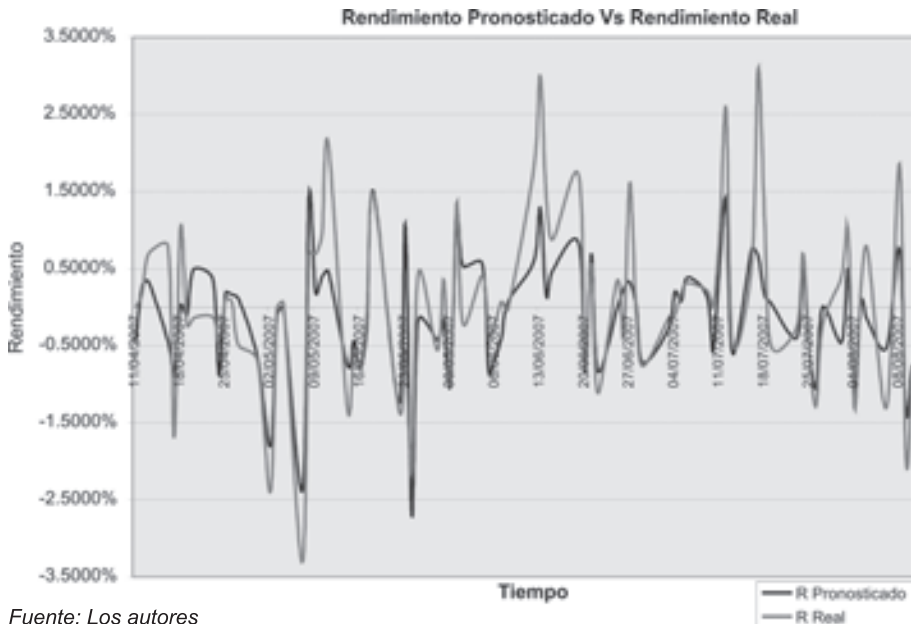
9.2.2. Análisis de los Resultados Obtenidos.

Los resultados y el comportamiento del modelo CAPM en el presente trabajo son muy significativos.

A diferencia del modelo de Markowitz el modelo CAPM se pronostica rendimientos de cartera positivos y negativos como se puede ver en la figura 9 que se encuentra a continuación. Sin embargo, los resultados arrojados por el modelo son inferiores a los rendimientos reales. La desviación estándar acumulada de los portafolios en el periodo analizado es de 0.8358 como se puede ver en la Tabla 18, es inferior al obtenido mediante el modelo de Markowitz que fue del 1.3378. Lo que lleva a afirmar que el nivel de riesgo en su aplicación es inferior.

Como se puede observar en la siguiente grafica, el modelo CAPM logra seguir la tendencia de los datos reales pero no con la volatilidad de estos, pero permitiendo que los análisis que se puede dar sean mas precisos para que el inversionista pueda tomar la mejor decisión.

Ilustración 8. Rendimientos reales y pronosticados según modelo CPAM



Fuente: Los autores

10. CONCLUSIONES

El análisis muestra que en el periodo de tiempo seleccionado para este trabajo, el rendimiento de las acciones que se escogieron para la conformación del portafolio más eficiente que se pueda conseguir en el mercado de capitales colombiano se encuentra normalmente distribuido de acuerdo a las condiciones del mercado y su correlación en el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC). Permitiendo con esto establecer cuales son las acciones con las que se puede conformar el portafolio más eficiente con el nivel de riesgo más bajo posible, y que dentro de las 13 acciones seleccionadas se pudo establecer que 9 de esta son aptas para conformar un portafolio de inversión, aunque dentro del periodo analizado hubo algunas acciones que estuvieron entrando y saliendo de dicho portafolio, lo que indica que el portafolio puede cambiar de manera permanente tanto es su estructura como en su composición.

Uno de los logros mas significativos fue el de poder establecer que porcentaje del portafolio le corresponde a cada una de las acciones que lo van a conformar. Adicionalmente se estableció la relación entre el β o sea el riesgo con el rendimiento como lo plantea Markowitz en su modelo, y como se pude encontrar esta relación tanto en el portafolio como en cada una de las acciones estudiadas y analizadas.

También se pudo establecer el nivel de eficiencia del mercado de capitales colombiano, permitiendo afirmar que el mercado bursátil cuenta con un nivel alto de eficiencia ya que los porcentajes de rendimiento son altos y el riesgo que se estableció es bastante bajo, pero es de destacar que el nivel de riesgo se mantuvo en la mayor parte del tiempo por debajo de 1.40%, mientras que el rendimiento si contó con un una reducción de cerca de 4 puntos porcentuales dentro del periodo analizado, indicando con esto que el mercado puede estar teniendo una baja en el nivel de eficiencia. Pero también es de destacar que los rendimientos obtenidos durante el periodo analizado muestran una relación con los movimientos que están ocurriendo en

el mercado, lo que indica que las acciones seleccionadas cuentan con una fuerte correlación con el índice del mercado.

La conclusión global de este trabajo es, que aunque el rendimiento de los activos o carteras es un elemento muy importante, su comportamiento en el mercado de valores colombiano es complejo y no puede ser explicado por un solo factor. Los rendimientos de los activos y los portafolios son influenciados significativamente por diferentes fuerzas y su comportamiento únicamente puede ser explicado combinando el poder de una serie de factores o variables a nivel macroeconómico los cuales son quienes afectan el mercado. Y aunque con un periodo de tiempo tan prolongado como el que se está analizando dentro de este trabajo, estas variables macroeconómicas no se pueden expresar dentro de estos modelos, siendo en ocasiones estas variables las que indican hacia donde puede ir el mercado.

11. RECOMENDACIONES

Es importante resaltar que el mercado accionario colombiano ha crecido en los últimos años tanto en términos de liquidez como de tamaño, que a sido el mas dinámico de toda Latinoamérica, pero a pesar de esto el mercado de acciones cada vez está más concentrado y son menos las empresas que lo integran, y esto se ve reflejado dentro de este proyecto, debido al numero limitado de acciones, es por esto que, aunque los modelos de Markowitz y de Sharpe son aplicables en el mercado accionario colombiano es recomendable hacer el análisis con un numero de días mas corto, lo que permitirá la entrada de un numero mayor de acciones dentro de la toma de decisiones al momento de invertir.

Es importante resaltar que estos no son los únicos modelos que existen para la conformación de portafolios eficientes, sino que estos nos da la base con la cual se están creando nuevas teorías como la Teoría de Fijación de Precios por Arbitraje (APT), el Modelo Multifactor, el Modelo Black-Scholes, el Modelo de las Transformadas de Wavelet y los Modelos de Redes Neuronales, con los cuales se pueden desarrollar nuevas investigaciones, con las que podrían dar nuevas luces a los capitalistas al momento de querer invertir su capital en el mercado bursátil colombiano.

Otro elemento para recomendar si se quiere aumentar la oferta de papeles al momento de desarrollar estos modelos, es la utilización de la tasa de cambio, el cual cuenta con un mayor volumen y una mayor volatilidad que la totalidad del mercado accionario colombiano, lo que permitiría un mejor desempeño de los rendimientos que se podrían obtener, por lo cual se recomienda desarrollar otros estudios de estos modelos con esta variable.

También es de resaltar que estos modelos permiten definir con claridad cuales son las acciones en las cuales se debe de invertir y que cuantía le corresponde a cada uno de éstas, pero una cosa es cierta: "Estos

modelos no dicen en que momento se debe de invertir"; es por esto que al desarrollarlos se deben tener presentes los análisis técnicos y fundamental, con los cuales se tomaran las mejores decisiones y los rendimientos pueden ser muchos mas precisos.

Por último, como los mercados están cambiando permanentemente y las interacciones de los mercados internacionales también afectan el comportamiento de la Bolsa de Valores de Colombia pueden afectar las proyecciones que se obtuvieron con estos modelos, haciendo de estas muestras unos referentes estadístico-históricos que puede mejorar la toma de decisiones; pero que no se determinan.

13. BIBLIOGRAFÍA

BODIE, Z. MERTON, RC. Finanzas, 1ra edición, Prentice Hall editores, México, 2003.

FERRANDO B. M, GOMEZ C. A R, LASSALA N. C, Teoría De La Financiación I "Modelos CAPM, APT Y Aplicaciones", Ediciones Pirámide, Madrid, 2005.

GORDON J. A, WILLIAM F. S, JEFFERY V. B, Fundamentos De Inversión Teórica Y Practica, 3ª edición, Prentice Hall editores, México, 2003.

JIMENO M. J P, Los Mercados Financieros Y Sus Matemáticas "Una Guía Teórica y Practica Para Comprender Las Matemáticas De Los Mercados", Editorial Ariel, Barcelona, 2005.

LARA H, A. Medición Y Control De Riesgo Financiero, 3ª edición, Limusa Noriega Editores, México DF, 1995.

MADURA. J, Mercados E Instituciones Financieras, 5ª edición, Thomson Learning, México DF, 2001.

MARKOWITZ, H. "Portfolio Selection," Journal of Finance, Vol. VII, No. 1, Marzo, pp. 77-91, 1952.

MEZA. O, J. Matemáticas Financieras Aplicadas, 2ª edición. Ecoe Ediciones, Bogota D.C., 2004.

PINILLA S, R - VALERO R, L - GUZMAN V, A. Operaciones Financieras En El Mercado Bursátil, 2ª edición, Universidad Externado De Colombia, Colombia, 2003.

ROSILL C. Jorge, MARTINEZ A. Clemencia, Modelos De Evaluación De Riesgo En Decisiones Financieras, Editorial Universidad Externado De Colombia. Bogota, 2004.

ROSS, SA. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," Journal of Economic Theory, Vol. XIII, No. 3, pp. 341-360, 1976.

RUIZ. G, JIMENEZ. JI, TORRES. JJ, La Gestión Del Riesgo Financiero, Ediciones Pirámide, Madrid, 2000.

SÁNCHEZ, A., CALDERÓN, A. y HERNÁNDEZ, J. Determinantes de la sustitución del colón costarricense 1987-2003. Edición digital a texto completo accesible en www.eumed.net/libros/2005/acm3/ , 2005.

SHARPE, WF. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk," Journal of Finance, Vol. XIX, No. 3, pp. 425-442, 1964.

VALDIVIESO M, R. Validación de la eficiencia y modelos de fijación de precios en el mercado mexicano de valores, Tesis. Universidad Nacional Autónoma de México, México DF, 2004.



Alcalá y la Avenida Federal con la Universidad "UNIC"

Este libro se imprimió en los Talleres Litográficos de
OPTIGRAF S.A. un tiraje de 100 ejemplares.
La composición tipográfica se realizó
empleando las familias Futura, Arial y Wingdings
2009